Tentative de mesure géodésique avec un Appareil Photo Numérique (APN)

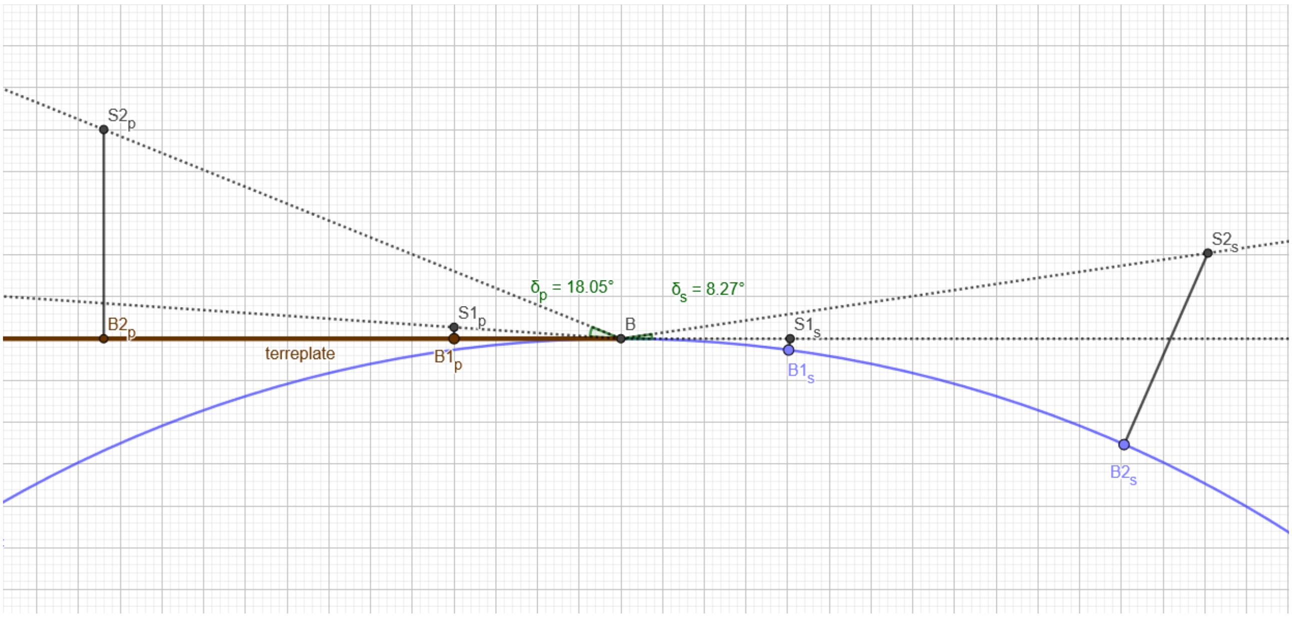
Dans les controverses qui opposent les tenants d'une terre plate (dit aussi platistes) aux communs des mortels tentant de démonter leurs arguments, certains platistes réclament une preuve "structurelle", mesurable de la sphéricité de la Terre que tout un chacun pourrait fournir.

Reprenant l'idée d'Olivier Joseph blogueur pourfendeur de "branquignoles de la terre plate", qui sur cette vidéo https://www.youtube.com/watch?v=ZWO2TIX4MLY tentait une mesure de la courbure de la Terre, je me propose ici de retenter l'expérience avec des distances plus importantes entre les deux points de mesures.

Les principes géométriques

Un peu de géodésie :

En comparant l'angle de visée vertical, δ, entre deux points S1 et S2 (quelque centaines de km), avec le calcul de cet angle sur une hypothétique terre plate, on devrait pouvoir montrer que l'angle mesuré par l'expérience δ_s (partie droite du schéma ci-dessous) est plus petit, du fait de la dépression de la courbure de la surface terrestre, que l'angle calculé δ_p sur une terre plate (partie gauche du schéma ci-dessous).



Sur une terre plate :

On rappelle que pour calculer les angles d'élévation verticale on utilise la formule trigonométrique suivante : $\tan(\alpha) = \frac{\textit{côté opposé}}{\textit{côté adjacent}}$

D'où l'élévation verticale de $S1_p$ est $\alpha 1_p = \arctan\left(\frac{(S1_p B1_p)}{(B1_p B)}\right)$

idem pour l'élévation verticale de $S2_p$ est $\alpha 2_p = \arctan\left(\frac{(S2_p B2_p)}{(B2_p B)}\right)$

Donc $\delta_p = \alpha 2_p - \alpha 1_p$

Un peu d'optique :

Dans l'expérience qui va être menée, il faut comprendre et mesurer comment un APN conserve les angles de visées.

