

Première partie

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x} \ln x$$

1 a. Calculer les limites en 0 et en $+\infty$ de la fonction u définie sur $]0 ; +\infty[$ par $u(x) = \frac{x-1}{x}$

b. En déduire les limites de la fonction f aux bornes de l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

2 a. Montrer que, pour tout nombre réel strictement positif :

$$f'(x) = \frac{1}{x^2} g(x) \quad \text{où} \quad g(x) = x - 1 + \ln x$$

b. Étudier les variations de la fonction g définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = x - 1 + \ln x$ et dresser son tableau de variation. (On ne demande pas de tracer la courbe, ni de déterminer les limites de la fonction g aux bornes de l'intervalle $]0 ; +\infty[$.)