

# ACCÉLÉRATION D'UN VÉHICULE

## 1 Bilan des actions mécaniques extérieures appliquées au véhicule

Frottements aérodynamiques :

☞ opposés au déplacement;

$$\text{☞ } F_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot V^2$$

Résistance au roulement :

☞ opposée au déplacement;

☞  $F_r = C^{te}$  (donnée constructeur) pour  $V \leq 90 \text{ km/h}$ ;

☞  $F_r = f(V^2)$  (approximation) pour  $V \geq 90 \text{ km/h}$ ;

☞ la connaissance de la vitesse maxi du véhicule permet d'évaluer la fonction  $F_r = f(V^2)$  (connaissance du maxi et tangence à  $F_r = C^{te}$  pour  $V = 90 \text{ km/h}$ ).

Résistance due à la pente :

☞ opposée au déplacement;

$$\text{☞ } F_p = m \cdot g \cdot \sin \alpha.$$

Force motrice du sol sur les roues :

☞ dans le sens du déplacement;

☞  $F_m = \eta \cdot \frac{2\pi}{L_R} \cdot \frac{C}{r_b \cdot r_p}$  avec  $\eta$  rendement de la transmission,  $L_R$  circonférence de roulement des pneumatiques,  $C$  couple moteur,  $r_b$  et  $r_p$  rapports de boîte et de pont;

☞ l'évolution du couple moteur en fonction du régime sera modélisée par une succession de fonctions du second ordre  $C_i = f(N^2)$  ou encore  $C_i = f(V^2)$  avec  $N = \frac{60 \cdot V}{L_R \cdot r_b \cdot r_p}$ .

## 2 Mise en équations

Le théorème de la résultante dynamique s'écrit  $F_m - F_a - F_r - F_p = m \cdot a$  qui donne une fonction différentielle de la forme  $\frac{dV}{dt} = -A \cdot V^2 + B \cdot V + C$  où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des coefficients déterminés par les grandeurs décrites ci-dessus. Cette équation différentielle a pour solution :

$$V = \frac{B}{2A} + \frac{\sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} \cdot \tanh \left[ \frac{\sqrt{B^2 + 4AC}}{2} \cdot (t + T) \right] \text{ avec } T \text{ dépendant des conditions initiales.}$$

## 3 Évaluation des coefficients

### 3.1 Résistance aérodynamique

On note  $F_a = -A_a \cdot V^2$  avec  $A_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x$

### 3.2 Résistance au roulement

Pour  $V \leq 90 \text{ km/h}$ , on note  $F_r = \frac{m \cdot k_r}{100} = C_r^1$ .

A la vitesse maxi  $V_M$  du véhicule :  $\eta \cdot P_M = P_a + P_r$  ou encore  $\eta \cdot P_M = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot V_M^3 + F_{rM} \cdot V_M$  soit

$$F_{rM} = \frac{\eta \cdot P_M}{V_M} - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot V_M^2.$$

Pour  $V \geq 90 \text{ km/h}$ , on note  $F_r = -A_r \cdot V^2 + B_r \cdot V + C_r$ . La courbe représentative de cette fonction passe par le point  $(V_M; F_{rM})$  et admet une tangente horizontale au point  $(V_{90}; \frac{m \cdot k_r}{100})$ . On en déduit

$$A_r = \frac{F_{rM} - \frac{m \cdot k_r}{100}}{(V_M - V_{90})^2} \quad B_r = -2 \cdot V_{90} \cdot A_r \text{ et } C_r = -V_{90}^2 \cdot A_r - V_{90} \cdot B_r + \frac{m \cdot k_r}{100}$$

on a, à la vitesse maxi

### 3.3 Résistance due à la pente

On note  $F_p = m \cdot g \cdot \sin \alpha = C_p$

<sup>1</sup> on considère  $g \approx 10 \text{ m/s}^2$

### 3.4 Force motrice

On exprime cette force sous la forme  $F_m = A_m \cdot V^2 + B_m \cdot V + C_m$  à partir du couple moteur. Pour cela, on modélise l'évolution du couple moteur en fonction du régime par deux paraboles successives respectivement situées avant et après le régime de couple maxi. Elles dépendent des points de fonctionnement du moteur à savoir  $(N_M; C_M)$  pour le couple maxi et  $(N_P; P_P = \frac{\pi}{30} \cdot C_P \cdot N_P)$  pour la puissance maxi. La première passe donc par les points  $(0; 0)$  et  $(N_M; C_M)$ , et admet une tangente horizontale en  $(N_M; C_M)$ . La seconde passe par les points  $(N_M; C_M)$  et  $(N_P; C_P)$ , et admet une tangente horizontale en  $(N_M; C_M)$ . Leurs équations sont donc :

$$\Rightarrow C = a \cdot N^2 + b \cdot N \text{ avec } a = -\frac{C_M}{N_M^2} \text{ et } b = -2 \cdot N_M \cdot a \text{ pour } N \leq N_M$$

$$\Rightarrow C = a \cdot N^2 + b \cdot N + c \text{ avec } a = -\frac{C_M - C_P}{(N_M - N_P)^2}, b = -2 \cdot N_M \cdot a \text{ et } c = C_M - N_M^2 \cdot a - N_M \cdot b$$

pour  $N \geq N_M$

Comme on a  $F_m = \eta \cdot \frac{2\pi}{L_R} \cdot \frac{C}{r_b \cdot r_p}$  et  $N = \frac{60 \cdot V}{L_R \cdot r_b \cdot r_p}$ , on arrive finalement à :

