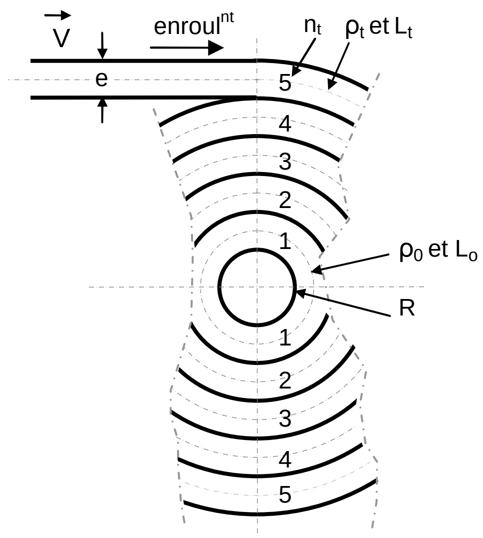
ENROULEMENT ET DÉROULEMENT D'UN FILM SUR UN NOYAU

(L'application EXCEL correspondante est dans le fichier : Enroulement et déroulement film 1.XLS)

1 – Enroulement avec vitesse linéaire uniforme du film



1-1 Données

- vitesse du film : V
- épaisseur du film : e
- rayon du noyau : R

1-2 Variables

- rayon d'enroulement initial : $\rho_0 = R + e/2$
- rayon à l'instant t : ρ_t
- longueur première spire : L_0
- longueur spire à l'instant t : L_t
- longueur enroulée à l'instant t : LE_t
- nombre de spires enroulées à l'instant t : n_t
- fréquence de rotation à l'instant t : N_t
- vitesse d'évolution du rayon d'enroulement : VR_t

1-3 Calculs

On calcule les longueurs comme celles de cercles concentriques mais on assimile l'enroulement à une progression arithmétique de premier terme L_0 et de dernier terme L_t . Les longueurs des spires sont calculées à la fibre neutre du film (c'est-à-dire au milieu de l'épaisseur).

La somme des termes de cette progression donne la longueur enroulée à l'instant t :

$$\boxed{LE_t = \left(\frac{L_0 + L_t}{2}\right) \cdot n_t} \quad (1)$$

On sait également que, puisque la vitesse est uniforme : $LE_t = V \cdot t$ donc :

$$V \cdot t = \left(\frac{L_0 + L_t}{2}\right) \cdot n_t \quad \text{d'où : } L_t = \frac{2 \cdot V \cdot t}{n_t} - L_0 \quad \text{soit : } L_t = \frac{2 \cdot V \cdot t}{n_t} - 2 \cdot \pi \cdot \rho_0 \quad (2)$$

D'autre part : $L_t = 2 \cdot \pi \cdot \rho_t$ avec $\rho_t = \rho_0 + e \cdot (n_t - 1)$ donc : $L_t = 2 \cdot \pi \cdot \left(\rho_0 + e \cdot (n_t - 1)\right)$ (3)

En égalant (2) et (3) et en multipliant par $\frac{n_t}{2 \cdot \pi}$ on a :

$e \cdot (n_t)^2 - n_t (2 \cdot \rho_0 - e) - \frac{V \cdot t}{\pi} = 0$ dont la racine (on ne garde que la positive) donne le nombre de spires enroulées à l'instant t :

$$\boxed{n_t = -\left(\frac{\rho_0}{e} - \frac{1}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{e} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{V \cdot t}{e.\pi}}} \quad (4)$$

On a vu que $\rho_t = \rho_0 + e \cdot (n_t - 1)$ donc le rayon d'enroulement à l'instant t est :

$$\boxed{\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{V \cdot t \cdot e}{\pi}}} \qquad (5)$$

La fréquence de rotation à l'instant t est $N_t = \dfrac{V}{2 \cdot \pi \cdot \rho_t}$ d'où :

$$\boxed{N_t = \frac{V}{2 \cdot \pi \left(-\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{V \cdot t \cdot e}{\pi}} \right)}} \qquad (6)$$

La vitesse radiale d'évolution est $VR_t = N_t \cdot e$ soit :

$$\boxed{VR_t = \frac{V \cdot e}{2 \cdot \pi \left(-\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{V \cdot t \cdot e}{\pi}} \right)}} \qquad (7)$$

2 – Enroulement avec accélération, puis vitesse constante puis décélération du film

