Devoir à la maison de mécanique et d'optique

A rendre le lundi ~~9 mai~~ 27 avril

(durant la séance de PH100R ou, en cas d'absence, par mail (PDF lisible) avant 19h)

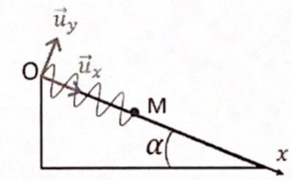
* * *

Précisions sur le barème (copie notée sur 20)

- **1 point sera attribué** sur la forme : soin, rédaction, structuration de la copie.
- **3 points seront retirés** en cas de retard de moins d'une semaine
- **5 points seront retirés** en cas de retard de plus d'une semaine (après lundi 16 mai 19h)
- Une copie **non rendue** conduit à la note de 0/20

* * *

Exercice 1 : Plan incliné et ressort (/10)



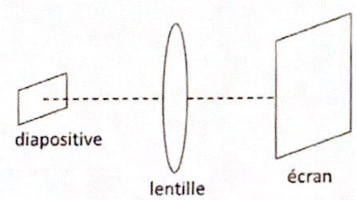
Soit un ressort de constante raideur k et de longueur au repos l_0 dont les extrémités sont reliées à un point fixe O d'un plan incliné et à un point matériel M de masse m qui glisse el long du plan incliné.
On pose $OM = x$.
On néglige les frottements.
Données : $k = 50\ \mathrm{N.m^{-1}}$; $l_0 = 5\ \mathrm{cm}$; $m = 50\ \mathrm{g}$; $g = 9{,}8\ \mathrm{m.s^{-2}}$; $\alpha = 30°$

1. Faire un bilan des forces au point M dans le référentiel terrestre et les représenter sur un schéma dans la situation où le ressort est **étiré**.
2. Appliquer le principe fondamental de la dynamique, ou 2e loi de Newton, au point M.
3. Dans cette question, on s'intéresse à la position d'équilibre du point M, c'est-à-dire la position dans laquelle le point M est immobile.
   (a) Déterminer l'expression littérale de la force exercée par le ressort sur le point M en fonction de x_e, l_0 et k.
   (b) Déterminer l'expression littérale de la position d'équilibre x_e du point M en fonction de l_0, m, g, α et k en détaillant le raisonnement.
   Faire l'application numérique.
4. A partir de cette position d'équilibre, le point M est déplacé puis relâché. Donner l'expression de l'accélération de M à l'instant où il est relâché, en fonction de x, x_e, k et m.
   Faire l'application numérique pour un point M relâché à $x = 6$ cm.
5. Déduire de la question précédente que la position du point M obéit à une *équation différentielle*[i] du type : $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = C$ avec ω et C des constantes. Par identification, déterminer les expressions de ω et C en fonction de x_e, k et m.

6. On peut montrer mathématiquement en résolvant l'équation différentielle que la position x du point M est une fonction du temps de la forme :
$$x(t) = x_e - \frac{mg}{k}\cos(\omega t)$$
(on admettra cette expression sans chercher à la démontrer).
Commenter le mouvement du point M et représenter graphiquement l'allure de $x(t)$ sans soucis d'échelle. Faire apparaître x_e et $\frac{mg}{k}$ sur le graphique.
7. Ce mouvement est-il conforme à ce que l'on observerait en réalité ? Dans le cas contraire, préciser ce qui a été négligé dans cette étude et tracer l'allure de $x(t)$ qui serait observée en réalité.

Exercice 3 : Un projecteur de diapositives (/9)

Un projecteur de diapositives est un instrument d'optique permettant de visionner des diapositives (photographies sur support transparent) par projection sur une surface blanche de grande taille. A l'aide d'une lentille convergente, on désire projeter l'image d'une diapositive sur un écran placé à distance $D = 5$ m de la diapositive.



1. L'image de la diapositive est-elle être réelle ou virtuelle ?
2. L'image de la diapositive est-elle droite ou renversée (justifiez) ?
3. Exprimez la distance D en fonction de $\overline{OA}$ et de $\overline{OA}'$.
4. Déterminez l'expression littérale de la distance focale f'de la lentille en fonction du grandissement γ et de la distance D. Détaillez votre raisonnement.
5. Quelle doit être la distance focale f' de la lentille utilisée pour que l'image soit agrandie 60 fois ?

[1] Une équation différentielle est une équation reliant une fonction et ses dérivées.