

## Première partie

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x} \ln x$$

**1** a. Calculer les limites en 0 et en  $+\infty$  de la fonction  $u$  définie sur  $]0 ; +\infty[$  par  $u(x) = \frac{x-1}{x}$

b. En déduire les limites de la fonction  $f$  aux bornes de l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ .

**2** a. Montrer que, pour tout nombre réel strictement positif :

$$f'(x) = \frac{1}{x^2} g(x) \quad \text{où} \quad g(x) = x - 1 + \ln x$$

b. Étudier les variations de la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $]0 ; +\infty[$  par  $g(x) = x - 1 + \ln x$  et dresser son tableau de variation. (On ne demande pas de tracer la courbe, ni de déterminer les limites de la fonction  $g$  aux bornes de l'intervalle  $]0 ; +\infty[$ .)