2-1 Données

- épaisseur du film : e
- rayon du noyau : R
- Nb. de spires total : N
- vitesse du film (domaine à vitesse constante) : V
- accélération du film : γ_{acc} = constante (MUA)
- décélération du film : $\gamma_{déc}$ = constante (MUA)

2-2 Variables

- rayon d'enroulement initial : ρ_0 = R+ e/2
- longueur première spire : L_0
- longueur dernière spire : L_{max}
- rayon d'enroulement maxi : ρ_{max}
- longueur totale enroulée : LE
- temps de bobinage : t
- vitesse radiale d'évolution du rayon : VR
- temps d'accélération du film : t_{acc}
- longueur enroulée pendant l'accélération : LE_{acc}
- Nb. spires enroulées pendant l'accélération : n_{acc}
- rayon d'enroulement en fin d'accélération : ρ_{acc}
- temps de bobinage à vitesse constante : t_{const}
- longueur enroulée à vitesse constante : LE_{const}
- Nb. spires enroulées à vitesse constante : n_{const}
- rayon d'enroulement en fin de vit. constante : ρ_{const}
- temps de décélération du film : $t_{déc}$
- longueur enroulée pendant la décélération : $LE_{déc}$
- Nb. spires enroulées pendant la décélération : $n_{déc}$
- rayon d'enroulement en fin de décélération : $\rho_{déc}$

Si LE_t est la longueur enroulée et V_t la vitesse du film, à l'instant t dans le domaine considéré, les équations (5) , (4), (6) et (7) peuvent s'écrire :

$$\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot LE_t}$$

$$n_t = \frac{\rho_t - \rho_0}{e} + 1$$

$$N_t = \frac{V_t}{2.\pi.\rho_t}$$

$$VR_t = N_t.e$$

Il suffit de calculer les valeurs LE_t et Vt pour chaque domaine et de les reporter pour obtenir les équations du mouvement.

L'accélération et la décélération doivent être choisies en fonction des inerties en jeu et de la résistance à la traction du film.

2-3 Calculs pour le domaine à vitesse uniformément accélérée :

Pour ce domaine, on a : $V_t = \gamma_{acc} \cdot t$ et $LE_t = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{acc} \cdot (t)^2$ Les équations sont donc :

$$\boxed{\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \frac{\gamma_{acc} \cdot (t)^2}{2}}}$$

$$\boxed{n_t = \frac{\rho_t - \rho_0}{e} + 1}$$

$$\boxed{N_t = \frac{\gamma_{acc} \cdot t}{2 \cdot \pi \cdot \rho_t}}$$

$$\boxed{VR_t = N_t \cdot e}$$

- longueur enroulée pendant cette accélération : $LE_{acc} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2$ ou $LE_{acc} = \frac{V^2}{2 \cdot \gamma_{acc}}$

- rayon de la bobine en fin d'accélération : $\rho_{acc} = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \frac{\gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2}{2}}$

- le nombre de spires enroulées pendant l'accélération : $n_{acc} = \frac{\rho_{acc} - \rho_0}{e} + 1$

2-4 Calculs pour le domaine à vitesse constante :

Pour ce domaine, on a : $V_t = C^{ste}$ et $LE_t = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2 + V \cdot (t - t_{acc})$ Les équations sont donc :

$$\boxed{\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \left[\frac{\gamma_{acc} \cdot (t)^2}{2} + V \cdot (t - t_{acc})\right]}}$$

$$\boxed{n_t = \frac{\rho_t - \rho_0}{e} + 1}$$

$$\boxed{N_t = \frac{V}{2 \cdot \pi \cdot \rho_t}}$$

$$\boxed{VR_t = N_t \cdot e}$$

On connaît la longueur enroulée pendant l'accélération. Pour calculer les autres éléments de l'enroulement à vitesse constante, il faut connaître la longueur enroulée à vitesse constante et donc, auparavant, calculer celle enroulée pendant la décélération, à savoir :

$LE_{déc} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{déc} \cdot (t_{déc})^2$ ou $LE_{déc} = \frac{V^2}{2 \cdot \gamma_{déc}}$ puisque $t_{déc} = \frac{V}{\gamma_{déc}}$

- longueur enroulée à vitesse constante : $LE_{const} = LE - LE_{acc} - LE_{déc}$

A noter que, si l'accélération et la décélération sont trop faibles en regard de la longueur à enrouler et de la vitesse maxi choisie, cette vitesse ne sera pas atteinte. Trois cas pour cette vitesse limite :

