

Terminale professionnelle

Mathématiques

Sommaire

DEVOIR 01.....	3
DEVOIR 02.....	9
DEVOIR 03.....	11
DEVOIR 04 TYPE BAC PRO.....	15

2-08702-DV-PA-01-14

Les cours du Cned sont strictement réservés à l'usage privé de leurs destinataires et ne sont pas destinés à une utilisation collective. Les personnes qui s'en serviraient pour d'autres usages, qui en feraient une reproduction intégrale ou partielle, une traduction sans le consentement du Cned, s'exposeraient à des poursuites judiciaires et aux sanctions pénales prévues par le Code de la propriété intellectuelle.

Les reproductions par reprographie de livres et de périodiques protégés contenues dans cet ouvrage sont effectuées par le Cned avec l'autorisation du Centre français d'exploitation du droit de copie (20 rue des Grands Augustins - 75006 PARIS).

Imprimerie de l'Institut Cned de Lyon - Directeur de la publication : Serge BERGAMELLI

Dépôt légal 2015 - Numéro de publication : 8702-D1/1

DEVOIR 01

Séquences traitées pour le devoir 01 :

- Statistiques à deux variables
- Probabilité

Objectifs et compétences :

- Savoir utiliser les logiciels Sinequanon et la calculette.
- Savoir ajuster un nuage de points par une droite.
- Savoir déterminer graphiquement et algébriquement une valeur prévisionnelle.
- Avoir un esprit critique pour comparer des grandeurs et donner des conclusions pertinentes.
- Savoir calculer des probabilités et compléter un arbre des probabilités.
- Connaître l'intersection et la réunion de deux ensembles.

Temps estimé pour la réalisation du devoir : 2 heures

PREMIÈRE PARTIE (20 points)

STATISTIQUE À DEUX VARIABLES

En 2006, une entreprise fait un gros effort sur l'isolation de ses locaux afin de réduire ses factures de chauffage et de climatisation sachant que depuis 1999 cette entreprise est en expansion et que son activité augmente régulièrement.

Le coût annuel d'énergie consommée, gaz pour le chauffage et électricité pour la climatisation, est donné en k€ (1 k€ = 1 kilo euros = 1 000 €).

Les coûts calculés tiennent compte des fluctuations (hausse et baisse) du prix du kWh (kilo watt heure) pour que la comparaison soit possible.

Le bureau d'étude de l'entreprise donne les deux tableaux suivants :

Avant isolation

Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Coût en k€ (y_i)	9,1	9,4	9,3	10,1	10,5	10,9	11,1

Après isolation

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang (x_i)	1	2	3	4	5	6	7
Coût en k€ (y_i)	7,5	7,5	7,8	7,9	8,1	8,2	8,4

1. Représenter les deux nuages de points en utilisant deux couleurs différentes dans le même repère donné en annexe.

2. Déterminer pour la série statistique avant isolation le point moyen G_1 puis placer ce point dans le repère ; placer après calculs le point G_2 pour la série statistique après isolation. Pour calculer les points moyens, utiliser les rangs et pas les années. Donner les valeurs de \bar{x} et \bar{y} à 0,1 près.

3. Peut-on faire pour les deux nuages de points un ajustement affine ? Justifier.
4. Déterminer les deux équations des droites D_1 pour la série avant isolation et D_2 pour la série après isolation en donnant les valeurs de a et b à 10^{-3} près en utilisant les rangs et non les années. Vous pouvez utiliser la calculatrice en utilisant les fiches du cours pour la programmer ou le logiciel Sinequanon.
- Pour la série avant isolation, l'équation de la droite D_1 est : $y = 0,36x + 8,6$.
 Pour la série après isolation, l'équation de la droite D_2 est : $y = 0,16x + 7,29$.
5. Tracer dans le repère précédent ces deux droites en indiquant le calcul de vos points en **utilisant les équations données et non celles que vous avez déterminées au 4**).
6. Déterminer graphiquement, en laissant apparent les traits de construction, pour la série avant isolation le coût en € d'énergie qu'aurait dépensé l'entreprise en 2006 en utilisant le repère de la question 1 de l'annexe. Vérifier algébriquement le résultat.
7. Déterminer graphiquement, en laissant apparent les traits de construction, pour la série après isolation le coût en € d'énergie prévisible en 2013 puis en 2014 en utilisant le repère de la question 1 de l'annexe. Vérifier algébriquement les résultats.
8. Calculer les coûts prévisibles en 2013 et 2014 si l'entreprise n'avait pas isolé ses locaux et conclure.

