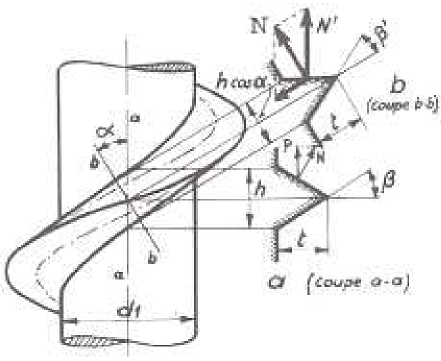

Fig. 181

Remarque :- Toutes les formules établies jusqu'à présent ne sont valables que pour des filetages dont les flancs sont perpendiculaires à l'axe (filets carrés).

Or, les profils ont généralement une pente; l'angle d'un filet métrique est normalisé avec $\beta = 30°$, par ex. En se référant à la fig. 181, on voit (en b) que l'angle réel β' est obtenu par une coupe oblique b-b , perpendiculairement à l'hélice moyenne. La réaction normale ne sera plus N , mais

$$N' = N/\cos \beta' \qquad (101)$$

D'autre part, la coupe a-a nous donne

$$\mathrm{tg}\ \beta = h/2t$$

La coupe normale b-b donne $\qquad \mathrm{tg}\ \beta' = h \cos \alpha/2t = \mathrm{tg}\ \beta \cos \alpha \qquad (102)$

Dans les vis à 1 filet, on peut négliger α et admettre $\cos \alpha = 1$ ce qui nous permet de confondre l'angle β' avec β , dans la formule 101. La nouvelle force de frottement sera

$$f' = \mu N' = (\mu/\cos \beta')\ N = \mu' N \qquad (103)$$

Il suffira donc de poser $\quad \mu' = \mathrm{tg}\,\varphi' = \mu/\cos \beta' \qquad (104)$

et de substituer cette valeur à $\mu = \mathrm{tg}\,\varphi$, dans les formules précédentes. Mais l'incertitude des valeurs de μ rend la précision de ces calculs illusoire; il suffira simplement de forcer la valeur de μ de 20 %, environ.

VI. 7 - CALCUL DES ELEMENTS FILETES

Les éléments filetés se calculent

- à la résistance du noyau d_1 , à la traction et torsion combinées.
- à la pression de contact p contre les flancs de filet qui ne doit pas dépasser une certaine valeur pour assurer un graissage correct ou éviter le grippage.
- au flambage pour les grandes vis soumises à la compression.

Le tableau ci-dessous donne quelques indications en ce qui concerne le choix des valeurs admissibles, selon les cas.

Fig. 182

Genre de vis	Matériaux	Pression de contact p hbars	Tension σ adm hbars
- Transmissions de précision (vis-mères , etc)	acier sur bronze	0,1 à 0,2	2 à 3
- " de force (vérins , presses)	" " "	0,2 à 0,6	3 à 5
- id. mais marche intermittente	" " "	1 à 1,5	5 à 7
- Assemblages permanents :			
boulonnerie courante	ac. 37 à 50	1 à 2	7 à 10
" à hautes sollicitations (goujons de culasses de moteurs)	ac. spéc. Cr Mo	1,5 à 3	10 à 20

Les valeurs de σ_{adm} peuvent être également prises dans les tabelles page 11, pour les boulons très fortement sollicités, pour des sollicitations ondulées. Mais il est nécessaire de contrôler p ; dans beaucoup de cas, on ajoute des additifs au bisulfure de molybdène à la graisse, lors du montage, pour éviter le grippage.

μ varie de 0,02 (vis constamment lubrifiées) à 0,15, pour la boulonnerie courante.

a- Calculs de résistance statique

La section faible d'une vis est celle d_1 du noyau qui est soumise aux sollicitations suivantes:

- à une tension de traction ou de compression σ due à la charge P

$$\sigma = P/(\pi d_1^2/4) \qquad (105)$$

Dans un tube $\sigma = \frac{P}{\pi(D^2-d^2)/4}$

- à une contrainte de torsion due au moment

$$\boxed{M_o = P\ r_2\ tg(\alpha + \varphi)} \qquad (r_2 \text{ est le rayon moyen}) \qquad (106)$$

$$\text{avec } W_o = \pi\ d_1^3/16 \qquad \text{d'où} \qquad \tau = M_o/W_o \qquad (107)$$

En admettant l'hypothèse du travail max. élastique de déformation, la tension "réduite" remplaçant l'effet de τ et σ vaudra

$$\boxed{\sigma_r = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sigma \sqrt{1 + 3(\tau/\sigma)^2}} \qquad (108)$$

Exemple:- Pour la boulonnerie, on simplifie les calculs en ne considérant que la traction avec $\sigma = (3/4)\ \sigma_{adm}$ afin de tenir compte implicitement de la torsion.