$\gamma_{acc} \neq 0$ et $\gamma_{déc} \neq 0$: $V_{limite} = \sqrt{\frac{2 \cdot LE \cdot \gamma_{acc} \cdot \gamma_{déc}}{\gamma_{acc} + \gamma_{déc}}}$

$\gamma_{acc} = 0$ et $\gamma_{déc} \neq 0$: $V_{limite} = \sqrt{2 \cdot LE \cdot \gamma_{déc}}$

$\gamma_{acc} \neq 0$ et $\gamma_{déc} = 0$: $V_{limite} = \sqrt{2 \cdot LE \cdot \gamma_{acc}}$

- rayon de la bobine en fin d'enroulement à vitesse constante :

$$\rho_{const} = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2 + \gamma_{déc} \cdot (t_{déc})^2\right)}$$

- nombre de spires enroulées à vitesse constante :

$$n_{const} = \frac{\rho_{const} - \rho_0}{e} + 1 - n_{acc}$$

2-5 Calculs pour le domaine à vitesse uniformément décélérée :

Pour ce domaine, on a : $V_t = V - \gamma_{déc} \cdot t_{déc}$ et

$$LE_t = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2 + V \cdot (t - t_{acc}) - \frac{1}{2} \gamma_{déc} \cdot (t - t_{acc} - t_{déc})^2$$

Les équations sont donc :

$$\boxed{\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_{const} - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \frac{\gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2 + V \cdot (t - t_{acc}) - \gamma_{déc} \cdot (t - t_{acc} - t_{déc})^2}{2}}}$$

$$\boxed{n_t = \frac{\rho_t - \rho_0}{e} + 1}$$

$$\boxed{N_t = \frac{V - \gamma_{déc} \cdot (t - t_{acc} - t_{déc})}{2 \cdot \pi \cdot \rho_t}}$$

$$\boxed{VR_t = N_t \cdot e}$$

- longueur enroulée pendant la décélération (déjà calculée) : $LE_{déc} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{déc} \cdot (t_{déc})^2$ ou $LE_{déc} = \frac{V^2}{2 \cdot \gamma_{déc}}$

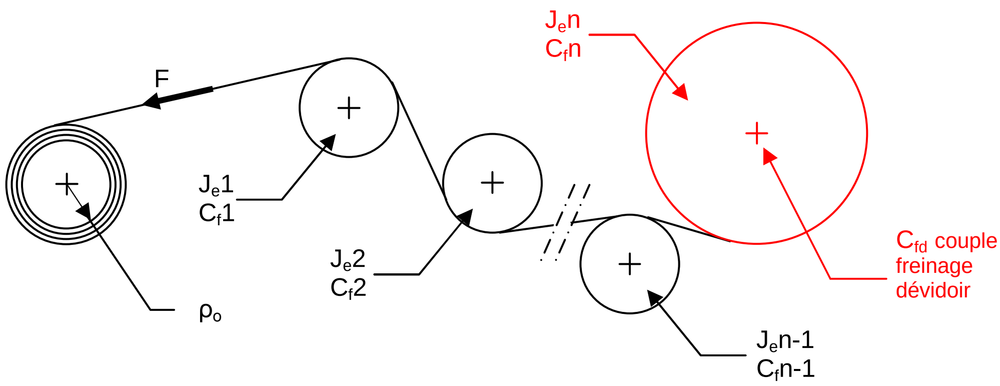
- rayon de la bobine en fin de décélération : $\rho_{déc} = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{2 \cdot \pi} \cdot LE_{déc}}$ ou $\rho_{déc} = R - \frac{e}{2}$

- nombre de spires enroulées pendant la décélération :

$$n_{déc} = \frac{\rho_{déc} - \rho_0}{e} + 1 - n_{acc} - n_{déc}$$

3 – Enroulement - Calcul de l'accélération maximale du film

Les J_e1 à J_en sont les inerties entraînées par le film et les C_f1 à C_fn sont les couples de frottements.



L'effort de traction est maximal au départ car l'inertie J_en de la bobine dévidée est maximale. Si la partie rouge est motorisée et munie d'un dispositif assurant la tension du film juste après le dévidoir, on ne compte ni l'inertie ni le couple de freinage de cette partie. Les caractéristiques de déroulement du dévidoir peuvent être calculées au chapitre suivant.