$$\Rightarrow F_m = A_m \cdot V^2 + B_m \cdot V \text{ avec } A_m = -\frac{C_M}{N_M^2} \cdot \frac{7200 \cdot \pi \cdot \eta}{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)^3} \text{ et } B_m = -\frac{(L_R \cdot r_b \cdot r_p) \cdot N_M}{30} \cdot A_m \text{ pour } N \leq N_M$$

$$\Rightarrow F_m = A_m \cdot V^2 + B_m \cdot V + C_m \text{ avec } A_m = -\frac{C_M - C_P}{(N_M - N_P)^2} \cdot \frac{7200 \cdot \pi \cdot \eta}{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)^3}, B_m = -\frac{(L_R \cdot r_b \cdot r_p) \cdot N_M}{30} \cdot A_m \text{ et}$$

$$C_m = -\frac{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)^2 \cdot N_M^2}{3600} \cdot A_m + \frac{2 \cdot \pi \cdot \eta}{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)} \cdot C_M \text{ pour } N \geq N_M$$

### 3.5 Équations finales

On arrive à :  $m \cdot a = \underbrace{\left( \overset{<0}{\widetilde{A}_m} - \overset{>0}{\widetilde{A}_a} - \overset{>0}{\widetilde{A}_r} \right)}_{<0} \cdot V^2 + \underbrace{\left( \overset{>0}{\widetilde{B}_m} - \overset{<0}{\widetilde{B}_r} \right)}_{>0} \cdot V + \underbrace{\left( \overset{>0}{\widetilde{C}_m} - \overset{>0}{\widetilde{C}_a} - \overset{>0}{\widetilde{C}_p} \right)}_{\neq 0}$  qu'on écrira plutôt

$$\frac{dV}{dt} = -A \cdot V^2 + B \cdot V + C \text{ avec } A = -\frac{A_m - A_a - A_r}{m}, B = -\frac{B_m - B_r}{m} \text{ et } C = \frac{C_m - C_a - C_p}{m}$$

Les coefficients  $A_m, B_m$  et  $C_m$  changent selon que le régime moteur est inférieur ou supérieur au régime de couple maxi. Les coefficients  $A_r, B_r$  et  $C_r$  changent selon que la vitesse véhicule est inférieure ou supérieure à 90 km/h. On obtiendra donc, pour chaque rapport de boîte, trois équations, définies sur trois domaines successifs, mais dont les représentations graphiques donneront une seule courbe partout dérivable (tangentes communes aux points de jonction).

## 4 Résolution des équations

L'équation différentielle précédente a pour solution  $V = \frac{B}{2A} + \frac{\sqrt{B^2 + 4AC}}{2A} \cdot \tanh \left[ \frac{\sqrt{B^2 + 4AC}}{2} \cdot (t + T) \right]$  où  $T$  dépend des conditions initiales. Le graphique ci-dessous donne l'allure de trois de ces fonctions successives (pour un même rapport de boîte donc).

On a  $T = \frac{2}{\sqrt{B^2 + 4AC}} \cdot \operatorname{arctanh} \left( \frac{2A \cdot V_i - B}{\sqrt{B^2 + 4AC}} \right) - t_i$  et la connaissance du couple  $(t_i; V_i)$  donne la valeur de  $T$ .

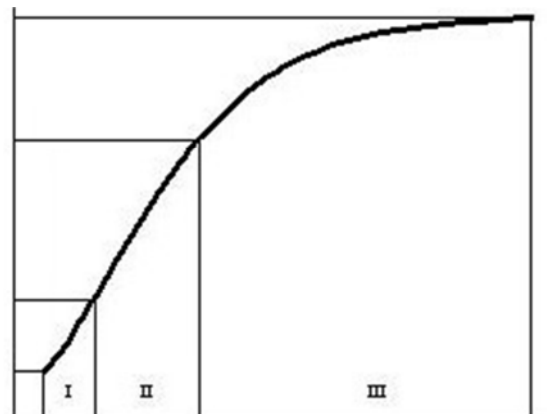
L'intervalle d'étude est donné par les valeurs de  $V$  suivantes :

vitesse au régime de puissance maxi + 1000 tr/min  $\frac{L_R \cdot r_b \cdot r_p}{60} \cdot (N_P + 1000)$

90 km/h 25 m/s

vitesse au régime de couple maxi  $\frac{L_R \cdot r_b \cdot r_p}{60} \cdot N_M$

vitesse au régime d'embrayage  $\frac{L_R \cdot r_b \cdot r_p}{60} \cdot 1000$



## 5 Tracé

Chaque rapport donne lieu à un tracé tel ci-dessus. Mais il reste à définir les plages d'utilisation réelles de ces rapports, autrement dit les positions respectives des courbes et leurs domaines de validité physique (plus restreints que précédemment). On fait donc les hypothèses suivantes :

- ☞ L'accélération du véhicule est constante dans la phase d'embrayage sur le premier rapport (démarrage du véhicule). De ce fait, la courbe représentative du premier rapport se situe de telle sorte que la tangente à son origine passe par le point (0; 0).
- ☞ La décélération du véhicule est constante dans les phases de changement de rapport (débrayage). Elle est déterminée à partir des valeurs des différentes résistances calculées à la vitesse du véhicule au début du débrayage.
- ☞ Il est nécessaire de préciser une durée  $D$  de passage des rapports, ainsi qu'un régime  $N_C$ , arbitraires. Ce régime permet de déterminer la limite du tracé du rapport, puis la décélération et la durée donnent l'origine du tracé du rapport suivant.