DEUXIÈME PARTIE (20 points)

PROBABILITÉ

Dans un restaurant, on propose deux plats du jour, un à base de viande et un à base de poisson. Pour accompagner ces deux plats, on a le choix entre des frites ou des haricots verts.

En général, 68 % des clients choisissent la viande et parmi ces clients 85 % prennent des frites.

Parmi ceux qui choisissent le poisson 62 % prennent des haricots verts.

Soient les événements suivants :

- V : un client pris au hasard choisit la viande
- P : un client pris au hasard choisit le poisson
- F : un client pris au hasard choisit les frites
- H : un client pris au hasard choisit les haricots

1. Compléter l'arbre des probabilités donné en annexe. Calculer les probabilités en bout d'arbre des événements (par exemple pour la première branche : $p(V \cap F)$).
2. Décrire l'événement $P \cap F$ par une phrase puis calculer sa probabilité.
3. Décrire l'événement $V \cap H$ par une phrase puis calculer sa probabilité.
4. Calculer la probabilité que le client prenne des frites.

Le restaurateur possède deux caisses enregistreuses. La probabilité que la caisse A tombe en panne est de 2,5 % ; la probabilité que la caisse B tombe en panne est de 3 %.

5. Calculer la probabilité que les deux caisses tombent en panne en même temps, donner la probabilité en %.
- Pour le service, le restaurant possède trois couleurs de serviettes, 100 blanches, 100 jaunes et 50 jaunes et blanches.

Toutes les serviettes sont lavées en même temps puis placées après séchage dans un grand sac.

Une personne s'occupe du repassage et sort au hasard une serviette du sac.

- On note A l'événement : la serviette tirée au hasard est blanche
- On note B l'événement : la serviette tirée au hasard est jaune
- On note C l'événement : la serviette tirée au hasard est bicolore (deux couleurs)
- On note D l'événement : la serviette tirée au hasard est unicolore (une seule couleur)

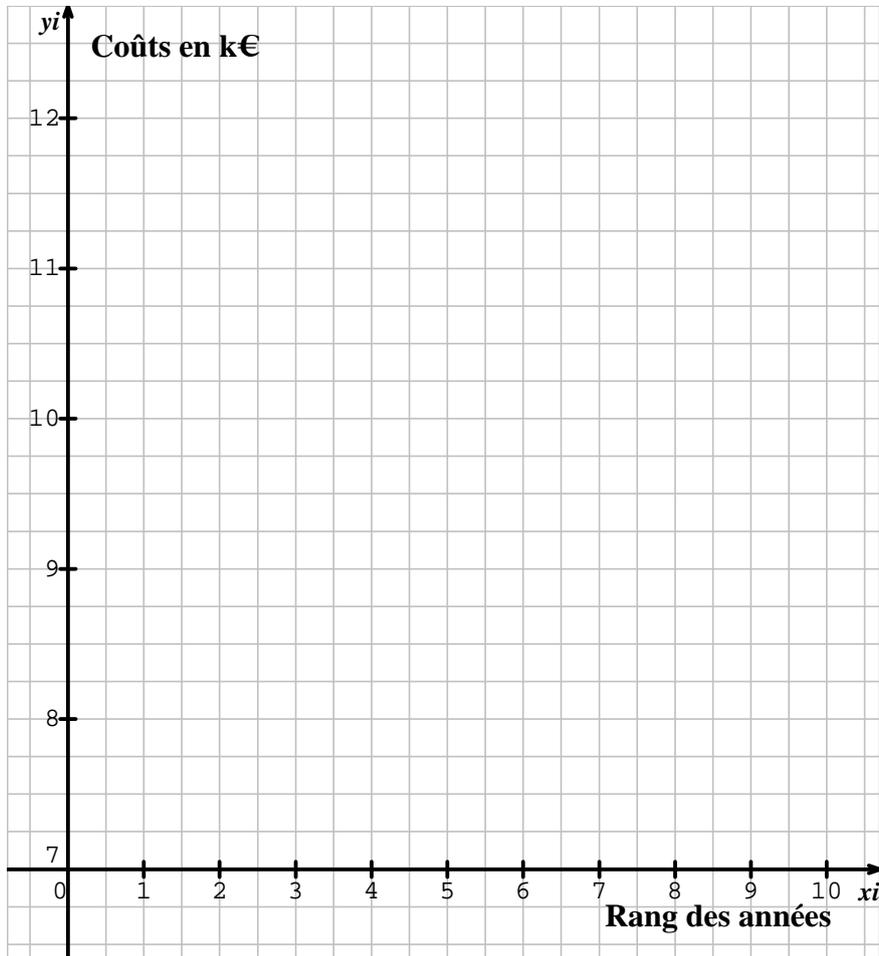
6. Calculer sous forme de fraction irréductible les probabilités de tous les événements décrits.
7. Décrire l'événement $A \cup B$ par une phrase puis calculer sa probabilité.
8. Décrire l'événement $C \cup D$ par une phrase puis calculer sa probabilité.

