Propriété du matériaux :

- L'élément est une tôle pliée 140*50*4
- Matière : AC 52
- norme européenne S355k2g3 et équivalent norme Française E36 .

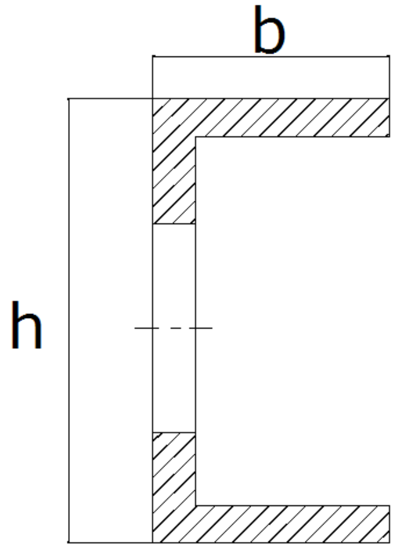
$$\begin{cases} R_e = 355\ MPa \\ R_m = 560 MPa \\ E = 205 \times 10^3 MPa \\ v = 0.3 \end{cases}$$

I. *<u>Le centre de gravité</u>* :

$$\bar{y} = \frac{\sum S \times y}{\sum S}$$

$$\bar{y} = \frac{(4*50*2)+(4*132*70)+(4*50*138)}{200*2*528}$$

$$\bar{y} = 70\ mm$$

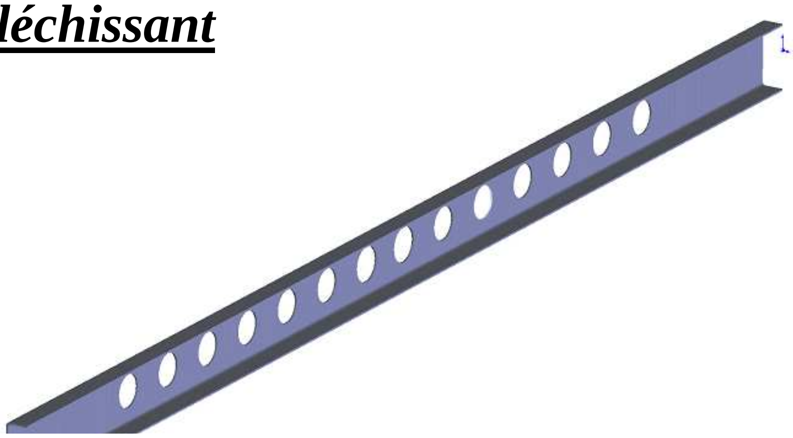


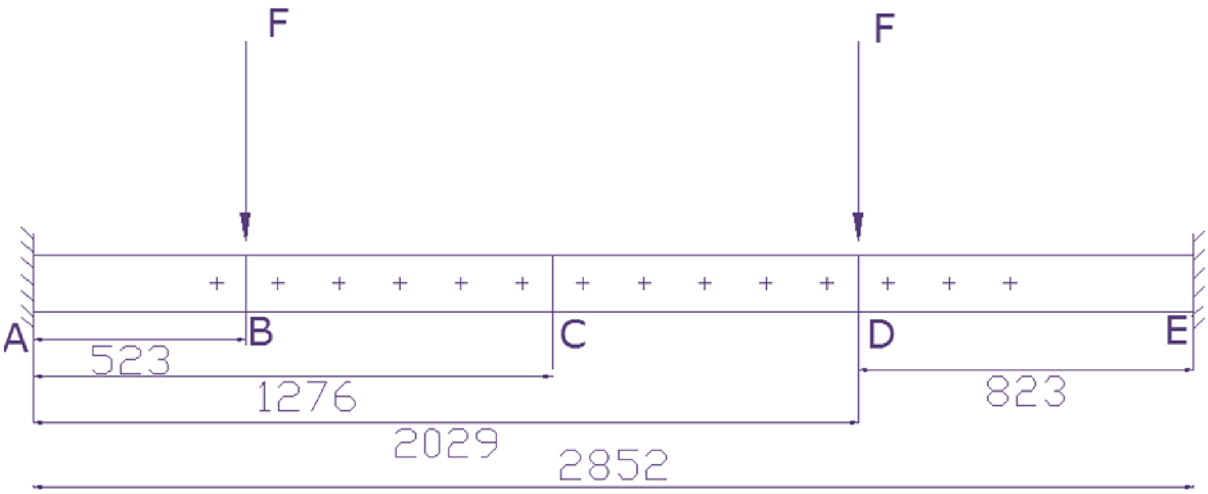
II. *<u>Le moment d'inertie</u>* :

$$I = \frac{\sum bh^3}{12} + S(y - \bar{y})^2$$

$$I = \frac{50 * 140^3}{12} - \frac{46 * 132^3}{12} - \frac{4 * 74^3}{12} = 2.4817 * 10^6 \, mm^4$$

III. Le moment Fléchissant





On suppose que le poids du groupe hydraulique est reparti sur les 4 longrines, et les points B et E représentent les longeronts du groupe.

