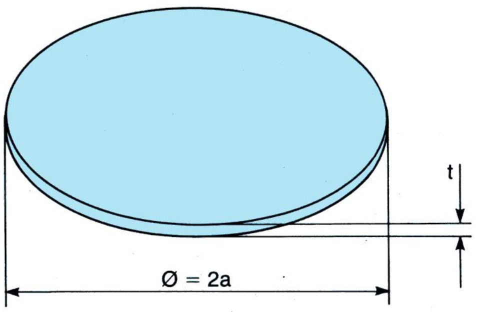
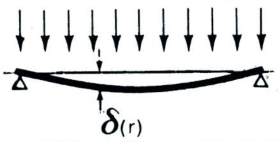
Plaque circulaire, reposant librement à la périphérie extérieure sur un appui circulaire



Charge uniforme sur l'ensemble de la surface



$Q = q\pi a^2$

A une distance r du centre:

$$\sigma_r = -\frac{3Q}{8\pi m t^2}\left[(3m+1)\left(1-\frac{r^2}{a^2}\right)\right]$$

$$\sigma_t = -\frac{3Q}{8\pi m t^2}\left[(3m+1)-(m+3)\frac{r^2}{a^2}\right]$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{8\pi E m^2 t^3}\left[\frac{(5m+1)a^2}{2(m+1)}+\frac{r^4}{2a^2}-\frac{(3m+1)r^2}{m+1}\right]$$

Au milieu:

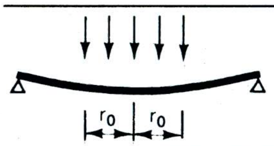
$$\sigma_{r(max)} = \sigma_{t(max)} = -\frac{3Q}{8\pi m t^2}(3m+1)$$

$$\delta_{(max)} = -\frac{3Q(m-1)(5m+1)a^2}{16\pi E m^2 t^3}$$

Au bord:

$$\Theta = \frac{3Q(m-1)a}{2\pi E m t^3}$$

Charge uniforme sur une partie concentrique et circulaire de la surface avec le rayon r_0



$Q = q\pi r_0^2$

A une distance r du centre:

$r < r_0$

$$\sigma_r = -\frac{3Q}{2\pi m t^2}\left[m+(m+1)\ln\frac{a}{r_0}-(m-1)\frac{r_0^2}{4a^2}-\right.$$
$$\left.-(3m+1)\frac{r^2}{4r_0^2}\right]$$

$$\sigma_t = -\frac{3Q}{2\pi m t^2}\left[m+(m+1)\ln\frac{a}{r_0}-(m-1)\frac{r_0^2}{4a^2}-\right.$$
$$\left.-(m+3)\frac{r^2}{4r_0^2}\right]$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{16\pi E m^2 t^3}\left[4a^2-5r_0^2+\frac{r^4}{r_0^2}-(8r^2+4r_0^2)\log\frac{a}{r_0}-\right.$$
$$\left.-\frac{2(m-1)r_0^2(a^2-r^2)}{(m+1)a^2}+\frac{8m(a^2-r^2)}{m+1}\right]$$

$r > r_0$

$$\sigma_r = -\frac{3Q}{2\pi m t^2}\left[(m+1)\ln\frac{a}{r}-(m-1)\frac{r_0^2}{4a^2}+(m-1)\frac{r_0^2}{4r^2}\right]$$

$$\sigma_t = -\frac{3Q}{2\pi m t^2}\left[(m-1)+(m+1)\ln\frac{a}{r}-(m-1)\frac{r_0^2}{4a^2}-\right.$$
$$\left.-(m-1)\frac{r_0^2}{4r^2}\right]$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{16\pi E m^2 t^3}\left[\frac{(12m+4)(a^2-r^2)}{m+1}-\right.$$
$$\left.-\frac{2(m-1)r_0^2(a^2-r^2)}{(m+1)a^2}-(8r^2+4r_0^2)\ln\frac{a}{r}\right]$$

Au milieu:

$$\sigma_{r(max)} = \sigma_{t(max)} = -\frac{3Q}{2\pi m t^2}\left[m+(m+1)\ln\frac{a}{r_0}-(m-1)\frac{r_0^2}{4a^2}\right]$$

$$\delta_{(max)} = -\frac{3Q(m^2-1)}{16\pi E m^2 t^3}\left[\frac{(12m+4)a^2}{m+1}-4r_0\ln\frac{a}{r_0}-\frac{(7m+3)r_0^2}{m+1}\right]$$

