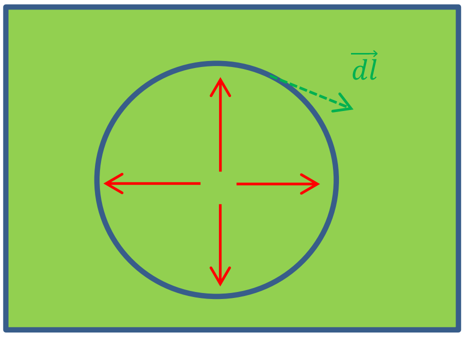
Rotationnel :

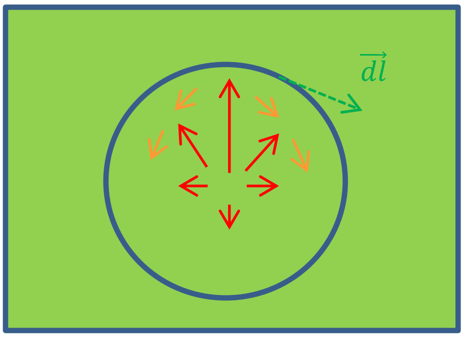
En 2D : On prend le cas simple d'un écoulement radial plan:

Dans le cas l'écoulement est constant dans toute les directions, le flux est tout le temps perpendiculaire à l'élément de longueur donc la somme continue du produit scalaire flux/élément de longueur est nul



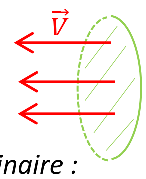
Dans le cas où le flux n'est plus constant dans toutes les directions :

Dans ce cas le flux résultant en orange n'est plus orthogonal à l'élément de longueur, et donc il existe bien un mouvement de rotation dans le fluide



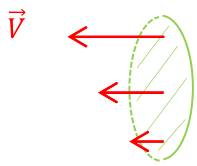
En 3D : On reprend la même conduite, on a tjrs $div\vec{V} = 0$ car le fluide est incompressible. Mais on s'intéresse maintenant à l'écoulement du fluide : laminaire ou turbulent :

Ecoulement laminaire :



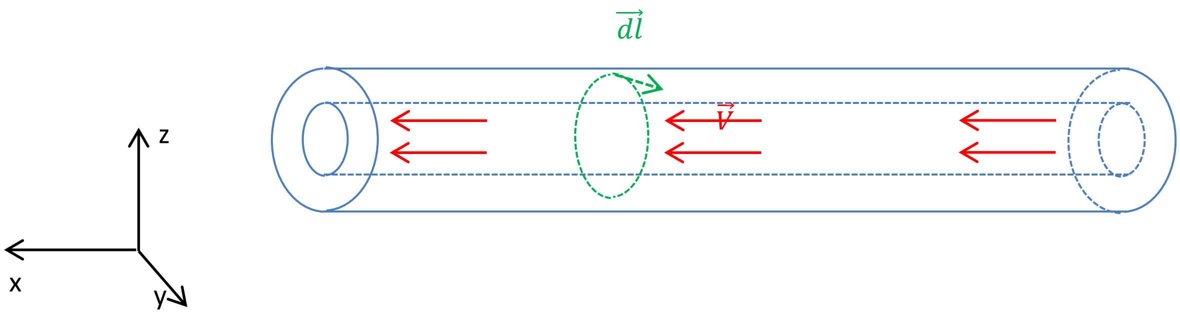
Cas laminaire :

Ecoulement turbulent :



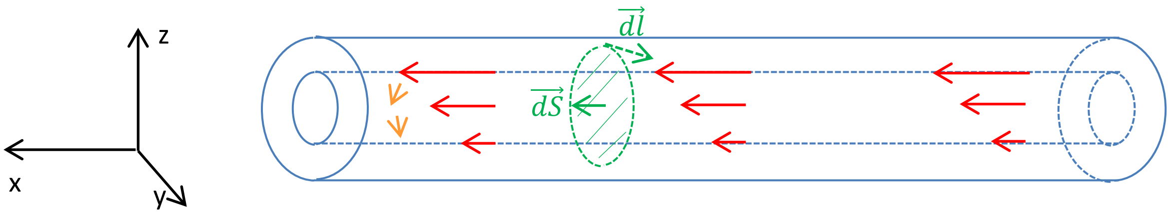
On appelle rotationnel : la variation du flux autour d'un axe (on se soucie des variations du flux sur le plan orthogonal à l'axe):

$$\overrightarrow{rot}\ \vec{V} = \begin{cases} \dfrac{\partial Vz}{\partial y} - \dfrac{\partial Vy}{\partial z} \\ \dfrac{\partial Vx}{\partial z} - \dfrac{\partial Vz}{\partial x} \\ \dfrac{\partial Vy}{\partial x} - \dfrac{\partial Vx}{\partial y} \end{cases} = 0$$



Cas turbulent :

$$\overrightarrow{rot\ V} = \begin{cases} \dfrac{\partial Vz}{\partial y} - \dfrac{\partial Vy}{\partial z} \\ \dfrac{\partial Vx}{\partial z} - \dfrac{\partial Vz}{\partial x} \\ \dfrac{\partial Vy}{\partial x} - \dfrac{\partial Vx}{\partial y} \end{cases} = \frac{\partial Vx}{\partial z} . \vec{y}$$



=>La circulation n'est pas nul car le flux résultant fait tourner le fluide autour de l'axe y

➔Donc maintenant on peut bien se représenter le théorème de Stockes : la somme continue du rotationnel du flux projeté sur la surface est égale à la somme du flux projeté sur le contour de la surface

$$\iint_S \overrightarrow{rotV} . \overrightarrow{dS} = \oint_C \vec{V} . \overrightarrow{dl}$$