Théorie simplifiée de l'hélice d'avion

I) - Principe du calcul

Cette théorie s'appuie sur un principe simple ; L'énergie mécanique du moteur est transmise à l'hélice. Cette dernière transmet cette énergie à l'air.

Dans cette approche, le calcul de l'hélice peut se faire en s'appuyant sur des notions simples de mécanique des fluides (Théorème de Bernoulli que l'on démontrera simplement) et sur des notions de mécanique, comme la conservation de la quantité de mouvement, ou le théorème de l'impulsion qui sont fondamentaux dans le calcul des propulseurs à hélice ou à réaction.

Pour éviter des calculs trop complexes et qui nécessiteraient des données expérimentales, l'approche reste globale et néglige les effets de surface, de bords ou toutes données liées aux profils des pales de l'hélice. Ces données ont des effets limités dans les équations qui traduisent que l'énergie mécanique produite par le moteur est transmise à l'air par l'intermédiaire de l'hélice.

Cette approche théorique reste valable, évidemment, pour les avions grandeurs.

II) - L'approche de Bernoulli

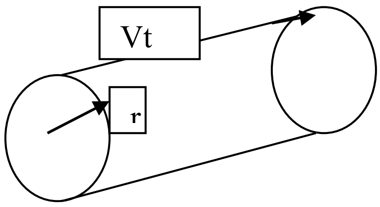
Devant l'hélice, considérons le cylindre d'air de surface de base S et se s'approchant à la vitesse V de l'hélice et de hauteur h = Vt, ou t est le temps, l'énergie cinétique de cette masse d'air est :

$$E = \frac{1}{2} M V^2$$

La masse M est la masse d'air comprise dans ce cylindre. Si d est la densité de l'air, la masse est le produit du volume par la densité.

$$M = \pi r^2 Vt\ d$$

L'énergie cinétique est donc = $\frac{1}{2}\ \pi r^2 Vt\ d * V^2$



A cette énergie il faut ajouter l'énergie ou le travail des forces de pression P, qui sont à l'intérieur de ce cylindre. En considérant la force exercée par la pression sur la base du cylindre dans le déplacement Vt, alors cette énergie = $P * \pi r^2 * Vt$

L'énergie totale (Energie cinétique + énergie de pression) = $\frac{1}{2} * \pi r^2 Vt\ d * V^2 + P * \pi r^2 * Vt$

L'énergie totale par unité de volume s'obtient en divisant l'énergie totale calculée ci-dessus par le volume $\pi r^2 * Vt$, l'énergie par unité de volume est donc : $d * \frac{1}{2} V^2 + P$.

S'il n'y a pas d'apport d 'énergie extérieure la quantité

$C = d * \frac{1}{2} V^2 + P$. est constante.

C'est la relation du théorème de Bernoulli.

III) - Rôle de l'hélice

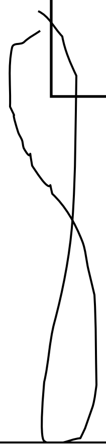
L'hélice sépare le tube d'air qui la traverse en 2 zones principales. Dans chaque zone la constante C de Bernouilli à une valeur constante. A la traversée de l'hélice l'effet de l'énergie apportée par celle-ci modifie cette constante qui est liée à l'énergie contenue dans la veine d'air.

Une zone avant l'hélice ou le tube d'air n'a pas reçu l'énergie apportée par la rotation de l'hélice, une zone après l'hélice ou le tube d'air a reçu l'énergie motrice.
Evidemment la constante énergétique de ces 2 zones n'est pas identique.

Injection de l'énergie motrice

Zone 1 (loin devant)
La constante de Bernoulli = C1
Pression = Pa (pression atmosphérique)
Vitesse de l'air = Va(par rapport à l'avion)

Zone 1 (devant l'hélice)
Pression = P1
Vitesse de l'air = Vh



Zone 2 (juste derrière l'hélice)
La constante de Bernoulli = C2
Pression = P2
Vitesse de l'air = Vh

Zone 2 (loin derrière l'hélice)
Pression = Pa (pression atmosphérique)
Vitesse de l'air = Vs

Au niveau de l'hélice
Pression = Ph
Vitesse = Vh

Equation de Bernoulli dans la zone 1

$$Pa + \frac{1}{2} d\, Va^2 = P1 + \frac{1}{2} d\, Vh^2$$

Equation de Bernoulli dans la zone 2

$$P2 + 1/2\, d\, Vh^2 = Pa + \frac{1}{2} d\, Vs^2$$

En rapprochant ces 2 équations de la zone 1 et 2

$$Pa + \frac{1}{2} d\, Va^2 = P1 + \frac{1}{2} d\, Vh^2 \quad (\text{ zone } 1)$$
$$Pa + \frac{1}{2} d\, Vs^2 = P2 + \frac{1}{2} d\, Vh^2 \quad (\text{ zone } 2)$$

Et en retranchant membre à membre ces 2 équations on en déduit que

$$P2 - P1 = \frac{1}{2} d\, (Vs^2 - Va^2)$$

La différence de pression P2 – P1 crée la force propulsive en poussant sur la surface des pales de l'hélice.