NOM :

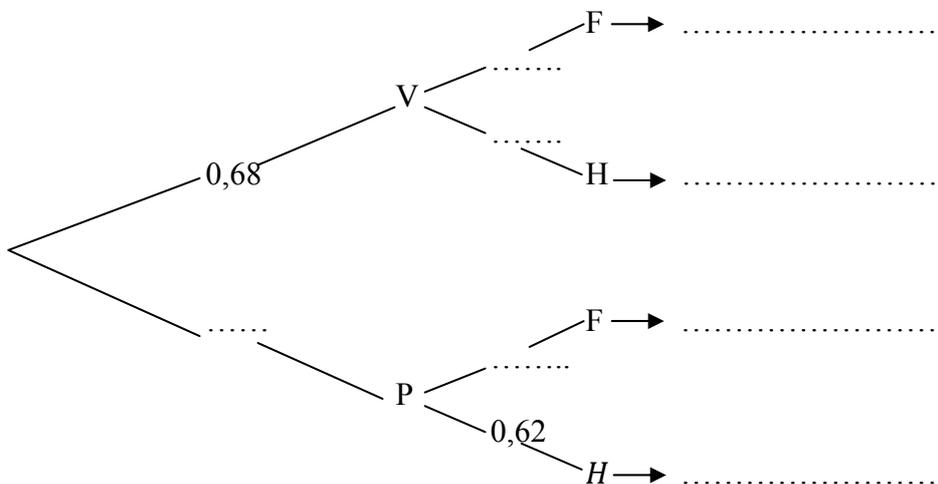
Indicatif :

Annexe 1 à découper et à joindre à la copie.

PREMIÈRE PARTIE : question 1



DEUXIÈME PARTIE : question 1



DEVOIR 02

Séquences traitées pour le devoir 02 :

- Suites numériques
- Logarithmes

Objectifs et compétences :

- Savoir calculer une valeur à partir d'une expression algébrique.
- Savoir reconnaître la nature d'une suite, puis déterminer son premier terme et sa raison.
- Savoir calculer un terme de rang n .
- Savoir calculer la somme des n premiers termes d'une suite.
- Savoir résoudre une équation simple du premier degré.
- Savoir résoudre une équation exponentielle avec les logarithmes.
- Avoir l'esprit critique.

Temps estimé pour la réalisation du devoir : 2 heures

DEVOIR (20 points)

Le propriétaire d'un magasin de vêtement souhaite acheter un local pour entreposer son stock. Il trouve un hangar proche de son magasin. Pour acheter ce local il faut qu'il emprunte la somme de 50 000 €. Après une étude de la situation son comptable conclut que l'investissement est possible si les mensualités de remboursement n'excèdent pas 600 € sur 10 ans.

