

☞ Baccalauréat S Liban juin 2001 ☞

EXERCICE 1

4 points

Commun à tous les candidats

Dans un village de montagne deux familles A et B disposent de cinq circuits balisés de promenades $c_1, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$.

Partie A

Chaque matin, chacune des familles tire au hasard, indépendamment l'une de l'autre, un des cinq circuits.

1. Combien y-a-t-il de tirages possibles pour l'ensemble des deux familles ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'elles fassent le même jour, le même circuit ?
3. Quelle est la probabilité pour que pendant n jours consécutifs, elles ne se trouvent jamais sur le même circuit ?
4. Déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle la probabilité de se trouver au moins une fois sur le même circuit est supérieure ou égale à 0,9.

Partie B

On considère dans cette partie deux jours consécutifs. Le deuxième jour chaque famille élimine de son tirage le circuit qu'elle a fait la veille. Il reste donc quatre circuits pour chacune des deux familles.

On note :

E l'évènement « les deux familles font le même circuit le premier jour ».

F l'évènement « les deux familles font le même circuit le deuxième jour ».

Calculer les probabilités suivantes :

$$P(E), P(F/E), P(F/\bar{E}) \text{ puis } P(F \cap E) \text{ et } P(F \cap \bar{E}).$$

En déduire $P(F)$.

EXERCICE 2

5 points

Enseignement obligatoire

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Dans le plan complexe P rapporté au repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 3 + i$ et $z_B = 1 + 2i$.

1. Exprimer le complexe $\frac{z_B}{z_A}$ sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.
2. En déduire une mesure en radians de l'angle $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$.

Partie B

Désormais on considère l'espace muni du repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ où $\vec{w} = \vec{u} \wedge \vec{v}$.

On considère les points A(3, 1, 0), B(1, 2, 0), C(3, 2, 1) et D(0, 0, d) où d désigne un réel positif ou nul. On a ainsi un tétraèdre ABCD.

1. On pose $\vec{N} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
 - a. Calculer les coordonnées de N.
 - b. En déduire l'aire du triangle ABC.
2. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).
3. On note H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).
 - a. On pose $\overrightarrow{DH} = \lambda \vec{N}$.
Calculer λ en fonction de d .

b. En déduire l'expression de la distance DH .

Montrer que le volume du tétraèdre $ABCD$ est $V_d = \frac{2d+5}{6}$.

4. Déterminer pour quelle valeur de d la droite (DB) est perpendiculaire au plan (ABC) .
5. On suppose que $d = 0$. Calculer la distance de A au plan (OBC) .

EXERCICE 2

5 points

Enseignement de spécialité

On suppose le plan rapporté au repère orthonormal direct $(\Omega; \vec{u}, \vec{v})$, unité graphique 3 cm. **Partie A**

Soit trois droites D_1 , D_2 et D_3 , sécantes en Ω et de vecteurs directeurs respectifs $\vec{d}_1 = \vec{u}$, et \vec{d}_2 et \vec{d}_3 supposés unitaires et tels que $(\vec{d}_1, \vec{d}_2) = \frac{\pi}{4}$ et $(\vec{d}_1, \vec{d}_3) = -\frac{2\pi}{3}$. On note S_1 , S_2 et S_3 les réflexions d'axes respectifs D_1 , D_2 et D_3 , et f la composée $S_3 \circ S_2 \circ S_1$, de ces trois réflexions.

1. Tracer ces trois droites.
2.
 - a. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $r = S_2 \circ S_1$.
 - b. Caractériser la réflexion S telle que $r = S_3 \circ S$. On notera D l'axe de S et on en déterminera un point et un vecteur directeur \vec{d} . Tracer la droite D .
 - c. En déduire la nature de f et ses éléments caractéristiques.
3. Justifier que le point E d'affixe $z_E = e^{\frac{i\pi}{12}}$ est un point de la droite D . Déterminer les nombres complexes a et b tels que la forme complexe de f soit l'application f_1 définie sur \mathbb{C} par $f_1(z) = a\bar{z} + b$.