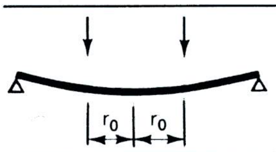
Pour r_0 très petit (charge concentrée):

$$\delta_{(max)} = -\frac{3Q(m-1)(3m+1)a^2}{4\pi E m^2 t^3}$$

Au bord:

$$\Theta = \frac{3Q(m-1)a}{\pi E m t^3}$$

Charge uniforme sur un anneau concentrique, circulaire et de rayon r_0



A une distance r du centre:

$r < r_0$

$$\sigma_{r(max)} = \sigma_{t(max)} = -\frac{3Q}{2\pi m t^2}\left[\frac{1}{2}(m-1)+(m+1)\ln\frac{a}{r_0}-\right.$$
$$\left.-(m-1)\frac{r_0^2}{2a^2}\right]$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{2\pi E m^2 t^3}\left[\frac{(3m+1)(a^2-r^2)}{2(m+1)}-(r^2+r_0^2)\ln\frac{a}{r_0}+\right.$$
$$\left.+(r^2-r_0^2)-\frac{(m-1)r_0^2(a^2-r^2)}{2(m+1)a^2}\right]$$

$r > r_0$

$$\sigma_r = -\frac{3Q}{2\pi m t^2}\left[(m+1)\ln\frac{a}{r}+(m-1)\frac{r_0^2}{2r^2}-(m-1)\frac{r_0^2}{2a^2}\right]$$

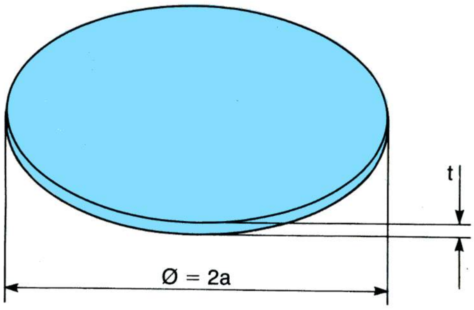
$$\sigma_t = -\frac{3Q}{2\pi m t^2}\left[(m-1)+(m+1)\ln\frac{a}{r}-(m-1)\frac{r_0^2}{2r^2}-\right.$$
$$\left.-(m-1)\frac{r_0^2}{2a^2}\right]$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{2\pi E m^2 t^3}\left[\frac{(3m+1)(a^2-r^2)}{2(m+1)}-(r^2+r_0^2)\ln\frac{a}{r}-\right.$$
$$\left.-\frac{(m-1)r_0^2(a^2-r^2)}{2(m+1)a^2}\right]$$

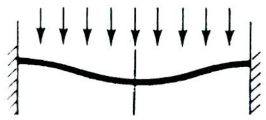
Au milieu:

$$\delta_{(max)} = -\frac{3Q(m^2-1)}{2\pi E m^2 t^3}\left[\frac{(3m+1)a^2-(m-1)r_0^2}{2(m+1)}-\right.$$
$$\left.-r_0^2\left(\ln\frac{a}{r_0}+1\right)\right]$$

Plaque circulaire, immobilisée à la périphérie extérieure



Charge uniforme sur l'ensemble de la surface



$Q = q\pi a^2$

A une distance r du centre:

$$\sigma_r = \frac{3Q}{8\pi mt^2}\left[(3m+1)\frac{r^2}{a^2} - (m+1)\right]$$

$$\sigma_t = \frac{3Q}{8\pi mt^2}\left[(m+3)\frac{r^2}{a^2} - (m+1)\right]$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{16\pi Em^2t^3}\left[\frac{(a^2-r^2)^2}{a^2}\right]$$

Au milieu:

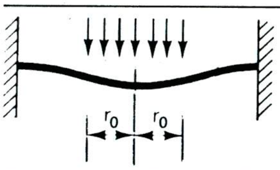
$$\sigma_r = \sigma_t = -\frac{3Q(m+1)}{8\pi mt^2}$$

$$\delta_{(max)} = -\frac{3Q(m^2-1)a^2}{16\pi Em^2t^3}$$

Au bord:

$$\sigma_{r(max)} = \frac{3Q}{4\pi t^2} \qquad \sigma_{t(max)} = \frac{3Q}{4\pi mt^2}$$

Charge uniforme sur une partie concentrique et circulaire de la surface avec le rayon r_0



$Q = q\pi r_0^2$

A une distance r du centre:

