

La relativité (restreinte)

Définition : Référentiel galiléen

Un référentiel galiléen (ou inertiel) est un référentiel ou le principe d'inertie est respecté. Tout corps ponctuel conserve sa vitesse en module et direction s'il n'est soumis à aucune force extérieure.

Tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui même galiléen.

Les postulats de relativité d'Einstein :

Les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels galiléens.

Tous les référentiels galiléens sont donc équivalents.

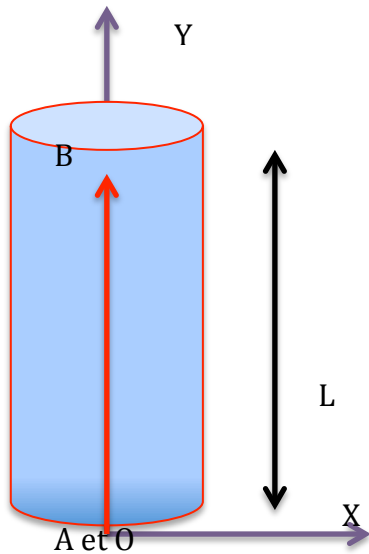
La vitesse de la lumière dans le vide est « c » dans tous les référentiels et quelque soit sa direction.

Remarques :

La loi d'addition des vitesses entre référentiels galiléens ne s'applique pas en particulier pour la lumière. (expérience de Michelson Morley)

L'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide va remettre en cause la vision du temps absolu et l'invariance des longueurs et des masses dans les référentiels galiléens en particulier..... Ces réflexions et déductions sont à l'origine de la célèbre formule $E = m c^2$

RELATIVITE DU TEMPS



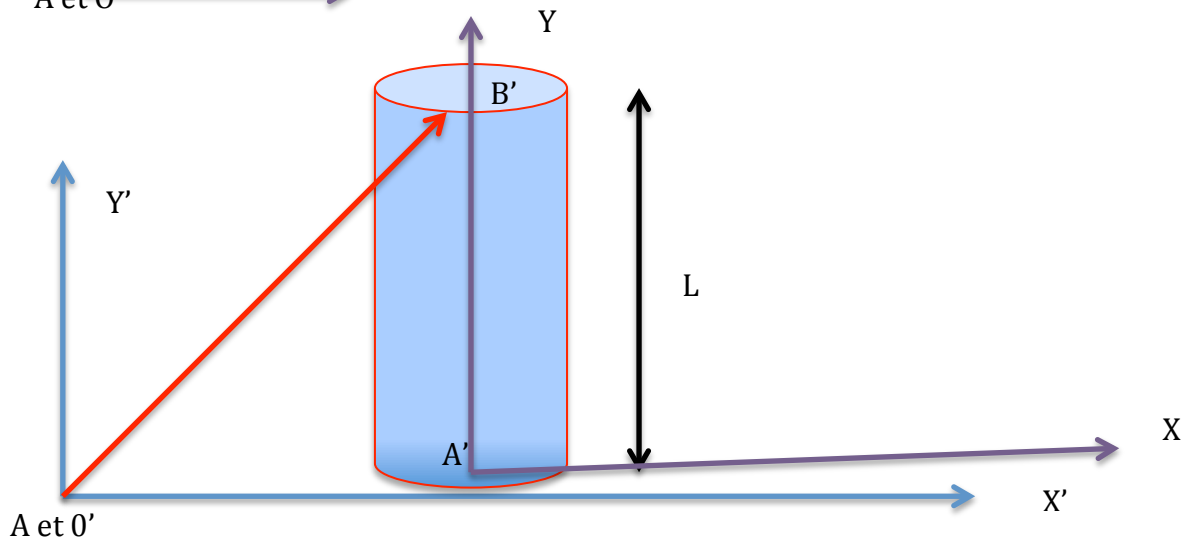
Hypothèse de travail fondamentale : la vitesse de la lumière est « C » dans tous les référentiels.

Imaginons une expérience dans un laboratoire allongé comme celui représenté par le cylindre bleu. On mesure le temps que met la lumière dont la vitesse est « C » pour aller de A en B.

Soit T le temps que met la lumière pour aller de A vers B mesuré par le physicien du laboratoire.

