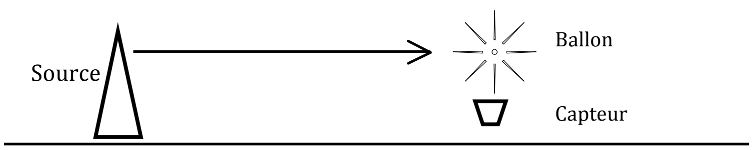
Recherche de l'expression mathématique de la lumière incidente sur un capteur

<u>But de l'installation :</u>
Mesurer un indice de la qualité de l'air par l'atténuation d'un rayon lumineux traversant l'atmosphère.

<u>Description de l'installation :</u>
Une source de lumière est disposée sur un bâtiment. Cette source est orientée vers un capteur de type photodiode mesurant l'intensité lumineuse reçue. Le volume décrit par le trajet de la lumière est la cellule de mesure. Le récepteur mesure la lumière ayant parcouru l'atmosphère, le quotient entre l'intensité lumineuse mesurée et l'intensité lumineuse produite donne la transmission. La transmission dépend de la concentration en polluant dans l'atmopshère.

Afin de produire un montage expérimental pouvant être vu par le public, inquiet du bon état de l'atmosphère qu'il respire quelques fois, une sphère semi transparente est placée entre le récepteur et la source de lumière. La fonction de cette sphère est de diffuser l'intensité lumineuse de la source dans toutes les directions de l'espace, ce qui permet de voir la sphère en tout point dans la ville. Cette sphère (ou ballon) est suspendue dans l'air à environ 150 mètres du sol. Le capteur de type photodiode est placé sous la sphère.

<u>Schématisation de l'installation :</u>



Ici, la source est placée à gauche du schéma, le rayon lumineux se déplace de la gauche vers la droite. Il traverse l'atmosphère de la ville, puis est diffusé par le ballon maintenu en hauteur. Le capteur, placé en dessous de la sphère, ne capte par conséquent qu'une fraction de la lumière diffusée.

<u>Descriptif de la problématique :</u>
Afin de dimensionner les caractéristiques de la source de lumière, de la sphère et du capteur, nous produisons un modèle mathématique de la transmission en fonction des caractéristiques physiques du dispositif :

Expression de la transmission : (considérant la sphère comme un point)

$$\frac{I_{mesurée}}{I_{source}} = \left(e^{-\sigma_{ext}^{linéique} \times L_{trajet}}\right) \times \frac{\pi \frac{d_{ballon}^2}{4}}{\pi \times \left(\tan(\theta) \times L_{trajet}\right)^2} \times \frac{S_{capteur}}{4\pi \times d_{ballon/capteur}^2}$$

La transmission (intensité lumineuse mesurée par le capteur divisée par l'intensité lumineuse produite de la source) dépend de trois termes :

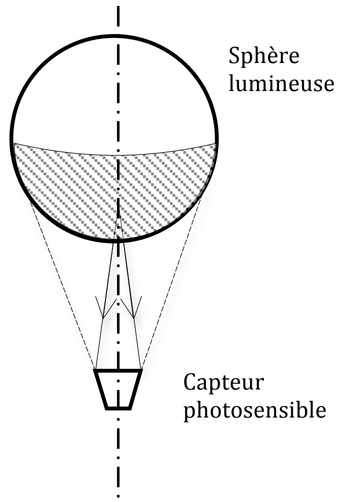
- le premier terme : $\left(e^{-\sigma_{ext}^{linéique} \times L_{trajet}}\right)$ exprime l'atténuation du rayon lumineux entre la source et la sphère. Ce terme est composé du coefficient d'extinction linéique multiplié par la distance entre la source et la sphère. Ce terme contient l'information sur l'état de l'atmosphère.
- Le second terme $\frac{\pi \frac{d_{ballon}^2}{4}}{\pi \times \left(\tan(\theta) \times L_{trajet}\right)^2}$ exprime la fraction de la lumière interceptée par la sphère en tenant compte de la divergence du rayon produit par la source (θ étant l'angle de divergence). Il est nécessaire de garder une certaine divergence du faisceau afin que la sphère soit toujours éclairée. En effet, celle ci est suspendue par un ballon susceptible de se déplacer au gré du vent.
- Le troisième terme $\frac{S_{capteur}}{4\pi \times d_{ballon/capteur}^2}$ exprime la fraction de la lumière interceptée par le capteur. Il s'agit ici de l'expression de l'angle solide provenant de la sphère considérée comme un point.

L'expression de ce troisième terme demande encore réflexion. Cependant la demande a évoluée entre temps. Il est nécessaire désormais de considérer la sphère non plus comme un point (et donc de considérer un angle solide) mais de considérer la sphère comme une surface sphérique lumineuse.

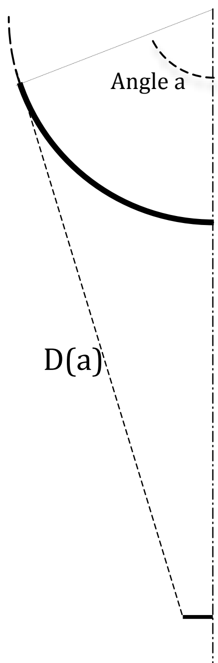
Ainsi, je fais donc appel à vous afin de produire une expression de ce troisième terme en tenant compte des faits suivants :

- La diffusion de la lumière par la sphère est supposée homogène suivant la direction de diffusion.
- Le capteur est placé à une distance environ égale à trois diamètres de la sphère, par conséquence, le capteur mesure la lumière diffusée par une partie de la demie sphère.
- Le capteur est un élément solide, possédant une surface photosensible d'une certaine surface qui n'est pas assimilable à un point. Il est envisagé de disposer entre la sphère et le capteur, une lentille ayant pour objectif de focaliser la lumière d'une certaine surface sur la surface photosensible du capteur, afin de recueillir plus de lumière.

Nous pensons qu'il serait plus facile de considérer la surface de la sphère comme étant la juxtaposition d'éléments de surface infinitésimaux, auxquels nous associons à chacun d'eux un terme de diffusion. A partir de cela, pour une surface de capteur donné, nous cherchons l'expression de la somme des angles solides associés aux surfaces élémentaires composant la surface de la sphère visible depuis le capteur.



De plus, en pensant pouvoir considérer une symétrie de révolution au tour de l'axe traversant le centre du capteur et le centre de la sphère, notre problème se simplifie suivant cette schématisation :
Il s'agit maintenant de trouver l'expression de D(a) qui est la longueur entre un point à surface de la sphère et le capteur en fonction de l'angle a.



Pour ensuite l'injecter dans l'expression d'un angle

$$\frac{I_{mesurée}}{I_{source}} = \left(e^{-\sigma_{ext}^{linéique} \times L_{trajet}}\right) \times \frac{\pi \frac{d_{ballon}^2}{4}}{\pi \times \left(\tan(\theta) \times L_{trajet}\right)^2} \times \frac{S_{capteur}}{4\pi \times D^2(a,\varphi)}$$

Avec φ étant l'angle autour de l'axe de symétrie.

Voilà l'énoncé de mon problème. Ne sachant pas comment aborder la transcription mathématique de la lumière captée par la photodiode, je vous demande si vous connaitriez un méthode permettant de résoudre mon problème.

Bien respectueusement

Princess666667