Trouvez la série de Fourier pour la fonction.

$$f(x) = f(x) = \begin{cases} x+1, & -1 \le x < 0 \\ 1-x, & 0 \le x < 1 \end{cases}$$

f(x+2)=f(x)

Forme générale :

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Je pose donc :

$$a_0 = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)dx = \frac{1}{L}\left(\int_{-1}^{0}(x+1)dx + \int_{0}^{1}(1-x)dx\right)$$

Je trouve :

$$a_0 = 1$$

Ensuite je pose :

$$b_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx = \frac{1}{L}\left(\int_{-1}^{0}(x+1)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx + \int_{0}^{1}(1-x)\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx\right)$$

Je trouve :

$$\mathrm{b_n} = 0$$

Qu'on aurait pu déduire car en traçant le graphique on remarque que l'équation est paire

Je pose ensuite :

$$\mathrm{a_n} = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x)\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx = \frac{1}{L}\left(\int_{-1}^{0}(x+1)\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx + \int_{0}^{1}(1-x)\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)dx\right)$$

Je trouve ainsi :

$$a_n = \frac{2-2(-1)^n}{n^2\pi^2}$$

Me donnant ainsi :

$$f(x) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-2(-1)^n}{n^2\pi^2}\cos(n\pi x)$$

Hors le corrigé donne comme solution :

$$f(x) = \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(2n-1)\pi x}{(2n-1)^2}$$

Si j’utilise les valeurs test n=3 & x=2 pour vérifier les deux formules je n’obtiens pas la même chose je ne comprend pas ce que je fais de mal.