Le propriétaire se rend chez son banquier et obtient le prêt suivant :

- capital emprunté : 50 000 €
- taux mensuel 0,5 %
- durée d'emprunt : 10 ans
- remboursement par mensualités constantes.

REMARQUE

Pour le calcul du tableau d'amortissement, on ne tient pas compte des assurances liées au prêt ainsi que des frais de dossiers.

1. Calculer au cent près le montant de la mensualité de remboursement.

Formule :
$$a = \frac{V_0 \times t}{1 - (1 + t)^{-n}}$$

V_0 : capital emprunté ; t : taux périodique ; n : nombre d'annuité remboursement ; a : annuité

Aide : t est un taux mensuel donc n doit être en mois (convertir les 10 ans en mois)

2. Le propriétaire peut-il contracter l'emprunt ?

Le banquier lui donne à l'issue de l'entretien un tableau d'amortissement simulant l'emprunt. En voici les 4 premières lignes :

	A	B	C	D
	Capital restant dû D en €	Intérêt i en €	Amortissement A en €	Mensualité a en €
1				
2	50 000,00	250,00	305,10	555,10
3	49 694,90	248,47	306,63	555,10
4	49 388,27	246,94	308,16	555,10
5	49 080,11	245,40	309,70	555,10

La méthode pour dresser un tableau d'amortissement est la suivante :

- La mensualité est constante, on a donc toujours la même valeur dans la colonne D, celle de la mensualité calculée au 1).
- On calcule le montant des intérêts pour le premier mois : $i_1 = D_1 \times t = 50\,000 \times 0,005 = 250 \text{ €}$
- On calcule alors la partie de la mensualité qui sert à rembourser l'emprunt, c'est l'amortissement : $A_1 = a - i_1 = 555,10 - 250 = 305,10 \text{ €}$
- On calcule alors le capital restant dû après ce premier remboursement : $D_2 = D_1 - A_1 = 50\,000 - 305,10 = 49\,694,90 \text{ €}$

On continue ainsi en calculant $i_2 = D_2 \times 0,005$ puis $A_2 = a - i_2$ puis D_3 etc.

3. En vous aidant du tableau, calculer i_5 puis A_5 .

4. Montrer que les amortissements successifs forment une suite dont on donnera la nature (arithmétique ou géométrique), le premier terme et la raison.

On note u_1 le premier amortissement, u_2 le deuxième amortissement, ..., u_n le n ème amortissement.

5. Montrer que : $u_n = 305,10 \times 1,005^{n-1}$

6. En utilisant la formule donnée au 5) calculer la valeur de l'amortissement au bout de 5 ans de remboursement et montrer que l'intérêt est de 145,61 €

7. Calculer le capital restant dû au bout de 5 ans en utilisant la valeur de l'intérêt donnée au 6). A-t-on remboursé la moitié de l'emprunt ?

8. Calculer la somme des amortissements sur la durée totale de l'emprunt (arrondir à l'euro près). Que remarquez-vous ?

Rappel :
$$S_n = u_1 \times \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

9. Calculer au bout de combien de mensualités l'amortissement est de 430,43 €

Aide : résoudre $430,43 = 305,1 \times 1,005^{n-1}$

Montrer que cet amortissement correspond au moment où la moitié du capital emprunté est remboursé.

Calculer i puis D pour le montrer.

DEVOIR 03

Séquences traitées pour le devoir 03 :

- Variation d'une fonction
- Dérivation

Objectifs et compétences :

- Savoir calculer une valeur à partir d'une expression algébrique.
- Savoir reconnaître une fonction carrée et connaître ses propriétés.
- Savoir calculer une fonction dérivée et en connaître la signification.
- Savoir remplir un tableau de variation.
- Savoir résoudre une équation du second degré.
- Savoir résoudre une équation du premier degré.
- Avoir l'esprit critique.

Temps estimé pour la réalisation du devoir : 2 heures

PREMIÈRE PARTIE (20 points)

ÉTUDE DU COÛT ET DE LA RECETTE

Une entreprise désire commercialiser un nouveau produit. Le bureau d'étude donne les résultats suivants :

- Coût de production pour n articles : $C(n) = 0,1n^2 - 60n + 10\,000$
- Prix de vente conseillé : 10 €
- Quantité de production préconisée : entre 100 et 500 articles par jour.