*rq : s'il est possible de déterminer une équation différentielle de la forme  $m \cdot a = -A \cdot V^2 + B \cdot V + C$  pour les phases de changement de rapport, la résolution de celle-ci n'apporte pas grand-chose. Par ailleurs, la détermination d'une décélération "moyenne" entre les vitesses de début et de fin de débrayage nécessiterait un calcul itératif compliqué à mettre en œuvre sous Excel.*

## 6 Accélération et déplacement

On obtient

$$\text{☞ par dérivation : } a = \frac{B^2 + 4AC}{4A \cdot \cosh^2 \left[ \frac{\sqrt{B^2 + 4AC}}{2} \cdot (t + T) \right]}$$

$$\text{☞ et par intégration : } x = \frac{B}{2A} \cdot t + \frac{1}{A} \cdot \ln \left[ \cosh \left( \frac{\sqrt{B^2 + 4AC}}{2} \cdot (t + T) \right) \right] + C^{te}$$

## 7 Bilan des paramètres :

$\rho$ : masse volumique de l'air ( $kg/m^3$ ) $S$ : surface du maître-couple ( $m^2$ ) $C_x$ : coeff. de traînée	$A_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x$
$m$ : masse du véhicule ( $kg$ ) $k_r$ : coeff. de résistance au roulement ( $kg/t$ )	$C_r = \frac{m \cdot k_r}{100}$ pour $V \leq 90 \text{ km/h}$
$\eta$ : rendement de la transmission $P_M$ : puissance maxi du moteur ( $kW$ ) $V_M$ : vitesse maxi du véhicule ( $km/h$ ) résistance au roulement à $V_M$ $F_{rM} : F_{rM} = \frac{\eta \cdot P_M}{V_M} - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot V_M^2$	$A_r = \frac{F_{rM} - \frac{m \cdot k_r}{100}}{(V_M - V_{90})^2}$ pour $V \geq 90 \text{ km/h}$ $B_r = -2 \cdot V_{90} \cdot A_r$ $C_r = -V_{90}^2 \cdot A_r - V_{90} \cdot B_r + \frac{m \cdot k_r}{100}$
$\alpha$ : pente ( $^\circ$ )	$C_p = m \cdot g \cdot \sin \alpha$
$L_R$ : circonférence de roulement des pneumatiques ( $m$ ) $r_b$ : rapport de boîte $r_p$ : rapport de pont $C_M$ : couple maxi du moteur ( $N \cdot m$ ) $N_M$ : régime au couple maxi ( $tr/min$ )	$A_m = -\frac{C_M}{N_M^2} \cdot \frac{7200 \cdot \pi \cdot \eta}{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)^3}$ $B_m = -\frac{(L_R \cdot r_b \cdot r_p) \cdot N_M}{30} \cdot A_m$ pour $V$ tel que $N \leq N_M$
$C_P$ : couple délivré par le moteur à la puissance maxi ( $N \cdot m$ ) $N_P$ : régime à la puissance maxi ( $tr/min$ ) $D$ : durée de passage des rapports ( $s$ ) $N_C$ : régime de passage des rapports ( $tr/min$ )	$A_m = -\frac{C_M - C_P}{(N_M - N_P)^2} \cdot \frac{7200 \cdot \pi \cdot \eta}{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)^3}$ $B_m = -\frac{(L_R \cdot r_b \cdot r_p) \cdot N_M}{30} \cdot A_m$ $C_m = -\frac{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)^2 \cdot N_M^2}{3600} \cdot A_m + \frac{2 \cdot \pi \cdot \eta}{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)} \cdot C_M$ pour $V$ tel que $N \geq N_M$

## 8 Exemple

Citroën Xsara 1.8i

$S = 1,99 \text{ m}^2$ ,  $C_x = 0,32$ ,  $m = 1150 \text{ kg}$ ,  $kr = 15 \text{ kg/t}$

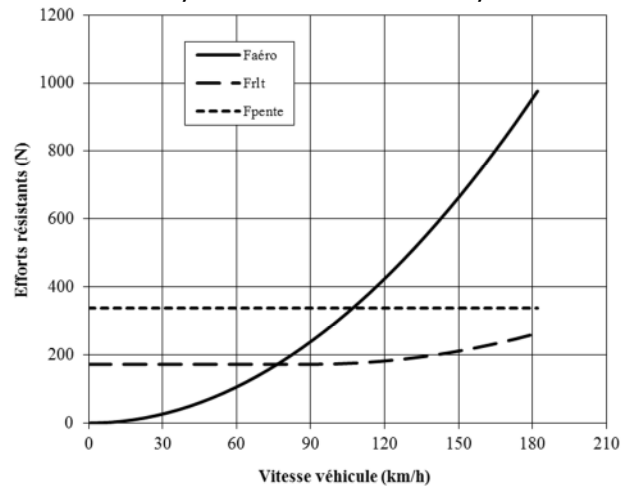
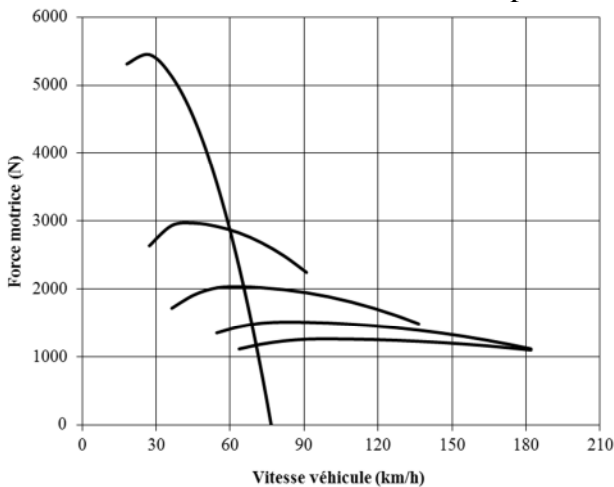
$C_M = 147 \text{ N.m}$  à  $2600 \text{ tr/min}$ ,  $P_M = 66 \text{ kW}$  à  $5000 \text{ tr/min}$ ,  $V_M = 182 \text{ km/h}$

$Lr = 1,818 \text{ m}$ ,  $r_p = 19/70$ ,  $r_{b1} = 11/38$ ,  $r_{b2} = 23/43$ ,  $r_{b3} = 25/32$ ,  $r_{b4} = 41/39$ ,  $r_{b5} = 44/35$

L'étude est faite pour une pente de 3%. Le temps de changement des rapports est estimé à 0,5 s. Le conducteur change de rapport de telle sorte que la reprise se fait au couple maxi. Le rendement de la transmission est de 0,95.