A l'état statique on a :

$$\begin{cases}\sum \vec{F} \\ \sum \vec{M}\end{cases} = 0 \qquad \textbf{DONC} \qquad \begin{cases} R_A + R_E - 2F = 0 \\ 523\ F + 2029F - 2852R_E = 0 \end{cases}$$

Alors $R_E = 0.894F$ ET $R_A = 1.106F$

** **Entre A et B** , $x \leq 523$ **on a :***

$$\begin{cases} T = R_A = 1.106F \\ M = -R_A.x \end{cases} \qquad \text{Donc} \qquad \begin{cases} M_A = 0 \\ M_B = -578.438F \end{cases}$$

****Entre B et D** , $523 < x \leq 2029$*

$$\begin{cases} T = R_A - F \\ M = -R_A.x + F(x - 523) \end{cases} \qquad \text{D'où} \qquad \begin{cases} T = 0.106F \\ M = -0.106Fx - 523F \end{cases}$$

DONC
$$\begin{cases} M_B = -578.438F \\ M_C = -658.256F \\ M_D = -738.074F \end{cases}$$

***Entre D et E** , $2029 < x \leq 2852$*

$$\begin{cases} T = R_A - 2F \\ M = F(x - 2029) + F(x - 523) - R_A.x \end{cases}$$

D'où
$$\begin{cases} T =- 0.894F \\ M = 0.894Fx - 2552F \end{cases}$$

DONC
$$\begin{cases} M_D = -738.074F \\ M_E = 0 \end{cases}$$

Alors $M_{max} = 738.07F\ N/mm$

V. Calcule de la flèche :

La valeur de y se calcule à partir de l'équation différentielle :

$$\ddot{y} = \frac{M_x}{E*I}$$

Entre A et B :

On a $M = -R_A . x = -1.106F . x$

Donc avec intégration double suivant x on trouve :

$$EI\dot{y} = \int -1.106F . x\, dx = \frac{-1.106F}{2} x^2 + c_1$$

$$EI\dot{y} = -0.553x^2 + c_1$$

$$EIy_{AB} = \int (-0.553x^2 + c_1) dx$$

$$EIy_{AB} = -0.184Fx^3 + c_1 x + c_2$$

Entre B et D :

$$M = -0.106Fx - 523F$$

$$EI\ddot{y} = -0.106Fx - 523F$$

$$EI\dot{y} = \int(-0.106Fx - 523F)dx = -0.053Fx^2 - 523Fx + c_3$$

$$EIy = \int(-0.053Fx^2 - 523Fx + c_3)\, dx$$

$$EIy_{BD} = -0.017Fx^3 - 261.5Fx^2 + c_3 x + c_4$$

Entre D et E :

De la même manière on trouve :

$$EIy_{DE} = 0.149Fx^3 - 1276Fx^2 + c_5 x + c_6$$

On a les conditions aux limites :

$$y_{AB}(0) = 0 \rightarrow c_2 = 0$$

$$y_{AB}(523) = y_{BD}(523)$$

$$\rightarrow \quad A + 523\boxed{c_1 = 523\,c_3 + c_4 \quad (1)}$$

Avec $A = (-0.167 \times 523^3 + 261.5 \times 523^2)F$

$$A = 4.764 \times 10^7 F$$

$$\dot{y}_{AB}(523) = \dot{y}_{BD}(523)$$

$$\rightarrow \boxed{B + c_1 = c_3} \quad (2)$$

avec $B = \quad 2.735 * 10^5 F$

$$y_{DE}(2852) = 0$$

$$\boxed{c_6 = C - 2852\,c_5} \quad (3)$$

Avec $C = 6.922 * 10^9 F$

$$y_{BD}(2029) = y_{DE}(2029)$$

$$\rightarrow \boxed{D + 2029c_5 + c_6 = 2029c_3 + c_4} \quad (4)$$

avec $D = -2.79 * 10^9 F$

$$\dot{y}_{BD}(2029) = \dot{y}_{DE}(2029)$$

$$\rightarrow \boxed{E + c_5 = c_3} \quad (5)$$

avec $E = 0$

Donc on :
$$\begin{cases} A + 523c_1 = 523c_3 + c_4 \\ B + c_1 = c_3 \\ C - 2852c_5 = c_6 \\ D + 2029c_5 + c_6 = 2029c_3 + c_4 \\ c_5 = c_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1 = c_3 - B \\ c_4 = -523B + A \\ c_6 = C - 2852c_3 \\ c_5 = c_3 \end{cases}$$

En remplaçant dans la 4$^{\text{ème}}$ équation on trouve :

$$c_3 = \frac{523B + D + C - A}{2852}$$

Et par conséquence :
$$\begin{cases} c_3 = c_5 = 1.482 * 10^6 F \\ c_4 = -9.54 * 10^7 F \\ c_1 = 1.208 * 10^6 F \\ c_6 = 2.694 * 10^9 F \end{cases}$$

Donc les équations de la flèche dans chaque intervalle

sont :

$$\begin{cases} \frac{EI}{F}y_{AB} = -0.184x^3 + 1.208 * 10^6 x \\ \frac{EI}{F}y_{BD} = -0.017x^3 - 261.5x^2 + 1.482 * 10^6 x + -9.54 * 10^7 \\ \frac{EI}{F}y_{DE} = 0.149x^3 - 1276x^2 + 1.482 * 10^6 x + 2.694 * 10^9 \end{cases}$$

Dans notre cas la flèche maximale est localisé dans l'intervalle

$[B, D]$**pour cela on prend comme équation :**

$$\frac{EI}{F}y_{BD} = -0.017x^3 - 261.5x^2 + 1.482 * 10^6 x + -9.54 * 10^7$$

On a

$$\frac{EI}{F}\dot{y} = -0.051x^2 - 523x + 1.482 * 10^6$$

Donc l'abscisse de la flèche maximale est obtenue par résolution de

l'équation : $-0.051x^2 - 523x + 1.482 * 10^6 = 0$

$$\Delta = 523^2 + 4 * 0.051 * 1.482 * 10^6 = 758.85$$

Donc $x_1 = 2312.25$ $x_2 = -12567.15$

On prend le 1er résultat car x est positif, mais c'est illogique , car la flèche maximale doit être prête du milieu de la poutre