Couple résistant pendant l'accélération angulaire ω' :

$$\mathrm{C_r} = (\Sigma J_e)\cdot\omega' + (\Sigma C_f) + C_{fd}$$

Ce même couple doit répondre à :

$\mathrm{C_r} \leq \rho_0 \cdot \sigma \cdot \ell \cdot e$ avec

$\sigma =$ contrainte maxi autorisée dans le film
$\ell =$ largeur du film
$e =$ épaisseur du film

On peut en déduire l'accélération angulaire :

$$\omega'_{\max i} = \frac{C_r - \Sigma C_f}{\Sigma J_e}$$ soit :

$$\boxed{\omega'_{\mathrm{maxi}} = \frac{\rho_0 \cdot \sigma \cdot \ell \cdot e - \Sigma C_f}{\Sigma J_e}}$$

ou si l'on veut l'accélération linéaire $\gamma = \rho_0 \cdot \omega'_{\max i}$:

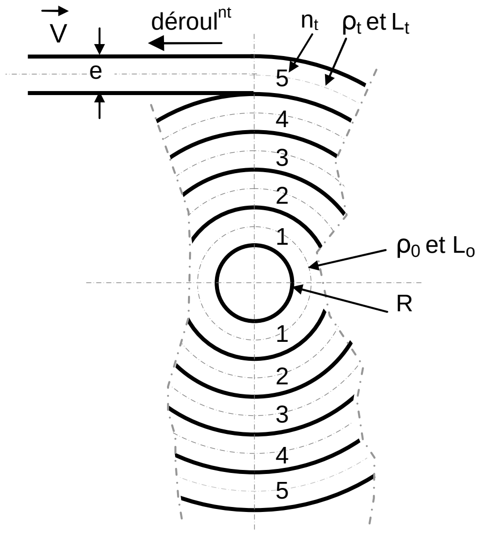
$$\boxed{\gamma = \rho_0 \cdot \left(\frac{\rho_0 \cdot \sigma \cdot \ell \cdot e - \Sigma C_f}{\Sigma J_e}\right)}$$

A noter également que si l'on n'admet aucun glissement entre le film et les rouleaux intermédiaires fous, il faut vérifier que le frottement (fonction du coefficient de frottement, de l'arc d'enroulement du film sur le rouleau et de la tension du film) est suffisant pour appliquer au rouleau considéré (J_ex , C_fx) un couple permettant de lui donner une accélération et une décélération tangentielles égales ou supérieures à celles appliquées au film.

4 – Déroulement avec vitesse linéaire uniforme du film

4-1 Données

- vitesse du film : V
- épaisseur du film : e
- rayon du noyau : R



4-2 Variables

- rayon d'enroulement initial : $\rho_0 = R + e/2$
- rayon à l'instant t : ρ_t
- longueur enroulée au départ : LE_d
- longueur première spire : L_0
- longueur spire à l'instant t : L_t
- longueur déroulée à l'instant t : LD_t
- longueur restant enroulée à l'instant t : LR_t
- nombre de spires à l'instant t : n_t
- fréquence de rotation à l'instant t : N_t
- vitesse d'évolution du rayon d'enroulement : VR_t

4-3 Calculs

On calcule les longueurs comme celles de cercles concentriques mais on assimile l'enroulement à une progression arithmétique de premier terme L_0 et de dernier terme L_t . Les longueurs des spires sont calculées à la fibre neutre du film (c'est-à-dire au milieu de l'épaisseur).

La somme des termes de cette progression donne la longueur restant enroulée à l'instant t :

$$\boxed{LR_t = \left(\frac{L_0 + L_t}{2}\right) \cdot n_t} \quad (1)$$

On sait également que, puisque la vitesse est uniforme : $LD_t = V \cdot t$ donc $LR_t = LE_d - V \cdot t$ (2)

En égalant (2) et (1) :

$$LE_d - V \cdot t = \left(\frac{L_0 + L_t}{2}\right) \cdot n_t$$ D'autre part : $L_0 = 2 \cdot \pi \cdot \rho_0$ et $L_t = 2 \cdot \pi \cdot \rho_t$ avec $\rho_t = \rho_0 + e \cdot (n_t - 1)$

donc : $$LE_d - V \cdot t = \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \rho_0 + 2 \cdot \pi \cdot (\rho_0) + e \cdot (n_t - 1)}{2}\right) \cdot n_t \quad (3)$$

soit, en multipliant par $\dfrac{n_t}{2 \cdot \pi}$:

$e \cdot (n_t)^2 - n_t (2 \cdot \rho_0 - e) - \dfrac{(LEd - V \cdot t)}{\pi} = 0$ dont la racine (on ne garde que la positive) donne le nombre de spires restant enroulées à l'instant t :

$$\boxed{n_t = -\left(\frac{\rho_0}{e} - \frac{1}{2}\right) + \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{e} - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{(LE_d - V \cdot t)}{e.\pi}}} \quad (4)$$