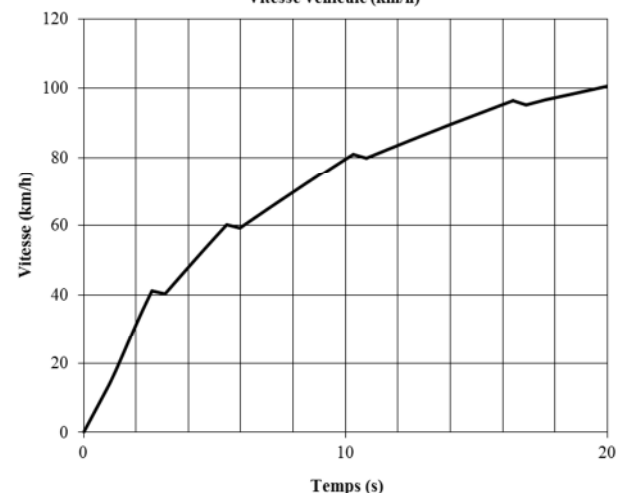
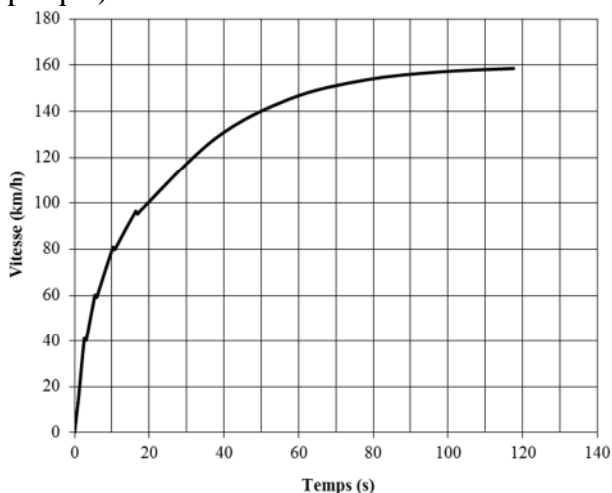
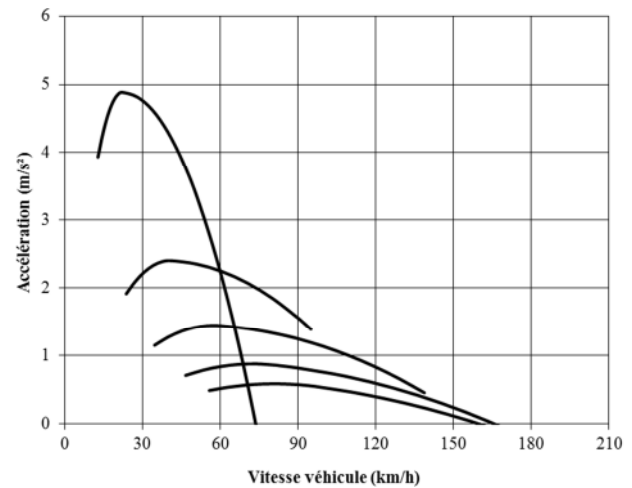
### 8.1 Analyse de la transmission

Les deux graphiques suivants montrent l'évolution des efforts moteur et résistants (ramenés à l'essieu) en fonction de la vitesse du véhicule. L'effort moteur est bien sûr fonction du rapport engagé. La somme de ces efforts permet d'évaluer l'accélération du véhicule, représentée sur le troisième graphique. On peut y relever la vitesse maxi du véhicule sur la pente à 3%, soit ici  $166 \text{ km/h}$  en 4<sup>ème</sup>, et  $159 \text{ km/h}$  en 5<sup>ème</sup>.