1. Calculer les coûts de production pour 200, 250, 350 et 400 articles.
2. D'après les valeurs obtenues peut-on affirmer que pour un nombre d'articles on aura un coût minimum ? Si oui donner l'intervalle le plus précis possible en fonction des calculs du 1) comprenant ce coût minimum.
3. Quelle méthode infallible permet de déterminer l'extremum d'une fonction ?
On assimile l'expression du coût à une fonction de la forme $f(x) = 0,1x^2 - 60x + 10\,000$ sur $[100 ; 500]$.
4. Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f .
5. Résoudre l'équation $f'(x) = 0$, en déduire pour quelle valeur de x la fonction f admet un minimum. Comparer avec l'intervalle défini au 2.
6. Compléter le tableau de variation et le tableau de valeurs donnés en annexe.
7. Tracer la courbe représentative de la fonction f .
On appelle recette la somme récupérée par la vente de n articles.
8. Le prix de vente conseillé pour un article étant de 10 €, donner l'expression de la recette $R(n)$ en fonction du nombre n d'articles.
On assimile l'expression de la recette à une fonction de la forme $g(x) = 10x$ sur $[100 ; 500]$.
9. Quelle sorte de fonction est g ? Quelle est sa représentation graphique ?
10. Après avoir calculé $g(100)$ et $g(500)$, tracer dans le même repère que celui de la fonction f la fonction g .

11. Déterminer graphiquement pour quelle(s) valeur(s) de x , $f(x) = g(x)$.

12. Résoudre $0,1x^2 - 60x + 10\,000 = 10x$ et vérifier les valeurs du 11.

DEUXIÈME PARTIE (20 points)

ÉTUDE DU BÉNÉFICE

Pour calculer un bénéfice, on effectue la différence entre la recette et le coût de production.

$$\mathbf{B(n) = R(n) - C(n)}$$

1. Recherche graphique du bénéfice maximum.

En utilisant les deux courbes tracées en annexe déterminer avec une règle la valeur de x pour laquelle on a un écart maximum entre la courbe représentative de g et celle de f (g étant au-dessus de f). Indiquer sur le graphique par une flèche cet écart puis indiquer sur la copie le nombre d'articles et la valeur du bénéfice maximum.

2. Recherche algébrique du bénéfice maximum.

a. Montrer que l'expression du bénéfice est : $B(n) = -0,1n^2 + 70n - 10\,000$

On assimile l'expression du bénéfice à la fonction h définie sur $[100 ; 500]$ par :

$$\mathbf{h(x) = -0,1x^2 + 70x - 10\,000}$$

b. Calculer la fonction dérivée h' de la fonction h .

c. Résoudre $h'(x) = 0$ et en déduire la valeur de x pour laquelle le bénéfice est maximum.

d. Comparer la valeur obtenue au c. avec celle obtenue graphiquement.

e. Calculer la valeur du bénéfice maximum.

NOM :

Indicatif :

Annexe 1 à découper et à joindre à la copie.