$r < r_0$

$$\sigma_r = -\frac{3Q}{2\pi mt^2}\left[(m+1)\ln\frac{a}{r_0} + (m+1)\frac{r_0^2}{4a^2} - (3m+1)\frac{r^2}{4r_0^2}\right]$$

$$\sigma_t = -\frac{3Q}{2\pi mt^2}\left[(m+1)\ln\frac{a}{r_0} + (m+1)\frac{r_0^2}{4a^2} - (m+3)\frac{r^2}{4r_0^2}\right]$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{16\pi Em^2t^3}\left[4a^2 - (8r^2+4r_0^2)\ln\frac{a}{r_0} - \frac{2r^2r_0^2}{a^2} + \frac{r^4}{r_0^2} - 3r_0^2\right]$$

$r > r_0$

$$\sigma_r = -\frac{3Q}{2\pi mt^2}\left[(m+1)\ln\frac{a}{r} + (m+1)\frac{r_0^2}{4a^2} + (m-1)\frac{r_0^2}{4r^2} - m\right]$$

$$\sigma_t = -\frac{3Q}{2\pi mt^2}\left[(m+1)\ln\frac{a}{r} + (m+1)\frac{r_0^2}{4a^2} - (m-1)\frac{r_0^2}{4r^2} - 1\right]$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{16\pi Em^2t^3}\left[4a^2 - (8r^2+4r_0^2)\ln\frac{a}{r} - \frac{2r^2r_0^2}{a^2} - 4r^2 + 2r_0^2\right]$$

Au milieu:

$$\sigma_r = \sigma_t = -\frac{3Q}{2\pi mt^2}\left[(m+1)\ln\frac{a}{r_0} + (m+1)\frac{r_0^2}{4a^2}\right] =$$

$$= \max \sigma_r \text{ pour } r_0 < 0{,}588a$$

$$\delta_{(max)} = -\frac{3Q(m^2-1)}{16\pi Em^2t^3}\left[4a^2 - 4r_0^2\ln\frac{a}{r_0} - 3r_0^2\right]$$

Pour r_0 très petit (charge concentrée):

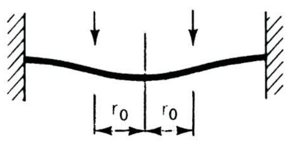
$$\delta_{(max)} = -\frac{3Q(m^2-1)a^2}{4\pi Em^2t^3}$$

Au bord:

$$\sigma_r = \frac{3Q}{2\pi t^2}\left(1 - \frac{r_0^2}{2a^2}\right) = \max \sigma_r \text{ pour } r_0 > 0{,}588a$$

$$\sigma_t = \frac{3Q}{2\pi mt^2}\left(1 - \frac{r_0^2}{2a^2}\right)$$

Charge uniforme sur un anneau concentrique, circulaire et de rayon r_0



A une distance r du centre:

$r < r_0$

$$\sigma_r = \sigma_t = -\frac{3Q}{4\pi mt^2}\left[(m+1)\left(2\ln\frac{a}{r_0} + \frac{r_0^2}{a^2} - 1\right)\right] = \max \sigma \text{ pour}$$

$$r_0 < 0{,}31a$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{2\pi Em^2t^3}\left[\frac{1}{2}\left(1 + \frac{r_0^2}{a^2}\right)(a^2-r^2) - (r^2+r_0^2)\ln\frac{a}{r_0} + (r^2-r_0^2)\right]$$

$r > r_0$

$$\sigma_r = -\frac{3Q}{4\pi mt^2}\left[(m+1)\left(2\ln\frac{a}{r} + \frac{r_0^2}{a^2}\right) + (m-1)\frac{r_0^2}{r^2} - 2m\right]$$

$$\sigma_t = -\frac{3Q}{4\pi mt^2}\left[(m+1)\left(2\ln\frac{a}{r} + \frac{r_0^2}{a^2}\right) - (m-1)\frac{r_0^2}{r^2} - 2\right]$$

$$\delta(r) = -\frac{3Q(m^2-1)}{2\pi Em^2t^3}\left[\frac{1}{2}\left(1 + \frac{r_0^2}{a^2}\right)(a^2-r^2) - (r^2+r_0^2)\ln\frac{a}{r}\right]$$

Au milieu:

$$\delta_{(max)} = -\frac{3Q(m^2-1)}{2\pi Em^2t^3}\left[\frac{1}{2}(a^2-r_0^2) - r_0^2\ln\frac{a}{r_0}\right]$$