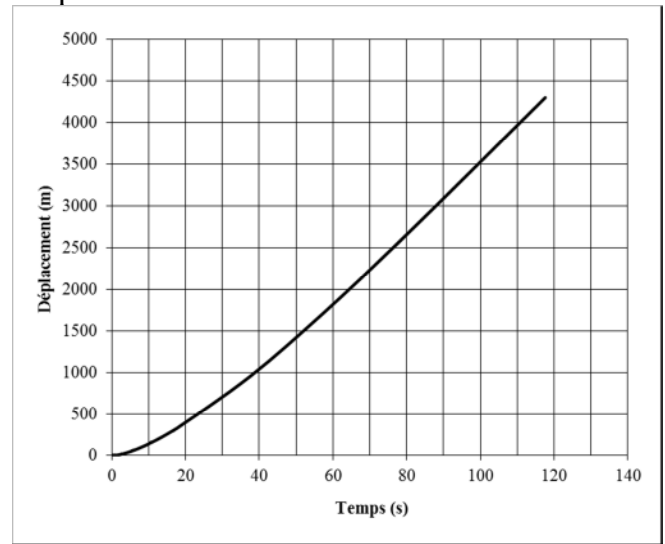
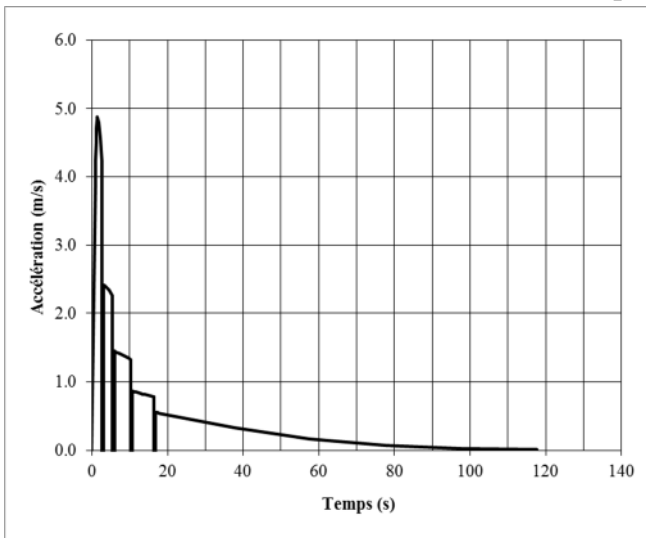


### 8.2 Cinématique du véhicule

Le premier résultat obtenu est l'évolution de la vitesse du véhicule en fonction du temps. Le second graphique ci-dessous est un "grossissement" du premier dans la phase d'accélération sur les quatre premiers rapports. Les changements de rapport apparaissent clairement avec le décalage des courbes de vitesse qu'ils entraînent. La vitesse maxi du véhicule qui apparaît (tangente horizontale sur le premier graphique) est celle en 5<sup>ème</sup>.



Enfin on trace l'évolution de l'accélération ainsi que les déplacements.



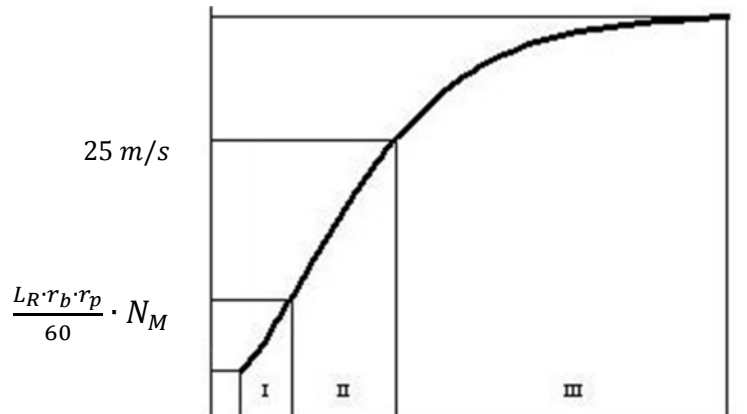
## 9 Linéarisation des équations

Pour chaque rapport de boîte, l'évolution de la vitesse se fait selon trois fonctions successives représentant une courbe partout dérivable (voir § 4). Or on observe que pour les quatre premiers rapports, seules les deux premières de ces fonctions sont prises en compte et leur représentation se réduit pratiquement à des segments de droite. Pour le cinquième rapport au contraire, la partie droite est très courte et se poursuit par une courbe de type parabole ou logarithmique.

### 9.1 Linéarisation des équations pour les quatre premiers rapports

Au premier ordre,  $\tanh(x) \approx x$ . On aura donc  $V = \frac{B}{2A} + \frac{B^2+4AC}{4A} \cdot (t + T)$  avec  $T = \frac{2 \cdot (2A \cdot V_i - B)}{B^2+4AC} - t_i$  soit au final  $V = \frac{B^2+4AC}{4A} \cdot (t - t_i) + V_i$

Cette linéarisation n'a de sens physique que pour les deux premières parties de la courbe globale. Dans le cas d'une conduite sportive (changement de rapport à l'approche du régime de puissance maxi) ou souple (changement de rapport de telle sorte que la reprise se fait au couple maxi), c'est la seconde partie qui est concernée ( $N \geq N_M$ ). Dans le cas d'une conduite privilégiant le changement rapide de rapport, c'est la première partie.



*Remarque : sur les trois premiers rapports et partiellement sur le quatrième, on est bien à une vitesse inférieure à 90 km/h, donc sur la seconde partie de la courbe.*

Les coefficients  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont donc déterminés sans prise en compte des coefficients  $A_r$ ,  $B_r$  et  $C_r$  (voir tableau § 7) soit  $A = -\frac{A_m - A_a}{m}$ ,  $B = -\frac{B_m}{m}$  et  $C = \frac{C_m - C_a - C_p}{m}$ .