On a vu que $\rho_t = \rho_0 + e \cdot (n_t - 1)$ donc le rayon d'enroulement à l'instant t est :

$$\boxed{\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{V \cdot t \cdot e}{\pi}}} \qquad (5)$$

La fréquence de rotation à l'instant t est $N_t = \dfrac{V}{2 \cdot \pi \cdot \rho_t}$ d'où :

$$\boxed{N_t = \frac{V}{2 \cdot \pi \left(-\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e \cdot (LE_d - V \cdot t)}{\pi}} \right)}} \qquad (6)$$

La vitesse radiale d'évolution est $VR_t = N_t \cdot e$ soit :

$$\boxed{VR_t = \frac{V \cdot e}{2 \cdot \pi \left(-\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e \cdot (LE_d - V \cdot t)}{\pi}} \right)}} \qquad (7)$$

5 – Déroulement avec accélération, puis vitesse constante puis décélération du film

5-1 Données

- épaisseur du film : e
- rayon du noyau : R
- Nb. de spires total : N
- vitesse du film (domaine à vitesse constante) : V
- accélération du film : γ_{acc} = constante (MUA)
- décélération du film : $\gamma_{déc}$ = constante (MUA)

5-2 Variables

- rayon d'enroulement initial sur noyau : ρ_0 = R+ e/2
- longueur première spire : L_0
- longueur dernière spire : L_{max}
- rayon d'enroulement maxi : ρ_{max}
- longueur totale enroulée au départ : LE_d
- longueur déroulée à l'instant t : LD_t
- longueur restant enroulée à l'instant t : LR_t
- temps de débobinage : t
- vitesse radiale d'évolution du rayon : VR
- temps d'accélération du film : t_{acc}
- longueur déroulée pendant l'accélération : LD_{acc}
- Nb. spires déroulées pendant l'accélération : n_{acc}
- rayon d'enroulement en fin d'accélération : ρ_{acc}
- temps de bobinage à vitesse constante : t_{const}
- longueur déroulés à vitesse constante : LD_{const}
- Nb. spires déroulées à vitesse constante : n_{const}
- rayon d'enroulement en fin de vit. constante : ρ_{const}
- temps de décélération du film : $t_{déc}$
- longueur déroulée pendant la décélération : $LD_{déc}$
- Nb. spires déroulées pendant la décélération : $n_{déc}$
- rayon d'enroulement en fin de décélération : $\rho_{déc}$

Si LD_t est la longueur déroulée et V_t la vitesse du film, à l'instant t dans le domaine considéré, les équations (5) , (4), (6) et (7) peuvent s'écrire :

$$\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \left(LE_d - LD_t\right)}$$

$$n_t = \frac{\rho_t - \rho_0}{e} + 1$$

$$N_t = \frac{V_t}{2.\pi.\rho_t}$$

$$VR_t = N_t.e$$

Il suffit de calculer les valeurs LD_t et Vt pour chaque domaine et de les reporter pour obtenir les équations du mouvement.

L'accélération et la décélération doivent être choisies en fonction des inerties en jeu et de la résistance à la traction du film.

5-3 Calculs pour le domaine à vitesse uniformément accélérée :

Pour ce domaine, on a : $V_t = \gamma_{acc} \cdot t$ et $LD_t = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{acc} \cdot (t)^2$ Les équations sont donc :

$$\boxed{\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \frac{\left(LE_d - \gamma_{acc} \cdot (t)^2\right)}{2}}}$$

$$\boxed{n_t = \frac{\rho_t - \rho_0}{e} + 1}$$

$$\boxed{N_t = \frac{\gamma_{acc} \cdot t}{2 \cdot \pi \cdot \rho_t}}$$

$$\boxed{VR_t = N_t \cdot e}$$

- longueur déroulée pendant cette accélération : $LD_{acc} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{acc} \cdot \left(t_{acc}\right)^2$ ou $LD_{acc} = \frac{V^2}{2 \cdot \gamma_{acc}}$

- rayon de la bobine en fin d'accélération : $\rho_{acc} = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \frac{\left(LE_d - \gamma_{acc} \cdot \left(t_{acc}\right)^2\right)}{2}}$

- le nombre de spires déroulées pendant l'accélération : $n_{acc} = \frac{\rho_{acc} - \rho_0}{e} + 1$