L'APN est schématisé par une vue de profil à l'échelle, d'une lentille convergente de centre C de distance focale $f=100\,mm$ et d'un capteur de 15,8 mm de haut, $[DE]$, placé dans le plan focal image de la lentille.

https://ggbm.at/HmyueMA2

En optique géométrique on sait que :

- tous les rayons lumineux passant par le centre de la lentille ne sont pas déviés
- tout faisceau de rayons parallèles focalise sur le plan focal image de la lentille

Considérons un faisceau de rayons lumineux provenant d'un objet lointain M, ils sont considérés comme parallèles entre eux lorsqu'ils frappent la lentille d'un angle d'incidence α avec l'axe optique. Le rayon lumineux passant par le centre, C , de la lentille n'est pas dévié. Il émerge de la lentille d'un angle $\alpha'=-\alpha$ (l'image est renversée) et frappe le capteur au point M', image de cet objet lointain.

On a $\tan(\alpha')=\dfrac{(F'M')}{(CF')}$, or $(CF')=f$

d'où $\boxed{|\alpha|=\left|\arctan\left(\dfrac{(F'M')}{f}\right)\right|}$ avec les longueurs dans la même unité ici en mm .

Données expérimentales

L'expérience a été faite à partir d'une visée du Mont Blanc depuis le point de vue de la cote lat : 46.024039° ; long : 4.555527° ; alt : 690 m à Saint-Cyr-le-Chatoux (69) et un repère proche facilement repérable, la Chapelle de St-Bonnet au Nord-Ouest au dessus de Montmelas-St-Sorlin (69).

Les cotes et les altitudes sont prises à partir des données fournies par Geoportail https://www.geoportail.gouv.fr/ le portail national de la connaissance du territoire mis en œuvre par l'IGN.

Les angles sont mesurés à partir d'une photo numérique prise le 14 mars 2018 à 16h16, heure locale, avec un Pentax Kx équipé d'un 100mm.

Données géodésiques :

Mont Blanc : Latitude : 48.832551° ; Longitude : 6.864413° ; altitude : 4808 m

Point de vue Saint-Cyr-le-Chatoux : Latitude : 46.024039° ; Longitude : 4.555527° ; altitude : 690m

Chapelle St-Bonnet : Latitude : 46.018667° ; Longitude : 4.602175° ; altitude : 680 m

Distance St-Cyr_Mont Blanc : D_2 = 180.04 km

Distance St-Cyr_Chapelle St Bonnet : D_1 = 3.66 km

Azimut St-Cyr_Chapelle St Bonnet : $z_1 = 99.68°$

Azimut St-Cyr_Mont Blanc : $z_2 = 95.97°$

Données météo : http://www.infoclimat.fr/observations-meteo/archives/14/mars/2018/lyon-bron/07480.html

Température : 16.4°C ; Humidité : 27% ; vent moyen : 25km/h ; Pression 1005.0 hPa

Données photographiques :

IMGP2790

Pentax Kx, taille capteur 23.6 x 15,8 mm

objectif : 100mm pentax smc DFA 1: 2.8 macro

Données exif photo : 1000x664 pixels ; 1/25 sec à f/32

Mesure de l'angle vertical entre Chapelle St Bonnet et MontBlanc

La photo numérique est importée dans le logiciel Geogebra. https://ggbm.at/N4aEWPKb Le coin inférieur gauche A est placé à l'origine du plan de geogebra. Elle est mise à l'échelle 1 unité geogebra pour 1mm en entrant comme coordonnées pour le coin inférieur droit B=(23.6,0) qui correspond à la taille en mm de la longueur du capteur du Pentax Kx. On nomme C le coin supérieur gauche, curieusement C=(0,15.68) au lieu des 15.8 mm attendus pour la hauteur du capteur, passons …

On nomme D le milieu de [AC]. Comme l'appareil photo a été placé sur pied et réglé de niveau dans les deux directions orthogonales du boîtier, la droite horizontale passant par D représente l'Horizon Astronomique de la vue.

On repère :

- la Chapelle Saint Bonnet sur la crête au premier plan à droite de l'image. Point ChapelleStBonnet
- le Mont Blanc comme le plus haut sommet visible au loin. Point MontBlanc

On trace les parallèles aux axes du plan passant par ChapelleStBonnet et par MontBlanc.

On étalonne la photo en comparant la différence d'azimut, β , depuis St-Cyr entre le Mont Blanc et la ChapelleStBonnet d'après les données de Géoportail et les calculs à partir des mesures sur la photo.