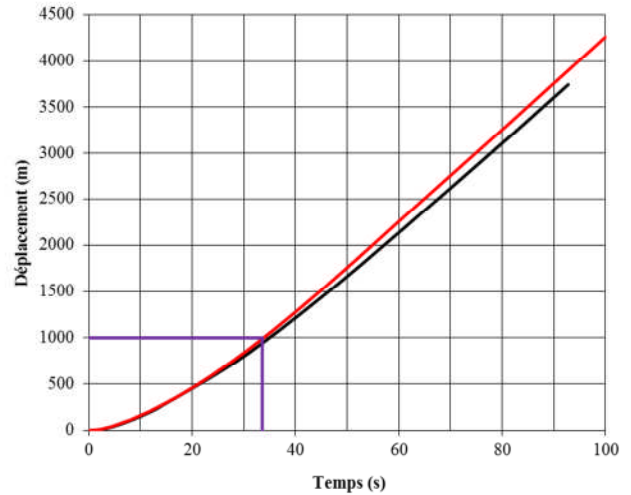
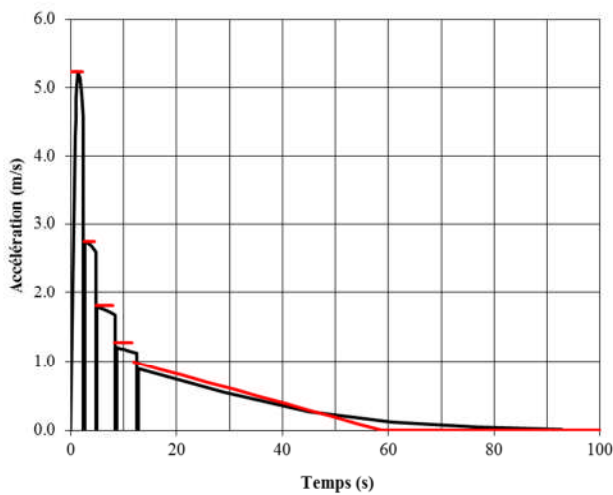
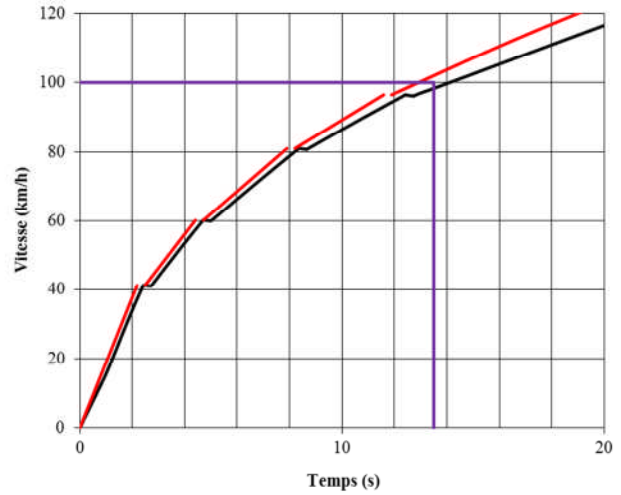
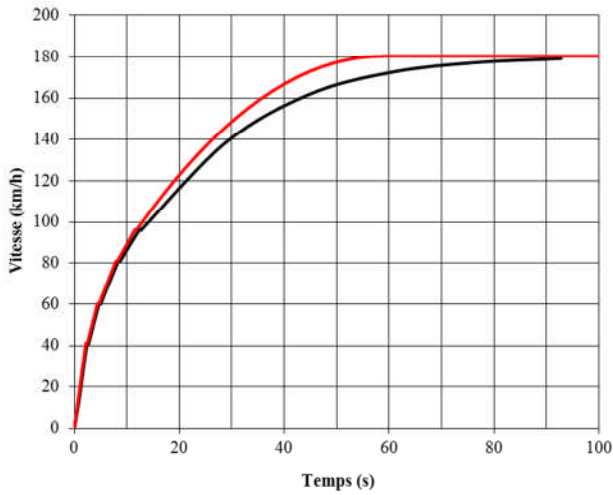
### 9.2 Modélisation de la vitesse sur le cinquième rapport

La courbe représentative de la vitesse (partie III donc) s'apparente à une courbe du second degré. Le modèle doit être tel que la tangente au point initial est la même que dans le modèle non linéarisé précédent. Le coefficient directeur de cette tangente est donc  $V' = \frac{B^2+4AC}{4A}$  les coefficients  $A$ ,  $B$  et  $C$  étant déterminés dans les mêmes conditions que ci-dessus mais pour le rapport de 5<sup>ème</sup>, et en prenant en compte les coefficients  $A_r$ ,  $B_r$  et  $C_r$ .

Par ailleurs, la courbe doit admettre, à son extrémité, une tangente horizontale représentative de la vitesse maximale du véhicule.

### 9.3 Résultats

Sur les graphes suivants sont tracés les évolutions de la vitesse, de l'accélération et du déplacement du véhicule (Citroën Xsara 1.8i) sur route horizontale. On peut vérifier les performances annoncées par le constructeur : 0 – 100 km/h en 13,6 s et 0 – 1000 m en 33,6 s. Les courbes noires correspondent à la première approche, les courbes rouges à la "version linéarisée". On observe que le second modèle, censé être approché, se révèle, sur cet exemple, le plus juste.



## 11 Feuille de calcul Excel

Les cases blanches sont à renseigner. Les cases vertes contiennent des résultats de calculs (explicités ci-après) et ne doivent donc pas être modifiées (elles sont protégées mais sans mot de passe).

### 11.1 Données constructeur

Elles concernent l'aérodynamique du véhicule (masse,  $C_x$ , maître-couple), les caractéristiques moteur (puissance et couple maxi) et véhicule (performances dynamiques) ainsi que la transmission (rapports de pont et boîte, développement des pneumatiques et coefficient de roulement). La valeur usuelle de ce dernier est de 10 kg/t pour les pneumatiques des véhicules de tourisme, et de 6 kg/t pour les "pneus verts".

### 11.2 Paramètres de calculs

Le seul paramètre à renseigner est la pente ( $\pm 8\%$ ). La vitesse maximale du véhicule est alors recalculée pour les deux rapports de 4<sup>ème</sup> et de 5<sup>ème</sup> (généralement surmultipliée) selon les équations dynamiques obtenues par la suite.

La durée de passage des rapports est évaluée à 0,5 s. Durant ce temps, on considère la vitesse constante.