5-4 Calculs pour le domaine à vitesse constante :

Pour ce domaine, on a : $V_t = C^{ste}$ et $LD_t = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2 + V \cdot (t - t_{acc})$ Les équations sont donc :

$$\boxed{\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \left[LE_d - \left(\frac{\gamma_{acc} \cdot (t)^2}{2} + V \cdot (t - t_{acc})\right)\right]}}$$

$$\boxed{n_t = \frac{\rho_t - \rho_0}{e} + 1}$$

$$\boxed{N_t = \frac{V}{2 \cdot \pi \cdot \rho_t}}$$

$$\boxed{VR_t = N_t \cdot e}$$

On connaît la longueur déroulée pendant l'accélération. Pour calculer les autres éléments de l'enroulement à vitesse constante, il faut connaître la longueur déroulée à vitesse constante et donc, auparavant, calculer celle déroulée pendant la décélération, à savoir :

$LD_{déc} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{déc} \cdot (t_{déc})^2$ ou $LD_{déc} = \frac{V^2}{2 \cdot \gamma_{déc}}$ puisque $t_{déc} = \frac{V}{\gamma_{déc}}$

- longueur déroulée à vitesse constante : $LD_{const} = LE_d - LD_{acc} - LD_{déc}$

A noter que, si l'accélération et la décélération sont trop faibles en regard de la longueur à enrouler et de la vitesse maxi choisie, cette vitesse ne sera pas atteinte. Trois cas pour cette vitesse limite :

$\gamma_{acc} \neq 0$ et $\gamma_{déc} \neq 0$: $V_{\lim ite} = \sqrt{\frac{2 \cdot LE_d \cdot \gamma_{acc} \cdot \gamma_{déc}}{\gamma_{acc} + \gamma_{déc}}}$

$\gamma_{acc} = 0$ et $\gamma_{déc} \neq 0$: $V_{\lim ite} = \sqrt{2 \cdot LE_d \cdot \gamma_{déc}}$

$\gamma_{acc} \neq 0$ et $\gamma_{déc} = 0$: $V_{\lim ite} = \sqrt{2 \cdot LE_d \cdot \gamma_{acc}}$

- rayon de la bobine en fin de déroulement à vitesse constante :

$$\rho_{const} = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \left[LE_d - \frac{\left(\gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2 + \gamma_{déc} \cdot (t_{déc})^2\right)}{2}\right]}$$

- nombre de spires déroulées à vitesse constante :

$$n_{const} = \frac{\rho_{const} - \rho_0}{e} + 1 - n_{acc}$$

5-5 Calculs pour le domaine à vitesse uniformément décélérée :

Pour ce domaine, on a : $V_t = V - \gamma_{déc} \cdot t_{déc}$ et

$$LD_t = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2 + V \cdot (t - t_{acc}) - \frac{1}{2} \gamma_{déc} \cdot (t - t_{acc} - t_{déc})^2$$

Les équations sont donc :

$$\boxed{\rho_t = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_{const} - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{\pi} \cdot \left[LE_d - \frac{\left(\gamma_{acc} \cdot (t_{acc})^2 + V \cdot (t - t_{acc}) - \gamma_{déc} \cdot (t - t_{acc} - t_{déc})^2\right)}{2} \right]}}$$

$$\boxed{n_t = \frac{\rho_t - \rho_0}{e} + 1}$$

$$\boxed{N_t = \frac{V - \gamma_{déc} \cdot \left(t - t_{acc} - t_{déc}\right)}{2 \cdot \pi \cdot \rho_t}}$$

$$\boxed{VR_t = N_t \cdot e}$$

- longueur déroulée pendant la décélération (déjà calculée) : $LD_{déc} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{déc} \cdot \left(t_{déc}\right)^2$ ou $LD_{déc} = \frac{V^2}{2 \cdot \gamma_{déc}}$

- rayon de la bobine en fin de décélération :

$$\rho_{déc} = -\frac{e}{2} + \sqrt{\left(\rho_0 - \frac{e}{2}\right)^2 + \frac{e}{2 \cdot \pi} \cdot \left[LE_d - \left(LD_{acc} - LD_{const} - LD_{déc}\right)\right]}$$ mais plus simplement : $\rho_{déc} = R - \frac{e}{2}$

- nombre de spires déroulées pendant la décélération :

$$n_{déc} = \frac{\rho_{déc} - \rho_0}{e} + 1 - n_{acc} - n_{déc}$$