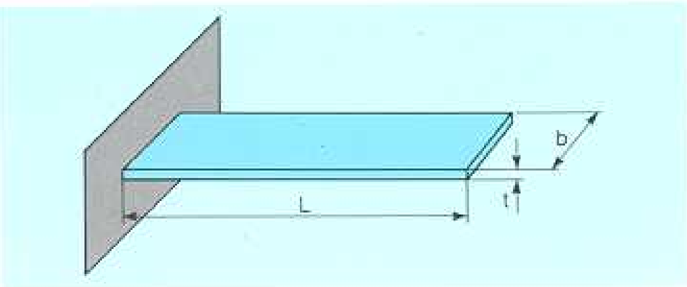
Ci-après sont données des formules de calcul des cas élémentaires de charge pour ressorts droits et des plaques circulaires. La section traite également des cas élémentaires de flexion de ressorts à courbure simple. Toutes les formules sont applicables pour une déformation élastique modérée.

Ressort droit, immobilisé à l'une des extrémités

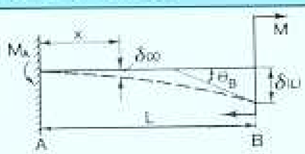
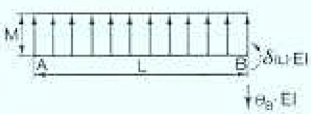
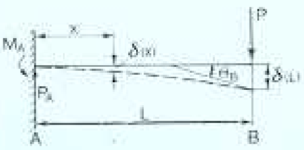
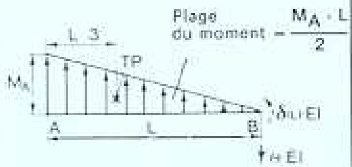
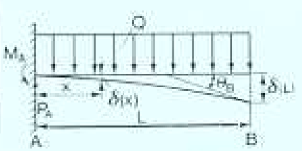
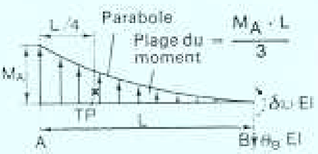
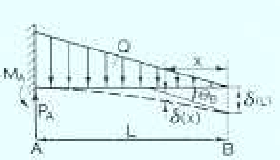


Contrainte maxi de flexion dans le ressort

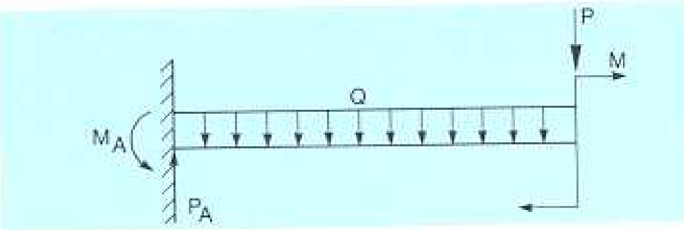
$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W}$$

Symboles, voir page 20.

Tableau 9

	Type de charge	Diagramme de moment	Changements d'angles	Déflexion
a	 $M_A = M$	 $M_{max} = M$	$\Theta_A = 0$ $\Theta_B = \frac{ML}{EI}$	$\delta(x) = \frac{Mx^2}{2EI}$ $\delta(L) = \frac{ML^2}{2EI}$
b	 $P_A = P; M_A = PL$	 $M_{max} = PL$	$\Theta_A = 0$ $\Theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$	$\delta(x) = \frac{PL^3}{2EI}\left(\frac{x^2}{L^2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{L^3}\right)$ $\delta(L) = \frac{PL^3}{3EI}$
c	 $P_A = Q; M_A = \frac{QL}{2}$	 $M_{max} = \frac{QL}{2}$	$\Theta_A = 0$ $\Theta_B = \frac{QL^2}{6EI}$	$\delta(x) = \frac{QL^3}{24EI}\left(6\frac{x^2}{L^2} - 4\frac{x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4}\right)$ $\delta(L) = \frac{QL^3}{8EI}$
d	 $P_A = Q; M_A = \frac{QL}{3}$	 $M_{max} = \frac{QL}{3}$	$\Theta_A = 0$ $\Theta_B = \frac{QL^2}{12EI}$	$\delta(x) = \frac{PL^3}{12EI}\left(\frac{4}{5} - \frac{x}{L} + \frac{1}{5}\frac{x^5}{L^5}\right)$ $\delta(L) = \frac{QL^3}{15EI}$