Prenons, par ex. un boulon M 14 avec $d_1 = 11{,}2$ mm $d_2 = 12{,}7$ mm $h = 2$ mm avec un coeff. de frottement $\mu = 0{,}15$. En calculant les divers termes ci-dessus, on obtient:

(105) $\sigma = P/(\pi d_1^2/4) = P/(\pi\ 11{,}22^2/4) = P/99$ hbars

$tg\ \alpha = h/\pi d_2 = 2/(\pi\ 12{,}7) = 0{,}05$

α et φ étant relativement petits, la relation (106) peut s'écrire, sans commettre d'erreur appréciable

voir [illegible] p. 68 $M_o = P\ r_2\,(tg\ \alpha + \mu) = P\ 6{,}35\ (0{,}05 + 0{,}15) = 1{,}27\,P$ mmdaN

(107) $W_o = \pi\ d_1^3/16 = \pi\ 11{,}2^3/16 = 276$ mm³

$\tau = M_o/W_o = P\ (1{,}27/\ 276\ ) = P\ /\ 217$ hbars

$\tau/\sigma = 99/217 = 0{,}456$

d'où $\sigma_r = \sigma\sqrt{1 + 3(\tau/\sigma)^2} = \sigma\sqrt{1{,}63} = 1{,}28\ \sigma$

Ceci nous permet donc d'écrire que

$$\boxed{\sigma = \sigma_{adm}/\ 1{,}28 = 0{,}78\ \sigma_{adm}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\sigma = 0{,}75\ \sigma\text{ adm}} \qquad (109)$$

b- Calculs à la pression de contact

La pression de contact ne doit pas dépasser les limites indiquées par le tableau 182.

Soit h le pas et H la hauteur de l'écrou.

Le nombre de filets, en prise dans l'écrou, sera $z = H/h$ (110)

Si d est le diamètre extérieur de la vis et D_1 le diamètre intérieur de l'écrou, la projection de la surface portante d'un filet vaudra

$$s_2 = (d^2 - D_1^2)\pi/4 \qquad (111)$$

d'où la pression de contact $\boxed{p = P/zs_2}$ (112)

Exemple:- Dans le cas d'une vis M 14 , avec une tension admissible de 10 hbars , on aura $\sigma = 7{,}5$ hbars ; la section du noyau étant de 99 mm², la charge max P que la vis pourra supporter sera

$$P = \sigma\ s = 7{,}5 \times 99 = 740 \text{ daN}$$

La hauteur de l'écrou $H = 0{,}8\ d = 11{,}2$ mm d'où $z = H/h = 5{,}6$ filets

$$s_2 = (14^2 - 11{,}4^2)\pi/4 = 154 - 102 = 52 \text{ mm}^2$$

d'où $p = P/zs_2 = 740/(5{,}6\ .\ 52) = 2{,}5$ hbars (c'est une limite)

Premier exemple de calcul:

Détermination de la résistance à la fatigue d'un assemblage par boulon rigide Verbus, qualité 10K.

Remarque: L'enveloppante du cône de pression selon Rötscher peut être tirée à 45° en partant du cercle médian du replat de la tête ou du cercle du diamètre d'ouverture de clé.

Jl s'agit de serrer entre elles deux plaques de 15 mm d'épaisseur, avec trou de passage de 9 mm selon DIN 69, Fin 2. Les plaques transmettent au boulon une sollicitation vibratoire en service P = 500 kg. Boulon de qualité 10K selon DIN 267.

$\sigma_{0,2}$ = **90 kg/mm²**

σ_B = **100 ... 120 kg/m².**

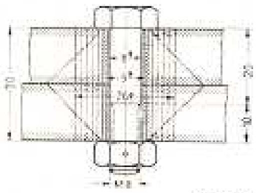

Fig. 26

Précontrainte:

Pour un boulon de haute qualité 10K, on peut adopter le rapport:

$$\frac{\text{Précontrainte}}{\text{Charge de service}} = \frac{P_v}{P} = 3{,}5\ldots 4{,}5$$

Nous adopterons $\frac{P_v}{P} = 4$

Précontrainte:

$P_v = 4 \cdot P = 4 \cdot 500 =$ **2000 kg**

La précontrainte devant atteindre le 70% de la force à la limite d'élasticité, celle-ci est donc:

$$P_{0,2} = \frac{P_v}{0{,}70} = \frac{2000}{0{,}70} = 2860 \text{ kg}$$

En rapportant la force à la limite d'élasticité à la section sollicitée, nous obtenons (selon le sélecteur de boulons Verbus) un boulon M 8 avec $P_{0,2}$ = 3130 kg.

Diamètre du noyau: $d_N = 6{,}376$ mm. Pas h = 1,25 mm

Diamètre maximum sur flancs:

$d_F = 7{,}188$ mm. Ouverture de clé s = 14 mm.

