Durée : 4 heures

Baccalauréat S Asie juin 1999

Exercice 1 **4 points**

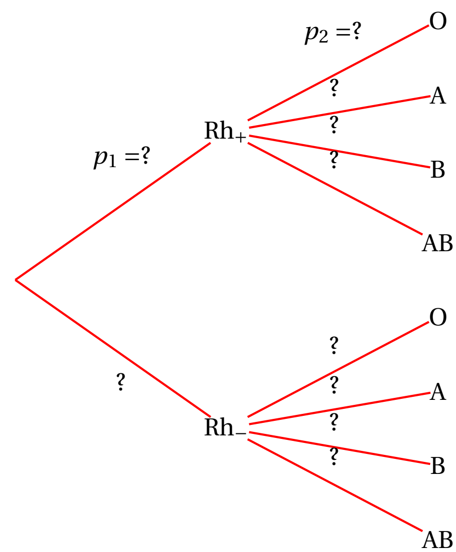
Commun à tous les candidats

Voici le tableau de répartition des principaux groupes sanguins des habitants de France :

	O	A	B	AB
Rhésus +	35,0 %	38,1 %	6,2 %	2,8 %
Rhésus -	9,0 %	7,2 %	1,2 %	0,5 %

Dans cet exercice, les résultats numériques demandés seront, s'il y a lieu, arrondis à 3 décimales.

1. L'objectif de cette question est de compléter à l'aide de données de ce tableau l'arbre suivant, à recopier sur la copie.



L'expérience consiste à choisir une personne au hasard dans la population donnée (les habitants de la France).

On note Rh+ l'évènement « La personne a le facteur Rh+ ».

On note O l'évènement « La personne appartient au groupe O ».

a. Déterminer la probabilité p_1 c'est-à-dire $p(\text{Rh}+)$.

On détaillera le calcul effectué puis on reportera ce résultat dans l'arbre.

Déterminer de même la probabilité p_2 (en détaillant les calculs).

b. Compléter le reste de l'arbre, en remplaçant chaque point d'interrogation par la probabilité correspondante (il est inutile de détailler les nouveaux calculs).

2. **a.** Comment peut-on, à partir de l'arbre complété, déterminer la probabilité de O ?

Vérifier ce résultat à partir du tableau.

b. Quelle est la probabilité pour qu'une personne appartenant au groupe O ait le facteur Rh+ ?

3. **a.** On considère n personnes choisies au hasard dans la population donnée (les habitants de la France).

Calculer, en fonction de n, la probabilité p pour qu'il y ait, parmi elles, au moins une personne du groupe O.

b. Calculer la plus petite valeur de n pour laquelle on a $p \geqslant 0,999$.

Exercice 2 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

1. Pour tout nombre Z, on pose $P(Z) = Z^4 - 1$.

a. Factoriser $P(Z)$.

b. En déduire les solutions dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes de l'équation $P(Z) = 0$, d'inconnue Z.

c. Déduire de la question précédente les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation d'inconnue z :

$$\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4 = 1.$$

2. **a.** Le plan complexe (P) est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ (l'unité graphique est 5 cm).

Placer les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = -2,\ b = -\frac{1}{5} - \frac{3}{5}\text{i et } c = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}\text{i}$$

b. Démontrer que les points O, A, B et C sont situés sur un cercle, que l'on déterminera.

3. Placer le point D d'affixe $d = -\dfrac{1}{2}$.

Exprimer sous forme trigonométrique le nombre complexe z' défini par :

$$z' = \frac{a-c}{d-c}$$

En déduire le rapport $\dfrac{\text{CA}}{\text{CD}}$.

Quelle autre conséquence géométrique peut-on tirer de l'expression de z' ?

Exercice 2 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. On considère l'équation $(E)\ :\ 8x+5y = 1$, où $(x\ ;\ y)$ est un couple de nombres entiers relatifs.

a. Donner une solution particulière de l'équation (E).

b. Résoudre l'équation (E).

2. Soit N un nombre naturel tel qu'il existe un couple $(a\ ;\ b)$ de nombres entiers vérifiant : $\begin{cases} N &= 8a+1 \\ N &= 5b+2. \end{cases}$

a. Montrer que le couple $(a\ ;\ b)$ est solution de (E).

b. Quel est le reste, dans la division de N par 40 ?

3. **a.** Résoudre l'équation $8x+5y = 100$, où $(x\ ;\ y)$ est un couple de nombres entiers relatifs.

b. Au VIII$^{\text{e}}$ siècle, un groupe composé d'hommes et de femmes a dépensé 100 pièces de monnaie dans une auberge. Les hommes ont dépensé 8 pièces chacun et les femmes 5 pièces chacune. Combien pouvait-il y avoir d'hommes et de femmes dans le groupe ?

Problème **11 points**

Commun à tous les candidats

L'objet de ce problème est de résoudre une équation différentielle, d'en étudier une fonction solution et de calculer des aires.

Partie A

1. À l'aide d'une intégration par parties, calculer $\int_1^x e^t(t-1)\,dt$.
2. Soit z une fonction dérivable sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels. On pose $f(x) = z(x)e^{-x}$.
   a. Montrer que la fonction f est solution de (E) si, et seulement si, pour tout x de $\mathbb{R}$, $z'(x) = e^x(x-1)$.
   b. À l'aide de la première question, déterminer toutes les fonctions z vérifiant, pour tout x de $\mathbb{R}$, $z'(x) = e^x(x-1)$.

Partie B
Étude d'une fonction
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x - 2 + e^{1-x}.$$

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).
On désigne par $\left(C_f\right)$ la courbe représentative de f.

1. a. Étudier le sens de variations de f
   b. Préciser $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. a. Montrer que la droite (D), d'équation $y = x-2$, est asymptote à la courbe $\left(C_f\right)$.
   b. Préciser la position de $\left(C_f\right)$ par rapport à (D).
3. Tracer (D) et $\left(C_f\right)$.

Partie C
Calcul d'aires
Soit x_0 un nombre réel strictement positif.

1. On considère le domaine limité par la courbe (C_f) , son asymptote (D) et les droites d'équations $x = 0$ et $x = x_0$.
   Exprimer, à l'aide de x_0 l'aire S_1 de ce domaine.
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{1-x}$, dont on trouvera la courbe représentative (C_g) en annexe. Donner une interprétation, en terme d'aire, de l'intégrale ayant servie au calcul de S_1 à l'aide de la courbe (C_g).
3. A est le point de coordonnées $(x_0 ; 0)$.
   B est le point de la courbe (C_g) d'abscisse x_0.
   Soit (T) la tangente à la courbe (C_g) au point d'abscisse x_0. C est le point d'intersection de (T) et de l'axe des abscisses. Déterminer les coordonnées de C.
4. Calculer (en unités d'aire) l'aire S_2 du triangle ABC.
   Vérifier que $S_1 + 2S_2 = 0$.

Annexe 1

Courbe représentative (C_g) *de la fonction* g *définie sur* $\mathbb{R}$ *par* $g(x) = \mathrm{e}^{1-x}$