Les cas élémentaires peuvent être additionés, par example



$$M_{max} = M + PL + \frac{QL}{2}$$

$$\sigma_{max} = \frac{\left(M + PL + \frac{Q \cdot L}{2}\right) 6}{b \cdot t^2}$$

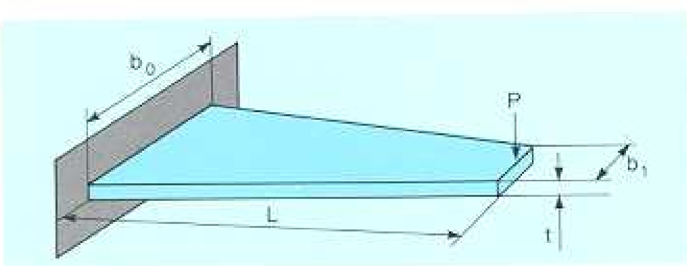
$$\delta(L) = \frac{ML^2}{2EI} + \frac{PL^3}{3EI} + \frac{QL^3}{8EI}$$

$$\delta(x) = \frac{Mx^2}{2EI} + \frac{PL^3}{2EI}\left(\frac{x^2}{L^2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{x^3}{L^3}\right) + \frac{QL^3}{24EI}\left(6\frac{x^2}{L^2} - 4\frac{x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4}\right)$$

Symboles utilisés

P = force
q = charge par unité de surface (unité de longueur)
Q = charge totale
M = couple de flexion
σ = contrainte. La contrainte de flexion permise pour une matière est d'environ 25—30 % plus élevée que sa contrainte de traction permise.
σ_r = contrainte radiale
σ_t = contrainte tangentielle
E = module d'élasticité
W = résistance de flexion pour section rectangulaire $\left(= \frac{b \cdot t^2}{6}\right)$
I = couple d'inertie pour section rectangulaire $\left(= \frac{b \cdot t^3}{12}\right)$
J = couple d'inertie, ressort à courbure simple
b = largeur du ressort
t = épaisseur du ressort
L = longueur développée du ressort
r = rayon
a = rayon de la plaque
A = surface transversale
φ = angle
Θ = changement d'angle (en radians)
δ = déflexion
$\delta(x)$ = déflexion, distance x ou x_1
$\delta(L)$ = déflexion maxi (tableau 9)
$\delta(L/2)$ = déflexion maxi (tableau 10)
$\delta(r)$ = déflexion avec le rayon r
k'' = voir fig. 27
ν = indice de Poisson (pour l'acier = env. 0,3)
m = $\frac{1}{\nu}$
$\ln$ = logarithme naturel ($\ln x = 2,3026 \cdot \log x$)
η = écartement maxi de l'axe neutre à "la fibre extrême"
$\varkappa$ = $\frac{J}{A \cdot r^2}$
TP = centre de gravité

Ressort trapézoïdal, immobilisé à l'une des extrémites



Contrainte maxi de flexion dans le ressort

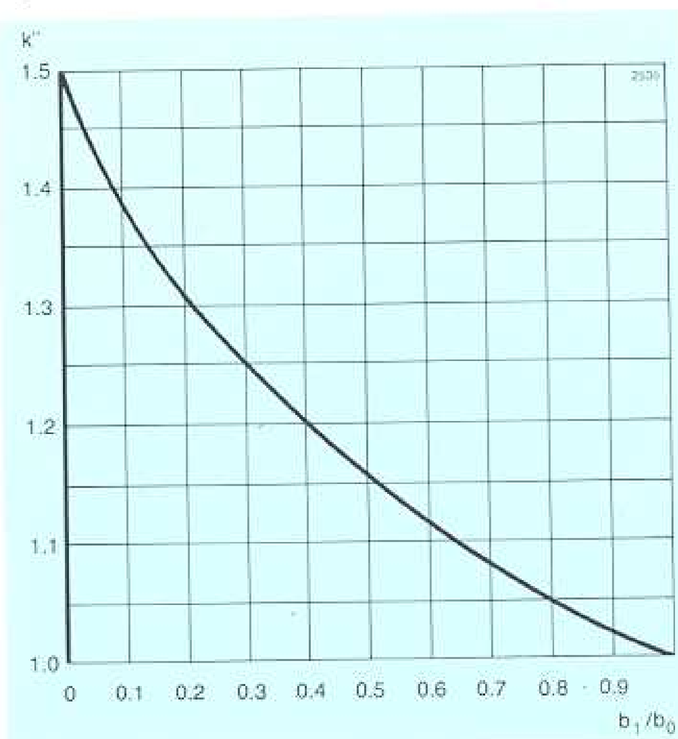
$$\sigma_{max} = \frac{P \cdot 6 \cdot L}{b_0 \cdot t^2}$$