On suppose enfin que le conducteur conduit de telle sorte que, pour chaque changement de rapport, la reprise se fait au couple maxi. Le régime moteur lors d'une montée d'un rapport  $n - 1$  vers un rapport  $n$  vaut donc  $N_{Cn} = \frac{r_{bn}}{r_{bn-1}} \cdot N_M$  (voir nom des paramètres § 7).

### 11.3 Équations dynamiques

Équations dynamiques				
Res. aéro :		$F_a = 0.3821 V^2$		
Res. pente :			$F_p = 451$	
Res. rlt ( $V < 90 \text{ km/h}$ ) :			$F_r = 113$	
F. motrice	en 1 <sup>ère</sup> :	$F_m = -26.8 V^2 + 332$	$V + 5114$	
	en 2 <sup>de</sup> :	$F_m = -4.268 V^2 + 97$	$V + 2772$	
	en 3 <sup>ème</sup> :	$F_m = -1.372 V^2 + 46$	$V + 1899$	
	en 4 <sup>ème</sup> :	$F_m = -0.563 V^2 + 25$	$V + 1411$	
Qtté d'acc.	en 1 <sup>ère</sup> :	$m \cdot a = -27.18 V^2 + 332$	$V + 4550$	
	en 2 <sup>de</sup> :	$m \cdot a = -4.65 V^2 + 97$	$V + 2208$	
	en 3 <sup>ème</sup> :	$m \cdot a = -1.754 V^2 + 46$	$V + 1335$	
	en 4 <sup>ème</sup> :	$m \cdot a = -0.945 V^2 + 25$	$V + 847$	
Res. rlt ( $V > 90 \text{ km/h}$ ) :		$F_r = 0.26 V^2 + -13$	$V + 278$	
F. motrice	en 5 <sup>ème</sup> :	$F_m = -0.33 V^2 + 18$	$V + 1180$	
Qtté d'acc.	en 4 <sup>ème</sup> :	$m \cdot a = -1.21 V^2 + 38$	$V + 683$	
	en 5 <sup>ème</sup> :	$m \cdot a = -0.97 V^2 + 31$	$V + 451$	

Paramètres de calcul	
Accélération de pesanteur :	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$
Masse volumique de l'air :	$\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$
Pente (+/- 8% maxi) :	$\alpha = 4 \%$ soit $2.29^\circ$
Vitesse maxi réelle en 4 <sup>ème</sup> :	$V_{M4} = 160 \text{ km/h}$
Vitesse maxi réelle en 5 <sup>ème</sup> :	$V_{M5} = 153 \text{ km/h}$
Durée de passage des rapports :	$D = 0.5 \text{ s}$
Régimes de chgt de rapports :	$N_{C2} = 4800 \text{ tr/min}$ $N_{C3} = 3800 \text{ tr/min}$ $N_{C4} = 3500 \text{ tr/min}$ $N_{C5} = 3110 \text{ tr/min}$

Résistances :

- aérodynamique :  $F_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x$
- due à la pente :  $F_p = m \cdot g \cdot \sin \alpha$
- au roulement :  $F_r = \frac{m \cdot g \cdot k_r}{1000}$

Force motrice :

$$F_m = -\frac{C_M - C_P}{(N_M - N_P)^2} \cdot \frac{7200 \cdot \pi \cdot \eta}{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)^3} \cdot \left[ V^2 - \frac{(L_R \cdot r_b \cdot r_p) \cdot N_M}{30} \cdot V - \frac{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)^2 \cdot N_M^2}{3600} \right] + \frac{2 \cdot \pi \cdot \eta}{(L_R \cdot r_b \cdot r_p)} \cdot C_M$$

Quantité d'accélération :

$$m \cdot a = F_m - F_a - F_p$$

Rés. au roulement ( $V > 90 \text{ km/h}$ ) :

$$F_r = \left( \frac{\eta \cdot P_M}{V_M} - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S \cdot C_x \cdot V_M^2 - \frac{m \cdot g \cdot k_r}{1000} \right) \cdot \frac{(V - 25)^2}{(V_M - 25)^2} + \frac{m \cdot g \cdot k_r}{1000}$$

La quantité d'accélération en 4<sup>ème</sup> sert à calculer la vitesse maximale sur ce rapport.

## 11.5 Équations horaires

On détermine, pour chaque rapport  $n$ , l'équation de la vitesse par  $V = \frac{B^2+4AC}{4A} \cdot (t - t_{n,i}) + V_{n,i}$  qu'on met sous la forme  $V = a \cdot t + V_0$ , les coefficients  $A$ ,  $B$  et  $C$  étant issus de l'équation de quantité d'accélération  $m \cdot a = A \cdot V^2 + B \cdot V + C$  correspondante.