Ce dernier écrit fort justement dans son référentiel ($OX ; OY$) du laboratoire :

La distance $AB = L$ on a $L = C T$



Supposons que le laboratoire de test se déplace à la vitesse « V »

Pour un observateur extérieur au laboratoire du référentiel ($OX' ; OY'$) il analyse l'expérience de la façon suivante sur son horloge qui lui donne les temps T'

A l'instant $T' = 0$ correspond à l'émission de flash lumineux en A. (Les points A et A' sont confondus à cet instant)

Quand la lumière arrive en B', le laboratoire se trouve en A' dans le référentiel ($OX' ; OY'$)

La distance AB'^2 est donnée par $AA'^2 + L^2$ (l'observateur applique les relations du triangle rectangle $AB'A'$, le carré de l'hypoténuse = la somme des carrés des cotés du triangle)

La lumière met le temps T' pour aller de A en B' à la vitesse « C » Le temps T' que met la lumière pour faire le trajet AB' est donc $T' = AB' / C$

Comme le laboratoire se déplace à la vitesse « V » selon l'axe OX' alors $AA' = V T'$

En appliquant $AB'^2 = AA'^2 + A'B'^2$ et remplaçant les longueurs par leur expression en fonction du temps mis pour les parcourir à la vitesse « C » ou « V » pour AA'

$C^2 T'^2 = V^2 T'^2 + C^2 T^2$ ou regroupant les termes T' ; $T'^2 (C^2 - V^2) = C^2 T^2$ qui s'écrit aussi $T'^2 = C^2 T^2 / (C^2 - V^2)$

En prenant la racine carré des 2 membres de l'équation :

$T' = T \frac{C}{\sqrt{C^2 - V^2}}$ est en divisant numérateur et dénominateur par « C »

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

Donc $T' > T$!!!! Relativité du temps fait qu'il s'écoule moins vite dans le labo en mouvement par rapport au repère fixe

Effet de la constance de la vitesse de la lumière sur les longueurs

Imaginons que la distance terre lune est fixe. C'est un référentiel immobile pour notre exemple.

Imaginons un vaisseau spatial allant de la terre à la lune Cette distance est L pour l'astronaute. Au décollage il note l'heure et à l'arrivée sur la lune il note l'heure également sur la montre de bord. La durée de son vol est pour lui T° . Le commandant du vaisseau en mouvement déduit que la distance Terre Lune est $L = V T^\circ$

Pour les contrôleurs du vol sur la terre immobile, l'heure de décollage est notée et sur la Lune une deuxième horloge synchronisée sur celle du centre de contrôle permet de dater l'heure d'arrivée du vaisseau sur la lune. La différence des dates T permet d'évaluer la durée du vol pour les terriens

La distance Terre lune est vue comme une longueur au repos par les contrôleurs du vol est vaut donc $L^\circ = V T$

Donc $V = L^\circ / T = L / T^\circ$ ou $L = L^\circ T^\circ / T$

Le rapport $T^\circ / T = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

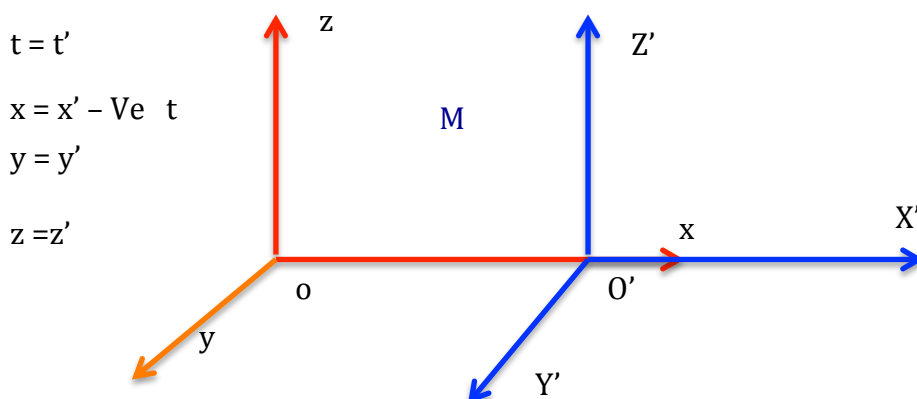
Alors $L = L^\circ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$

La longueur en mouvement paraît plus courte que la longueur au repos. C'est la contraction des longueurs.

Formule de passage d'un référentiel à un autre en translation uniforme par rapport au premier.

Dans le cas de la mécanique classique on écrit ces formules facilement notamment dans le cas où les axes des 2 repères sont parallèles et le mouvement uniforme se fait selon OX à la vitesse V_e (vitesse d'entraînement)

Un point M de coordonnées dans $OXYZ$ a pour coordonnées $O'X'Y'Z'$ dans le repère en mouvement



SI M effectue un déplacement durant le temps dt alors

$$\begin{aligned}dt &= dt' \\dx &= dx' - V_e dt \\dy &= dy' \\dz &= dz'\end{aligned}$$

Pour l'axe des x en divisant par dt on obtient la loi de composition des vitesses

$$dx/dt = dx'/dt - V_e \text{ ou } v = v' - V_e$$

On retrouve ici la loi de composition des vitesses dans les repères galiléens de la mécanique classique.

