Comparaison réfraction et courbure de gravitation

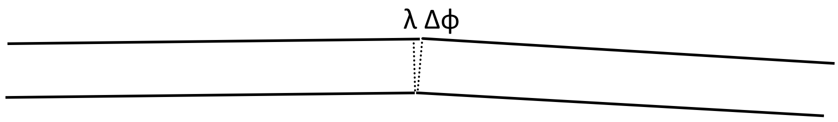
La loi de la réfraction est considérée comme une variation de phase sur la largeur d'un faisceau lumineux :

Exemple appliqué à un faisceau horizontal dans l'atmosphère :

L'atmosphère normale a un indice de réfraction n égal à 1.000285

La quantité (n-1) varie comme la pression atmosphérique à raison 12.68 P/m soit une variation relative de 1.25 10^{-4} par m. L'indice n varie donc de 3.57.10^{-8} par m de hauteur à basse altitude.

Un faisceau lumineux horizontal aura une diminution de phase relative 3.57.10^{-8} /λ par m de faisceau.



Ce déphasage provoquera une courbure du faisceau d'un angle de 3.57.10^{-8} radian par m de longueur. Comme il y a le même nombre de longueurs d'onde sur un m de longueur et un m de largeur de faisceau, la longueur d'onde se simplifie.

La courbure correspond à un rayon de 28000 Km soit près de 4.5 fois le rayon terrestre. On remarquera que si l'indice de l'air avait un impact 5 fois plus grand, les rayons lumineux pourraient faire le tour de la terre. Il n'y aurait pas d'horizon terrestre, ni de coucher de soleil.

Application à un faisceau lumineux passant au voisinage d'une masse m = GM/c²

Nous partons de l'intégrale première obtenue à partir de l'équation temps de la géodésique :

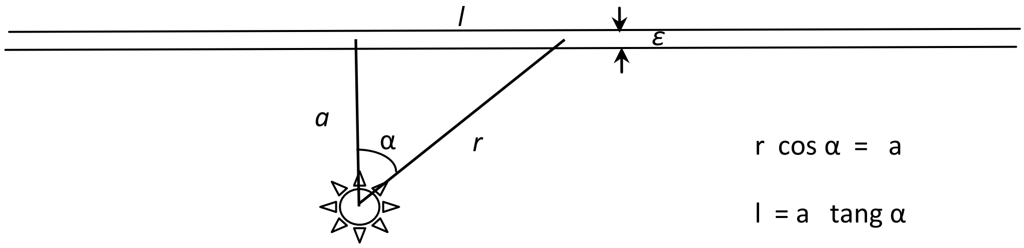
$$K\, d\lambda = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt$$

K est la constante d'intégrale première. En posant λ_0 longueur d'onde à l'infini du faisceau il vient que la longueur d'onde vu par l'observateur à l'infini varie comme:

$\lambda = \lambda_0 * \left(1 - \frac{2m}{r}\right)$ ou que la rotation de phase par unité de longueur soit $\frac{d\varphi}{dl} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda\lambda_0} \approx -\frac{2m}{\lambda_0 r}$

la variation de phase pour une petite variation Δr s'écrit $\frac{\lambda_0 \Delta d\varphi}{\Delta r} = \frac{2m}{r^2}\, dl$

Entre les deux bords d'un faisceau de largeur ε passant à la distance a du centre de masse :



$$r \cos \alpha = a$$

$$l = a \tan \alpha$$

$$\mathrm{dl} = \mathrm{a} * \frac{d\alpha}{cos^2\alpha}$$

Nous avons $r = a/\cos \alpha$ et $\Delta r = \varepsilon \cos \alpha$

Il faut intégrer la quantité $\lambda_0 d\varphi = \frac{2m\,\varepsilon}{a^2} cos^3\alpha\, dl$ sur $\int_{-\infty}^{+\infty} dl = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{a\, d\alpha}{cos^2\alpha}$

soit $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{2m\,\varepsilon \cos\alpha\ d\alpha}{a} = \frac{4\ \varepsilon m}{a} = \lambda_0 \Delta\varphi$

L'angle de déviation du faisceau sur toute la droite vaut $\mathrm{d} = \frac{\lambda_0 \Delta\varphi}{\varepsilon} = \frac{4m}{a}$

Ceci est seulement un calcul approché pour une déviation faible, pour trouver la forme exacte d'un faisceau de lumière, il faut combiner toutes les équations des géodésiques et résoudre l'équation différentielle obtenue.

Dans les deux exemples, la déviation provient d'une variation de phase entre les bords du faisceau lumineux. Pour la réfraction, cet écart de phase provient d'une variation de vitesse, pour la gravitation il provient d'une variation d'énergie.