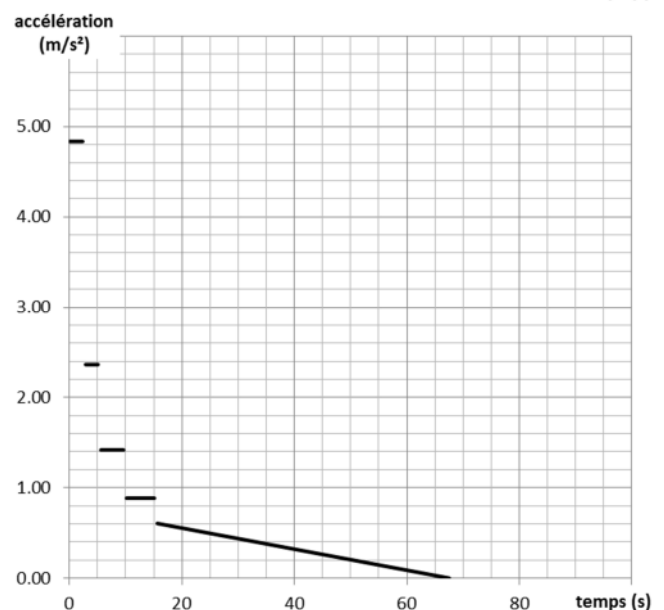
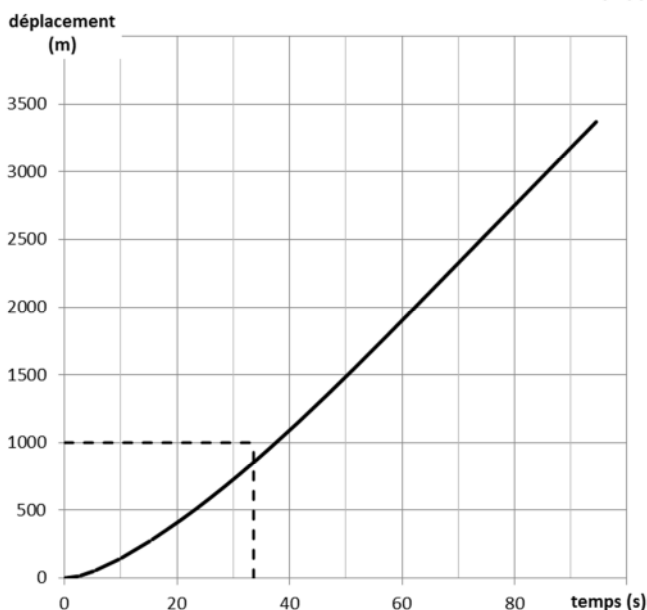
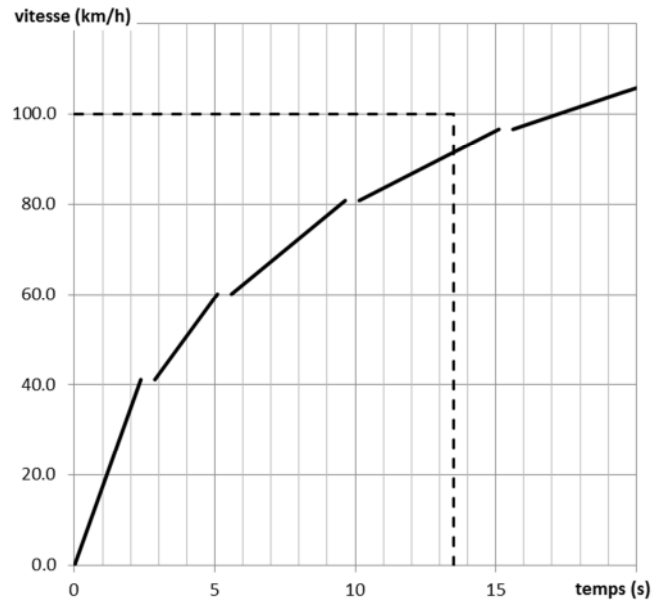
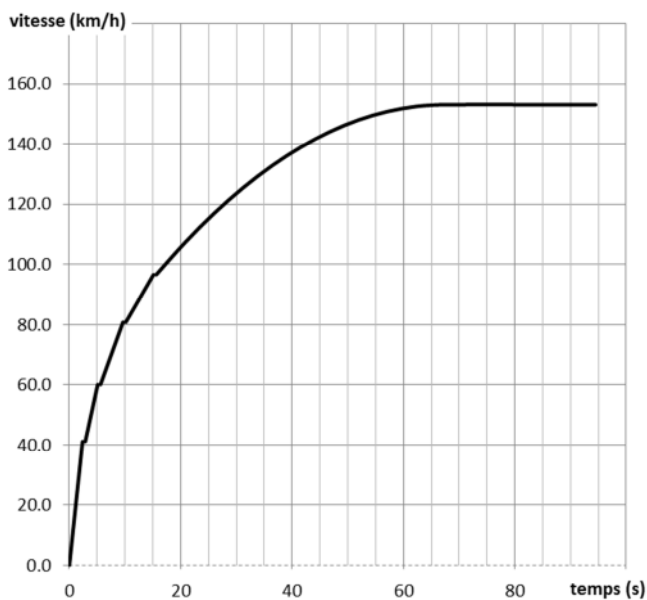
Le domaine de définition est défini par  $V_{n,i} = V_{n-1,f}$  et  $V_{n,f} = \frac{60}{1000} (N_{Cn+1} \cdot r_p \cdot r_{bn} \cdot L_R)$  point de vue vitesse, et  $t_{n,i} = t_{n-1,f} + D$  et  $t_{n,f} = \left(\frac{V_{n,f}}{3.6} - V_0\right)/a$  point de vue temps.

Les équations de  $a$  et  $x$  s'obtiennent respectivement par dérivation et intégration (la constante d'intégration étant déterminée par les conditions initiales propres à chaque phase).

$t \in [2.9 ; 5.1] \text{ s}$	$V \in [41 ; 60] \text{ km/h}$
$x = 1.18$	$t^2 + 4.66 \quad t + -3.8$
	$v = 2.36 \quad t + 4.7$
	$a = 2.4$

## 11.6 Résultats

Sont tracées les courbes de vitesse (globale et zoom sur les quatre premiers rapports), de déplacement et d'accélération. Les performances dynamique "départ arrêté" sont précisée par des traits pointillés. Le décalage observé sur les courbes suivantes vient de la pente (ici 4%) choisie pour le calcul (les performances départ arrêtés sont obtenues sur chaussée horizontale).



Rq : la vitesse maxi qui apparait sur le premier graphique est celle obtenue sur le rapport de 5<sup>eme</sup>.