Section de la tige:

F = 50,2 mm²

Section sollicitée: **Précontrainte du boulon:**

$F_s = 34{,}8 \text{ mm}^2$ $\sigma_v = P_v/F_s = 2000/34{,}8 = 58 \text{ kg/mm}^2$

Connaissant ainsi les dimensions du boulon et des parties précontraintes, nous pouvons calculer le comportement élastique du boulon.

Élasticité du boulon:

l_1 et l_2 = Longueurs partielles du boulon, en cm

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{E} \cdot \left(\frac{l_1}{F} + \frac{l_2}{F_s}\right) = \frac{1}{2{,}1 \cdot 10^6} \cdot \left(\frac{2{,}0}{0{,}502} + \frac{1{,}0}{0{,}348}\right)$$

$$= 3{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{kg}}$$

Constante d'élasticité du boulon:

$$C_s = \frac{1}{3{,}26 \cdot 10^{-6}} = 0{,}307 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 307\,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

Élasticité du cylindre de pression avec la section:

$F = (d_a^2 - d_i^2)\, 0{,}785 = (2{,}6^2 - 0{,}9^2)\, 0{,}785 = 4{,}66 \text{ cm}^2$

$$\frac{1}{C_P} = \frac{l}{F \cdot E} = \frac{3{,}0}{4{,}66 \cdot 2{,}1 \cdot 10^6} = 0{,}307 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cm}}{\text{kg}}$$

Constante d'élasticité du cylindre de pression:

$$C_P = \frac{1}{0{,}307 \cdot 10^{-6}} = 3{,}25 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}} = 3\,250\,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}}$$

Rapport:

$$\frac{C_s}{C_s + C_p} = \frac{0,307}{0,307 + 3,25} \approx 0,086$$

La partie de la sollicitation en service qui doit être ajoutée à la précontrainte est:

$$P_{add} = P \frac{C_s}{C_s + C_p} = 500 \cdot 0,086 = 43 \text{ kg}$$

Amplitude calculée de la tension:

$$\pm \sigma_a = \frac{P_{add}}{2 \cdot F_s} = \frac{43}{2 \cdot 34,8} = 0,62 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

Du fait la grande raideur du cylindre de pression, l'amplitude calculée de la tension est très faible. (Comparer avec le diagramme de la figure 16, à la page 13).

La limite de l'amplitude de la sollicitation vibratoire que peuvent supporter des boulons des qualités 10K et M8 est:

$$\pm \sigma_A = 5 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

Sollicitation maximum du boulon:

$$P_{max} = P_v + P_{add} = 2000 + 43 = 2043 \text{ kg}$$

$$\sigma_{max} = \frac{P_{max}}{F_s} = \frac{2043}{34,8} \approx 59 \text{ kg/mm}^2$$

Force à soustraire de la précontrainte:

$$P_a = P \cdot \frac{C_p}{C_s + C_p} = 500 \cdot \frac{3,25}{0,307 + 3,25} = 457 \text{ kg}$$

Charge minimum des parties comprimées:

$$P_{min} = P_v - P_a = 2000 - 457 = \mathbf{1543 \text{ kg}}$$

S'il y a des garnitures d'étanchéité, il faudra vérifier si la force minimum du boulon suffit pour obtenir la pression requise pour ces garnitures.

La sollicitation en service passe, à chaque reprise, de la valeur minimum de 1543 kg à la valeur maximum de 2043 kg, lorsque la précontrainte est de 2000 kg.

Pourcentage d'utilisation de la limite d'élasticité:

$$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{0,2}} \cdot 100 = \frac{59}{90} \cdot 100 = 66\%$$

Calcul de vérification de la sollicitation $\sigma_{réd}$ résultant de la traction et de la torsion du boulon.

Couple exercé sur le filetage du boulon:

$$M_d = P_V \cdot r_F \cdot \text{tg}(\varphi + \varrho') = 2000 \cdot 3,59 \cdot 0,21 = \mathbf{1500} \text{ kgmm}$$

φ = Angle de pas $\quad \varrho'$ = Angle de frottement
r_F = Rayon sur flancs $\quad$ du filetage métrique

Moment résistant polaire de la section du noyau:

$$W_p = \frac{\pi \cdot d_N^3}{16} = \frac{\pi \cdot 6,376^3}{16} = 50,8 \text{ mm}^3$$

Sollicitation à la torsion et au cisaillement:

$$\tau = \frac{M_d}{W_p} = \frac{1500}{50,8} = 29,5 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

Sollicitation résultante:

$$\sigma_{réd} = \sqrt{\sigma^2_{max} + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{59^2 + 3 \cdot 29,5^2} = \sqrt{6100} \approx 78 \frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$$

On peut admettre approximativement:

$$\sigma_{réd} = 1,3 \cdot \sigma_{max}$$

Pourcentage d'utilisation de la limite minimum d'élasticité: $\frac{78}{90} \cdot 100 = 87\%$

La tension réduite $\sigma_{réd}$ ne doit pas dépasser 90 à 95% de la limite minimum d'élasticité à la traction $\sigma_{0,2}$.