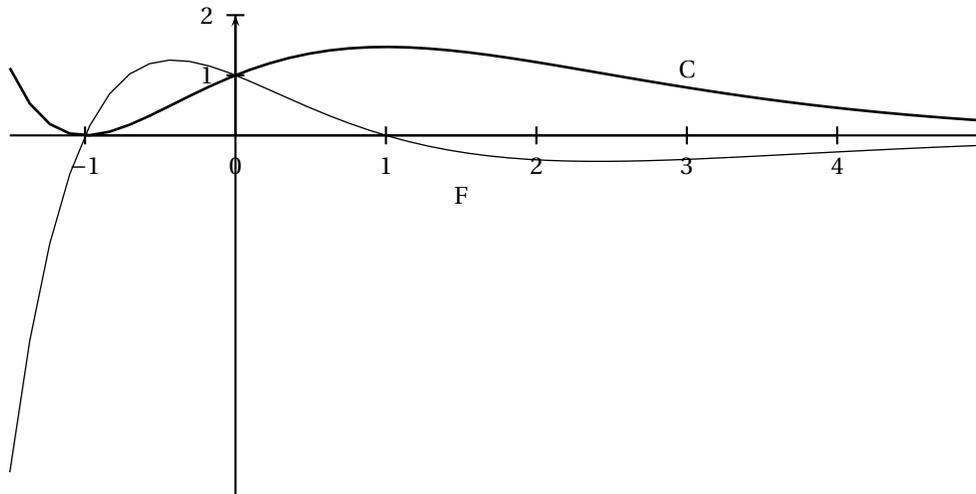
Partie B

1. Choisir un point A sur D . On note B l'image de A par S_1 et C l'image de B par S_2 . Placer les points B et C .
2. Démontrer que A est l'image de C par S_3 .
3. Que peut-on dire du point Ω pour le triangle ABC ?

PROBLÈME

5 points

Partie A - Lectures graphiques



On donne dans un repère orthogonal les courbes C et F représentatives de deux fonctions définies et dérivables sur \mathbb{R} . On sait que l'une de ces fonctions est la fonction dérivée de l'autre, on peut donc les noter g et g' .

- Associer à chacune des fonctions g et g' sa représentation graphique. On justifiera le résultat en donnant un tableau où figurera sur l'intervalle $\left[-\frac{3}{2}; 5\right]$ le signe de $g'(x)$ et les variations de g .
- Quel est le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse 0 ?

Partie B

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = 2(x+1)e^{-x}$.

- Montrer que la fonction f_0 définie sur \mathbb{R} par $f_0(x) = (x^2 + 2x)e^{-x}$ est une solution de l'équation (E).
- Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' + y = 0$.
- Soit u une solution de (E'). Montrer que la fonction $f_0 + u$ est une solution de (E).
On admettra que, réciproquement, toute solution f de (E) est de la forme $f = f_0 + u$ où u est une solution de (E').
En déduire, pour $x \in \mathbb{R}$, l'expression de $f(x)$ lorsque f est solution de (E).
- Sachant que la fonction g de la partie A est solution de (E), déterminer $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
- Déterminer la solution h de l'équation (E) dont la représentation graphique admet au point d'abscisse 0 une tangente de coefficient directeur 0.

Partie C

Soit f la fonction numérique définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$.

- Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
- On sait que f est dérivable sur \mathbb{R} : déterminer sa fonction dérivée et étudier son signe. Donner le tableau de variation de f .
- Dans un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) , unité graphique 2 cm, on note C' la représentation graphique de f .

- a.** Déterminer une équation cartésienne de la tangente T à C' au point Ω d'abscisse -1 .
 - b.** Tracer avec soin la courbe C' et la tangente T dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 4.**
- a.** Déterminer trois réels a , b et c tels que la fonction F définie par $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ soit une primitive de la fonction f .
 - b.** Soit α un réel positif. Calculer en cm^2 l'aire notée $\mathcal{A}(\alpha)$ de la zone du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe C' et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \alpha$.