Différence d'azimut, β_g d'après les données de Géoportail :

$$\beta_g = z_2 - z_1 = 95.97 - 99.68 = -3.71\,°$$

Différence d'azimut, β'_p d'après les mesures sur la photo :

Calcul des azimuts z' relatifs à la médiane de la photo :

Longueur $(chapelleStBonnet\,,médiane)=9.05\,mm$ d'où d'après $|\alpha|=\left|\arctan(\frac{(F'M')}{f})\right|$ on a $|z'_2|=\left|\arctan(\frac{(9.05)}{100})\right|=5.17\,°$

Longueur $(MontBlanc\,,médiane)=2.13\,mm$ on a donc $|z'_1|=\left|\arctan(\frac{(2.13)}{100})\right|=1.22\,°$

Calcul de β'_ϕ :

On a $\beta'_\phi=z'_2-z'_1$ soit $\beta'_\phi=5.17-1.22=3.95\,°$

On a donc une imprécision de $\pm 0.24°$ entre la mesure et les données géoportail.

Mesure sur la photo et calcul de l'angle de visée vertical, δ_ϕ , entre ChapelleStBonnet et MontBlanc.

Calcul des élévations respectives α_1 et α_2 des points ChapelleStBonnet et MontBlanc :

Longueur $(ChapelleStBonnet\,,HorizonAstro)=1.01\,mm$ d'où $|\alpha_1|=\left|\arctan(\frac{(1.01)}{100})\right|=0.58°$

Longueur $(MontBlanc\,,HorizonAstro)=0.66\text{mm}$ d'où $|\alpha_2|=\left|\arctan(\frac{(0.66)}{100})\right|=0.38\,°$

Calcul de δ_ϕ :

D'après la photo on voit que $\delta_\phi=\alpha_1+\alpha_2$ d'où $\delta_\phi=0.58+0.38$

soit un angle vertical mesuré sur la photo : $\boxed{\delta_\phi=0.96\,°\pm 0.26°}$

Détermination de l'angle vertical δ_s de visée théorique entre ChapelleStBonnet et MontBlanc sur une Terre sphérique

Grâce à la construction geogebra de ma confection https://ggbm.at/QPuJYTYH on peut connaître l'angle vertical attendu δ_s .

La construction donne $\delta_s=0.0117550746\,rad$ soit $\boxed{\delta_s=0.67\,°}$.

On pouvait rêver un peu mieux comme résultats entre la valeur mesurée et la valeur théorique d'une

Terre sphérique qui affichent une différence de $0.17°$

Calcul de l'angle vertical ϵ_p de visée entre ChapelleStBonnet et MontBlanc sur une terre plate

Calcul des élévations respectives, α_1 et α_2 , de ChapelleStBonnet et MontBlanc

On appelle élévation d'un point sur Terre l'angle α entre l'horizon astronomique du lieu d'observation et la droite reliant l'observateur au point visé.

On a $\alpha = artan(\frac{alt - alt_0}{D})$ avec alt_0 l'altitude en mètres de l'observateur ; alt l'altitude en mètres du point visé et D la distance en mètres séparant l'observateur du point visé.

On a donc $\alpha_1 = artan(\frac{alt_1 - alt_0}{D_1})$ avec $alt_1 = 680\, m$, $alt_0 = 690\, m$ et $D_1 = 3660\, m$ d'où

$$\boxed{\alpha_1 = artan(\frac{680-690}{3660}) = --0.16°}$$

et $\alpha_2 = artan(\frac{alt_2 - alt_0}{D_2})$ avec $alt_2 = 4808\, m$, e $alt_0 = 690\, m$ t $D_2 = 180040\, m$ d'où

$$\boxed{\alpha_2 = artan(\frac{4808-690}{180040}) = 1.31°}$$

Calcul de ϵ_p

On $\epsilon_p = \alpha_2 - \alpha_1 = 1.31 + 0.16$ soit $\boxed{\delta_p = 1.47°}$

Conclusion

La valeur mesurée $\delta_\phi = 0.67° \pm 0.43°$ de l'angle vertical de visée entre un point à 3.6 km et le Mont Blanc à 180 km est comme on s'y attendait plus petit que la valeur $\delta_p = 1.47°$ calculée à partir d'une hypothèse de terre plate. Cette différence de $0.80°$ est 2 fois plus importante que la valeur de l'incertitude, on peut donc conclure que :

j'ai mesuré la courbure de la Terre grâce à mon APN et je trouve une dépression "platiste" sur 180 km de $0.80° \pm 0.43°$

Annexe

Avec cet angle de dépression il est théoriquement possible de calculer le rayon de la Terre sphérique.