Déflexion du ressort à l'extrémité libre

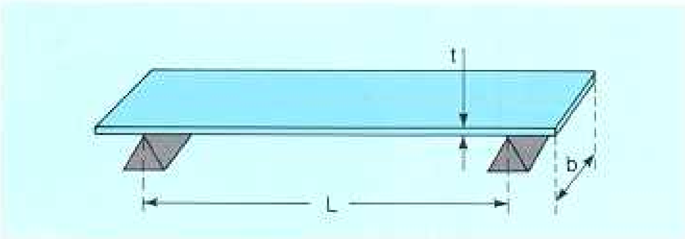
$$\delta(L) = \frac{k''}{3} \cdot \frac{P \cdot L^3}{E \cdot I} = \frac{4 \cdot k''}{b_0 \cdot t^3} \cdot \frac{P \cdot L^3}{E} = \frac{2k''}{3} \cdot \frac{L^2}{t} \cdot \frac{\sigma_{max}}{E}$$

La valeur du coefficient k'' dépend du rapport b_1/b_0 et varie selon la courbe de la fig. 27.

Fig. 27. Le coefficient k'' pour un ressort trapézoïdal



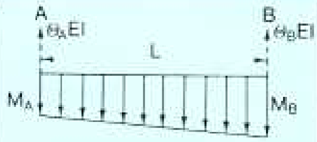
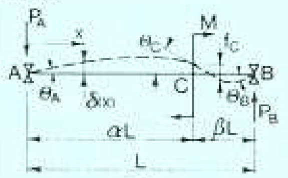
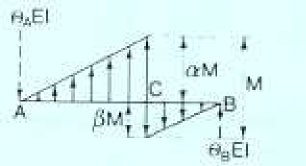
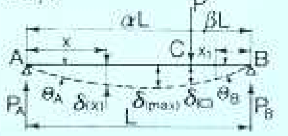
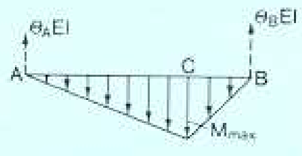
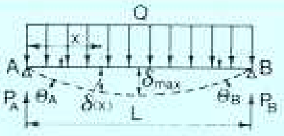
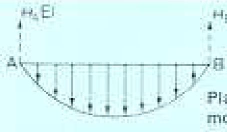
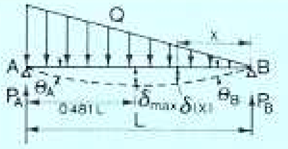
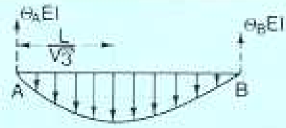
Ressort droit reposant librement sur deux appuis