PREMIÈRE PARTIE : question 6

Tableau de variation de la fonction f

x	100	500
Signe de f'			
Variation de f			

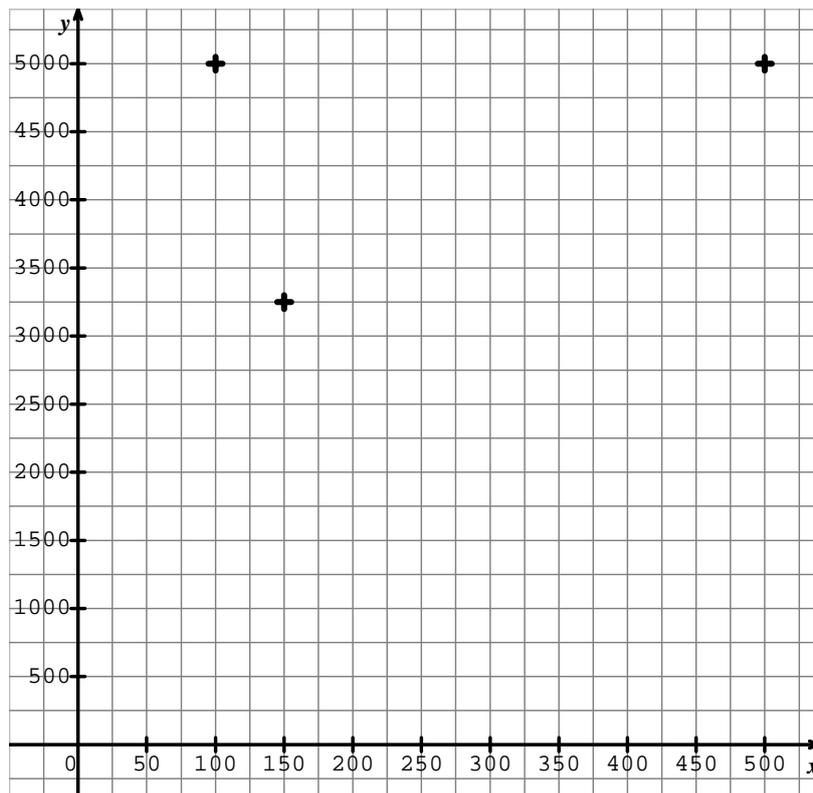
Tableau de valeurs de la fonction f

x	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$f(x)$	5 000	3 250							5 000

PREMIÈRE PARTIE : questions 7 et 10

DEUXIÈME PARTIE : question 1

Courbes représentatives de f et g et détermination du bénéfice maximum



DEVOIR 04 TYPE BAC PRO

Séquences traitées pour le devoir :

- Statistiques à deux variables
- Probabilité
- Fonctions logarithmes
- Variation de fonctions
- La dérivation

Objectifs et compétences :

- Savoir utiliser un tableur
- Savoir interpréter des résultats donnés par un tableur.
- Savoir ajuster un nuage de points et utiliser l'équation d'ajustement.
- Savoir calculer un terme de rang n d'une suite.
- Savoir calculer une dérivée, étudier son signe et en déduire la variation d'une fonction.
- Savoir résoudre une équation du premier degré.
- Savoir calculer la probabilité de l'union de deux événements
- Avoir l'esprit critique.

Temps estimé pour la réalisation du devoir : 1 heure

Le sujet type Bac se présente sous la forme de 3 exercices, dont 1 comporte l'utilisation des TIC, un autre est sous forme de QCM et un troisième de forme « classique ».

6 points sont réservés théoriquement au TIC et à l'appel de l'examineur, on ne peut évidemment pas réaliser cet appel mais le sujet est fait en sorte que le correcteur pourra apprécier l'utilisation du logiciel.

Exercice 1 : (10 points)

La mairie d'une ville envisagera de construire une crèche supplémentaire dès que le nombre de demandes dépassera 80.

Actuellement la ville possède 3 crèches dont la capacité d'accueil est de 25 enfants par crèche.

Afin de prévoir le budget de la construction, la ville fait une étude sur l'évolution de la fréquentation des trois crèches depuis 5 ans.

Les résultats sont les suivants :

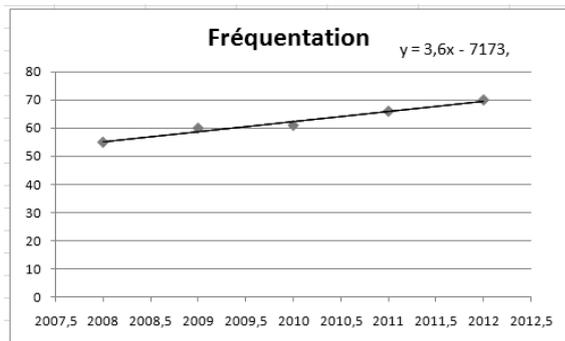
Années	2008	2009	2010	2011	2012
Fréquentation	55	60	61	66	70

