Fourier Complexe : calcul de $\underline{C_n}$

Voilà au propre le problème qui m'amène à appeler au secours !

Soit un signal s(t) tel que $s(t) = E\sin(\omega t)$

Calcul de $\underline{C_n}$:

$$\underline{C_n} = \frac{2}{T}\int_{t0}^{t0+T} s(t)\, e^{-jn\omega t}\; dt \quad = \frac{2E}{T}\int_0^T \sin(\omega t)\, e^{-jn\omega t}\; dt$$

$$\underline{C_n} = \frac{2E}{T}\int_0^T \sin(\omega t)\,(\cos(-n\omega t) + j\sin(-n\omega t))\, dt$$

$$\underline{C_n} = \frac{2E}{T}\int_0^T \sin(\omega t)\cos(-n\omega t) + j\sin(\omega t)\sin(-n\omega t)\, dt$$

$$\underline{C_n} = \frac{E}{T}\int_0^T \sin((-n\omega+\omega)t) + \sin((-n\omega-\omega)t) + j(\cos((-n\omega-\omega)t) - \cos((-n\omega+\omega)t)\,)\, dt$$

$$\underline{C_n} = \frac{E}{T}\left[-\frac{1}{-n\omega+\omega}\cos((-n+1)\omega t) - \frac{1}{-n\omega-\omega}\cos((-n-1)\omega t) + j(\frac{1}{-n\omega-\omega}\sin((-n-1)\omega t) - \frac{1}{-n\omega+\omega}\sin((-n+1)\omega t)\right]_0^T$$

$$\underline{C_n} = \frac{E}{T}\,(\frac{-1}{-n\omega+\omega} - \frac{1}{-n\omega-\omega} - (\frac{-1}{-n\omega+\omega} - \frac{1}{-n\omega-\omega}))$$ **La partie imaginaire est nulle (sin (2 π n) = 0)**

$\underline{C_n}$ **= 0**

Donc $\underline{C_n}$ est nul pour toute valeur de n sauf n=1 (valeur exclue à cause du dénominateur –nw+w).

Il ne reste « plus » qu'à calculer $\underline{C_1}$.

$$\underline{C_1} = \frac{2E}{T}\int_0^T \sin(\omega t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

Je pense qu'il faut utiliser une double intégration par partie pour résoudre cette équation mais je tourne en rond.
Je n'arrive qu'à compliquer mon équation de départ…

Voilà la formule de l'intégration par partie :

$$\int_a^b f^{'}(t).g(t)\, dt = \left[f(t).g(t)\right]_a^b - \int_a^b f(t).g^{'}(t)\, dt$$

Un grand merci à ceux qui pourront me donner un coup de main.