Modélisation du rotor

l'application du theoreme de bernoulli nous permet d'écrire directement
l'aspect conservation de la masse

$$\rho A_\infty U_\infty = \rho A_D U_D = \rho A_w U_w$$

On peut poser

$$U_D = U_\infty (1-a)$$

La variation de quantité de mouvement peut alors s'ecrire

$$\Delta Q_m = (U_\infty - U_W) \rho A_D U_D$$

la force qui crée cette variation de quantité de mouvement provient entierement de la difference de pression entre les deux faces du disque modelisant le rotor

$$(P_D^{+.} - P_D^{-.}) A_D = (U_\infty - U_W) \rho A_D U_D$$

$$(P_D^{+.} - P_D^{-}.) A_D = (U_\infty - U_W) \rho A_D U_\infty (1-a)$$

Pour obtenir P_D^+ et P_D^- on applique séparemment l'equation de Bernoulli $1/2 \rho U^2 + P + \rho g h$ avant et aprés le rotor

On suppose le fluide incompressible et le deplacement horizontal

$$\rho_\infty = \rho_D = \rho_W \quad h_\infty = h_D = h_W$$

on obtient donc en amont

$$1/2 \rho U_\infty^2 + P_\infty = 1/2 \rho U_D^2 + P_D^+$$

et en aval

$$1/2 \rho U_W^2 + P_\infty = 1/2 \rho U_D^2 + P_D^-$$

la soustraction de ces deux equations nous donne

$$(P_D^{+.} - P_D^{-.}) = 1/2 \rho (U_\infty^2 - U_W^2)$$

en remplacant dans l'equation ( ) il vient

$$1/2 \rho (U_\infty^2 - U_W^2) A_D = (U_\infty - U_W) \rho A_D U_\infty (1-a)$$

en simplifiant on obtient

$$U_W = (1-2a) U_\infty$$

la force exercée par l'air sur le rotor $(P_D^{+.} - P_D^{-}.) A_D = (U_\infty - U_W) \rho A_D U_\infty (1-a)$ peut donc maintenant d'écrire en remplacant U_W

$$F = (P_D^{+.} - P_D^{-}.) A_D = 2 \rho A_D U_\infty^2 a (1-a)$$

La poursuite de cette demonstration menerait rapidement au calcul de la limite de Betz avec un « a » optimum de 1/3
nous pourrons donc prendre comme modelisation de la force exercée par l'air sur le rotor

$$F = \frac{4}{9} \rho A_D U_\infty^2 \eta$$