Soit **Shp** la projection de la surface totale des pales de l'hélice perpendiculairement à la vitesse de l'air

$$\boxed{\mathbf{T = Shp\ (P2-P1) = \tfrac{1}{2}\, d\ (Vs^2 - Va^2)\ Shp \qquad (A)}}$$

La masse d'air avalée par l'hélice par seconde est

$M = d\, Vh\ \pi D^2 /4$ ou D est le diamètre de l'hélice.

Pour être plus précis, comme l'air ne traverse pas les pales, il faut enlever à cette surface, la surface des pales.

La surface libre est

$$Sl = \pi D^2 /4 - Shp$$

$$\boxed{M = d\ Vh\ (\pi D^2 /4 - Shp) = d\ Vh\ Sl}$$

Ou **Sl** est la surface libre du plan de l'hélice

Le théorème de l'impulsion appliquée à cette masse d'air dont la vitesse passe de Va à Vs donne également la force de traction

$$\boxed{T = d\ Vh\ Sl * (Vs - Va)}$$

En reprenant la valeur de la traction déduite de l'application du théorème de Bernoulli : (voir équation A)

$$T = \tfrac{1}{2} d\ (Vs^2 - Va^2)\ Shp = \tfrac{1}{2} d\ (Vs+Va)\ (Vs-Va)\ Shp$$

La comparaison de cette dernière expression avec celle donnée par le théorème de l'impulsion il est facile de déduire

$$\boxed{Vh = 1/2\ (Vs+Va)\ Shp /(Sl) \qquad (B)}$$

IV) - L'effet énergétique du moteur

Le moteur fournit à l'hélice son énergie, l'hélice va transmettre cette énergie à la masse d'air M qui traverse la zone balayée par les pales. Cet air arrive avec la vitesse Va (Vitesse de vol de l'avion), l'air est accélérée à la vitesse Vs (Vitesse de sortie hélice), il y a accroissement de l'énergie cinétique de l'air grâce à l'apport de l'énergie du moteur.

Traduisons par des équations ce discours :
Soit Pm la puissance développée par le moteur et transmise à l'hélice ; C'est aussi l'énergie fournit par le moteur à chaque seconde.
L'augmentation de l'énergie cinétique de l'air par seconde traversant l'hélice est

$$\Delta E = Pm = \tfrac{1}{2} M\ Vs^2 - \tfrac{1}{2} M\ Va^2 = \tfrac{1}{2} M\ (Vs^2 - Va^2)$$

La masse d'air traversant l'hélice par seconde est, connaissant la vitesse de l'air au niveau de l'hélice Vh, $M = Sl\ Vh\ d$

Ce qui permet d'écrire : $Pm = \tfrac{1}{2}\ Sl\ Vh\ d\ (Vs^2 - Va^2)$

En remplaçant Vh par sa valeur trouvée à la fin du paragraphe « Rôle de l'hélice »

$Pm = 1/4\ Sl\ (Vs+Va)\ Shp /(Sl)\ \ d\ (Vs^2 - Va^2)$

$$\boxed{Pm = \tfrac{1}{4}\ Shp\ (Vs+Va)\ (Vs^2-Va^2)\ d \qquad (C)}$$

En se rappelant dans le paragraphe précédent la traction de l'hélice est donnée par

$T = ½ d (Vs^2 - Va^2) Shp$

Alors Pm peut être facilement reliée à la traction par : $Pm = ½ T (Vs + Va)$

Ou

T = 2 Pm / (Vs + Va) (D)

V) - Traction en point fixe

C'est le cas facile, la vitesse de l'avion Va = 0, T = 2Pm / Vs

Vs est donnée par la formule $Pm = ¼ Shp (Vs+Va) (Vs^2-Va^2) d$ dans laquelle on fait Va = 0

$Pm = ¼ Shp Vs^3 d$ et donc

Vs = racine cubique (4 Pm / (d Shp) (E)

et comme T = 2 Pm /Vs quand Va = 0 (point fixe)

T = racine cubique ($2 Pm^2 d Shp$) (F)