A. Soit f la fonction $\frac{1-x^2}{2+x}$.

1) Etudier les variations

2) Démontrer que C admet un centre de symétrie

B. Soit Φ la fonction définie sur R par $\Phi(t)=\frac{1-\sin^2(t)}{2+\sin t}$.

1) Montrer que $\Phi(\pi-t)=\Phi(t)$. En déduire que l'on peut restreindre l'intervalle d'étude à $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

2) a) On pose $\alpha=\sqrt{3}-2$. Justifier l'existence et l'unicité de $t_0\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin(t_0)=\alpha$.

b) Montrer que Φ est croissante sur $\left[-\frac{\pi}{2};t_0\right]$ puis décroissante sur $\left[t_0;\frac{\pi}{2}\right]$.

c) Pour tout nombre réel t, prouver l'égalité $\Phi'(t)=f'(\sin t).\cos t$.