Contrainte de flexion maxi du ressort

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W}$$

Tableau 10

	Type de charge	Diagramme de moment	Changements d'angles	Déflexion
a	 $P_A = -P_B = \frac{M_B - M_A}{L}$	 $M_{max} = M_B$ ou M_A	$\Theta_A = \frac{M_A L}{3EI} + \frac{M_B L}{6EI}$ $\Theta_B = \frac{M_B L}{3EI} + \frac{M_A L}{6EI}$	$\delta_{(x)} = \frac{x(L-x)}{6LEI}\left[M_A(2L-x) + M_B(L+x)\right]$
	$M_A = M_B = M$	$M_{max} = M$	$\Theta_A = \Theta_B = \frac{ML}{2EI}$	$\delta_{(x)} = \frac{M}{EI} \cdot \frac{x(L-x)}{2}$ $\delta_{(L/2)} = \frac{ML^2}{8EI}$
b	$\alpha > \beta$  $P_A = P_B = \frac{M}{L}$	 $M_{max} = \alpha M$ ou βM	$\Theta_A = \frac{1 - 3\beta^2}{6} \cdot \frac{ML}{EI}$ $\Theta_B = \frac{1 - 3\alpha^2}{6} \cdot \frac{ML}{EI}$ $\Theta_C = \frac{1 - 3\alpha\beta}{3} \cdot \frac{ML}{EI}$	$\delta_{(x)} = \frac{MLx}{6EI}\left(1 - 3\beta^2 - \frac{x^2}{L^2}\right)$ pour $x < \alpha L$ $\delta_{(x)} = \frac{ML(L-x)}{6EI}\left[\left(\frac{L-x}{L}\right)^2 + 3\alpha^2 - 1\right]$ pour $x > \alpha L$ $\delta_C = \frac{\alpha\beta(\alpha - \beta)}{3} \cdot \frac{ML^2}{EI}$
	$\beta = 0;\ \alpha = 1$	$M_{max} = M$	$\Theta_A = \frac{ML}{6EI};\ \Theta_C = \frac{ML}{3EI}$	$\delta_{(x)} = \frac{MLx}{6EI}\left(1 - \frac{x^2}{L^2}\right);\ \delta_{max} = \frac{\sqrt{3}}{27} \cdot \frac{ML^2}{EI}$
c	$\alpha > \beta$  $P_A = \beta P;\ P_B = \alpha P$	 $M_{max} = \alpha\beta PL$	$\Theta_A = \frac{\alpha\beta(1 + \beta)}{6} \cdot \frac{PL^2}{EI}$ $\Theta_B = \frac{\alpha\beta(1 + \alpha)}{6} \cdot \frac{PL^2}{EI}$	$\delta_{(x)} = \frac{PL^3}{EI} \cdot \frac{\alpha^2\beta^2}{6}\left[\left(\frac{2}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)\frac{x}{L} - \frac{1}{\alpha^2\beta}\frac{x^3}{L^3}\right]$ pour $x < \alpha L$ $\delta_{(x_1)} = \frac{PL^3}{EI} \cdot \frac{\alpha^2\beta^2}{6}\left[\left(\frac{2}{\beta} + \frac{1}{\alpha}\right)\frac{x_1}{L} - \frac{1}{\beta^2\alpha}\frac{x_1^3}{L^3}\right]$ pour $x > \alpha L$ $\delta_C = \frac{\alpha^2\beta^2}{3} \cdot \frac{PL^3}{EI}$ $\delta_{max} = \frac{\beta\alpha^2/_2}{3}\left(\frac{2\beta + \alpha}{3}\right)^{3/2}\frac{PL^3}{EI}$
	$\alpha = \beta;\ P_A = P_B = \frac{P}{2}$	$M_{max} = \frac{PL}{4}$	$\Theta_A = \Theta_B = \frac{PL^2}{16EI}$	$\delta_{(x)} = \frac{PL^3}{16EI}\left(\frac{x}{L} - \frac{4}{3}\frac{x^3}{L^3}\right)$ pour $x < \frac{L}{2}$; $\delta_{(L/2)} = \frac{PL^3}{48EI}$
d	 $P_A = P_B = \frac{Q}{2}$	 Plage du moment = $\frac{2\ M_{max} L}{3}$ $M_{max} = \frac{QL}{8}$	$\Theta_A = \Theta_B = \frac{QL^2}{24EI}$	$\delta_{(x)} = \frac{PL^3}{24EI}\left(\frac{x}{L} - 2\frac{x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4}\right)$ $\delta_{(L/2)} = \frac{5QL^3}{384EI}$
e	 $P_A = \frac{2Q}{3};\ P_B = \frac{Q}{3}$	 $M_{max} = 0{,}128\ QL$	$\Theta_A = \frac{8QL^2}{180EI}$ $\Theta_B = \frac{7QL^2}{180EI}$	$\delta_{(x)} = \frac{PL^3}{180EI}\left(7\frac{x}{L} - 10\frac{x^3}{L^3} + 3\frac{x^5}{L^5}\right)$ $\delta_{max} = 0{,}01304\ \frac{QL^3}{EI}$