1. Ouvrir le logiciel EXCEL ou OPENCALC et entrer les valeurs comme suit :

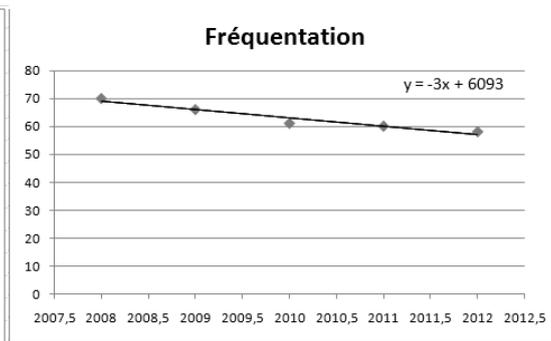
	A	B
1	Années	Fréquentation
2	2008	55
3	2009	60
4	2010	61
5	2011	66
6	2012	70
7		

Sélectionner le tableau et tracer le nuage de points, faire un clic droit sur un des points puis sélectionner « ajouter une courbe de tendance », choisir « linéaire » et « afficher l'équation sur le graphique ».

Indiquer parmi les graphiques suivants celui que vous avez obtenu :



Graphique 1



Graphique 2

2. Relever l'équation d'ajustement affine.

On va utiliser le logiciel pour déterminer en quelle année la mairie doit construire la crèche.

3. Justifier l'expression entrée en B2 puis compléter le tableau de l'annexe après avoir fait la simulation sur Excel.

B2		fx = 3,6*A2-7173		
	A	B	C	D
1	Années	Fréquentation		
2	2008	55,8		
3	2009			
4	2010			

4. Conclure en utilisant les résultats du tableau de l'annexe.

Exercice 2 : (4 points)

Pour chacune des questions de cet exercice, indiquer sur la copie la lettre correspondant à la réponse exacte. N'oubliez pas de justifier certaines réponses lorsqu'on le demande.

2.1 Les trois premiers termes d'une suite géométrique sont : 1 296 ; 216 ; 36.

Le quatrième terme est : a. 12 b. 8 c. 6

Justifier le choix fait.

2.2 Soient deux événements A et B, on donne $p(A) = 0,6$; $p(B) = 0,8$ et $p(A \cap B) = 0,5$.

La probabilité de l'union des deux événements $p(A \cup B)$ est égale à :

a. 1,4 b. 0,9 c. 1,9

Justifier le choix fait.

2.3 Soit la fonction f définie sur $[5 ; 20]$ par $f(x) = \ln(x) - 20$.

2.3.1 La fonction f est :

a. croissante b. décroissante c. constante

2.3.2 L'image de 20 par la fonction f est :

a. -17 b. 0 c. 17

Exercice 3 : (6 points)

Le coût de fabrication d'une pièce utilisée en mécanique est donné par la relation :

$$C(n) = 2n + 500 \text{ avec } n \text{ compris entre } 100 \text{ et } 1\,000.$$

1. Calculer le coût pour 100 et 1 000 pièces.

On veut déterminer le coût unitaire, c'est-à-dire le coût de revient d'une pièce en fonction du nombre de pièces produites. On calcule le coût unitaire C_u en appliquant la formule : $C_u(n) = \frac{C_n}{n}$

2. Montrer que $C_u(n) = 2 + \frac{500}{n}$

On assimile l'expression du coût unitaire à la fonction f définie sur $[100 ; 1\,000]$ par : $f(x) = 2 + \frac{500}{x}$

3. Calculer la fonction dérivée f' de la fonction f .

4. Étudier le signe de la dérivée et en déduire le sens de variation de la fonction f .

5. Compléter le tableau de variation donné en annexe.

6. Calculer le nombre de pièces produites pour un coût de fabrication de 1 320 €, puis déterminer au cent près le coût unitaire.

NOM :

Indicatif :

*Annexe 1 à découper et à joindre à la copie.***EXERCICE 1 : question 3**

	A	B
1	Années	Fréquentation
2	2008	55,8
3	2009	59,4
4	2010	
5	2011	
6	2012	
7	2013	
8	2014	
9	2015	
10	2016	
11	2017	

EXERCICE 3 : question 5

x	100	1 000
Signe de f'		
Variation de f		

