

$$f(x) = e^{x_1-1} - e^{-x_2+1} + (x_1 - x_2)^2$$

$$\nabla f(x) = \begin{pmatrix} e^{x_1-1} + 2x_1 - 2x_2 \\ -e^{-x_2+1} - 2x_1 + 2x_2 \end{pmatrix}$$

Initialisation :

$$H_0^{-1} = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Itération 1 :

$$d_0 = -H_0^{-1} \cdot \nabla f(x_0) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,368 \\ -2,718 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,368 \\ 2,718 \end{pmatrix}$$

$$\alpha_0 = 0,25 \text{ (recherche linéaire de Wolfe)}$$

$$x_1 = x_0 + \alpha_0 d_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + 0,25 \cdot \begin{pmatrix} -0,368 \\ 2,718 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,092 \\ 0,680 \end{pmatrix}$$

$$s_1 = x_1 - x_0 = \begin{pmatrix} -0,092 \\ 0,680 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,092 \\ 0,680 \end{pmatrix}$$

$$\bar{s}_1 = \alpha_1 s_1 = 0,25 \cdot \begin{pmatrix} -0,092 \\ 0,680 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,023 \\ 0,170 \end{pmatrix}$$

$$y_1 = \nabla f(x_1) - \nabla f(x_0) = \begin{pmatrix} -1,208 \\ 0,165 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,368 \\ -2,718 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,576 \\ 2,883 \end{pmatrix}$$

$$H_1^{-1} = \left(I - \frac{\bar{s}_1 y_1^T}{\bar{s}_1^T y_1} \right) H_0^{-1} \left(I - \frac{\bar{s}_1 y_1^T}{\bar{s}_1^T y_1} \right) + \left(\frac{\bar{s}_1 \bar{s}_1^T}{\bar{s}_1^T y_1} \right)$$

$$H_1^{-1} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{\begin{pmatrix} -0,023 \\ 0,170 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1,576 & 2,883 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -0,023 & 0,170 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1,576 \\ 2,883 \end{pmatrix}} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{\begin{pmatrix} -0,023 \\ 0,170 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1,576 & 2,883 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -0,023 & 0,170 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1,576 \\ 2,883 \end{pmatrix}} \right) + \left(\frac{\begin{pmatrix} -0,023 \\ 0,170 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,023 & 0,170 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} -0,023 & 0,170 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1,576 \\ 2,883 \end{pmatrix}} \right)$$

$$H_1^{-1} = \begin{pmatrix} 0,932 & 0,119 \\ 0,501 & 0,124 \end{pmatrix}$$

Itération 2 :

$$d_1 = -H_1^{-1} \cdot \nabla f(x_1) = \begin{pmatrix} -0,932 & -0,119 \\ -0,501 & -0,124 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1,208 \\ -0,166 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,106 \\ 0,585 \end{pmatrix}$$

$\alpha_1 = 1$ (recherche linéaire de Wolfe)

$$x_2 = x_1 + \alpha_1 d_1 = \begin{pmatrix} -0,092 \\ 0,680 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1,106 \\ 0,585 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,014 \\ 1,265 \end{pmatrix}$$

$$s_2 = x_2 - x_1 = \begin{pmatrix} 1,014 \\ 1,265 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0,092 \\ 0,680 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,106 \\ 0,585 \end{pmatrix}$$

$$\bar{s}_2 = \alpha_2 s_2 = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1,106 \\ 0,585 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,106 \\ 0,585 \end{pmatrix}$$

$$y_2 = \nabla f(x_2) - \nabla f(x_1) = \begin{pmatrix} 0,513 \\ -0,267 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1,208 \\ 0,165 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,721 \\ -0,432 \end{pmatrix}$$

$$H_2^{-1} = \left(I - \frac{\bar{s}_2 y_2^T}{\bar{s}_2^T y_2} \right) H_1^{-1} \left(I - \frac{\bar{s}_2 y_2^T}{\bar{s}_2^T y_2} \right) + \left(\frac{\bar{s}_2 \bar{s}_2^T}{\bar{s}_2^T y_2} \right)$$

$$H_2^{-1} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \frac{\begin{pmatrix} 1,106 \\ 0,585 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,721 & -0,432 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1,106 & 0,585 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,721 \\ -0,432 \end{pmatrix}} \right) \begin{pmatrix} 0,932 & 0,119 \\ 0,501 & 0,124 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ - \frac{\begin{pmatrix} 1,106 \\ 0,585 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,721 & -0,432 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1,106 & 0,585 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,721 \\ -0,432 \end{pmatrix}} \right) + \left(\frac{\begin{pmatrix} 1,106 \\ 0,585 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,106 & 0,585 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 1,106 & 0,585 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,721 \\ -0,432 \end{pmatrix}} \right)$$

$$H_2^{-1} = \begin{pmatrix} 0,730 & 0,413 \\ 0,348 & 0,291 \end{pmatrix}$$

Itération 3 :

Etc...