Remarque : Cette transformation n'est pas vérifiée expérimentalement pour la lumière.

La loi de composition des vitesses ne s'applique pas puisque la vitesse de la lumière est « C » dans tous les référentiels.

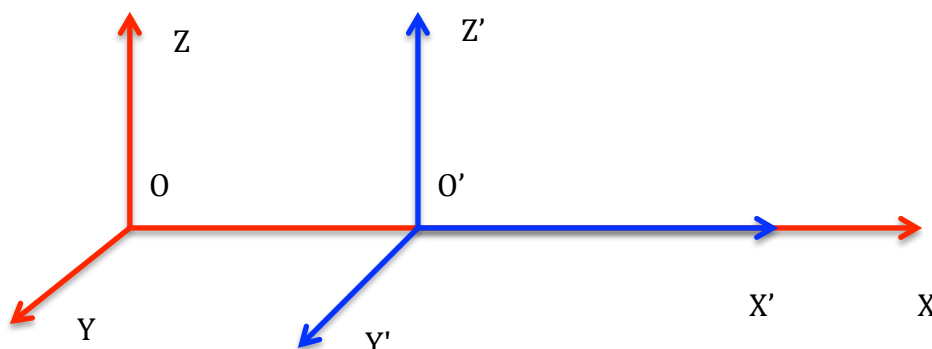
Dans les formules de passage d'un référentiel à un autre dans la transformation galiléenne on a supposé que le temps s'écoule de la même manière dans les 2 référentiels (équation $dt = dt'$).

On se propose de trouver maintenant une transformation où les formules de passage d'un référentiel à un autre en mouvement de translation rectiligne uniforme respectent la constance de la vitesse de la lumière.

Supposons donc 2 référentiels en translation rectiligne uniforme selon OX l'un par rapport à l'autre. A l'instant $t = 0$ dans le référentiel O , correspond au temps $t' = 0$ dans le référentiel O' . De plus à cet instant O et O' sont confondus.

Quelques instants plus tard, O et O' ne sont plus confondus et le temps vaut $t \neq 0$ dans le repère O et $t' \neq 0$ dans O' .

Remarque : Ici on ne fait pas l'hypothèse à priori que $t = t'$. A ce stade on n'impose pas de relation entre t et t' au temps des 2 référentiels. (Le temps n'est pas nécessairement absolu)



Dans le Pour le repère O les coordonnées sont O(X,Y,Z,t) et dans le repère O'(X',Y',Z';t')

A l'instant $t = 0$ dans O et $t' = 0$ dans O' les points O et O' sont confondus et un éclair lumineux est émis depuis les origines des 2 référentiels.

1) Equations dans le sens des X ou X' positifs

Dans le repère O et selon OX la position de l'éclair à l'instant t est $x = c t$ ou $x - c t = 0$

Dans le repère O' et selon OX', la position de l'éclair à l'instant t' est $x' = c t'$ ou $x' - c t' = 0$

Pour un point M sur OX autre l'origine on aura $x - c t = s$

Et pour le même point M repéré sur O'X' on aura $x' - c t' = q$

En faisant divisant membre à membre ces 2 équations $\frac{x' - c t'}{x - c t} = \frac{s}{q} = a$

Se qui s'écrit aussi $x' - c t' = a(x - c t)$ (A)

2) Equations dans le sens des X et X' négatifs

On établirai une équation d'un type identique tel que $x' + c t' = b(x + c t)$ (B)

En ajoutant membre à membre les équations A et B

$$2 x' = a(x - c t) + b(x + c t)$$

$$2 x' = (a+b)x + (b-a)c t$$

$$x' = \frac{(a+b)}{2} x + \frac{(b-a)}{2} c t$$

En soustrayant à membre à membre les équations A et B

$$2 c t' = b(x + c t) + a(c t - x)$$

$$2 c t' = x(b-a) + c t(a+b)$$

$$c t' = \frac{(b-a)}{2} x + \frac{(a+b)}{2} c t$$

faisant un changement de variable

$$(a+b)/2 = \lambda \text{ et } (b-a)/2 = \mu$$

on a donc les 2 équations suivantes

$$\begin{aligned} x' &= \lambda x + \mu c t \\ \text{et} \quad c t' &= \mu x + \lambda c t \end{aligned}$$

Faisons $x' = 0$, qui est l'abscisse de O' dans le repère O' alors $0 = \lambda x + \mu c t$ on déduit alors que $\frac{x}{t} = -\mu c / \lambda$

En fait x est alors la position de O' dans le repère O au bout du temps t. Comme le mouvement est uniforme x/t est la vitesse de O' mesurée dans le référentiel O

Donc $v = -\mu c / \lambda$ d'où $\mu = -v \lambda / c$

