Tentative de mesure géodésique avec un Appareil Photo Numérique (APN)

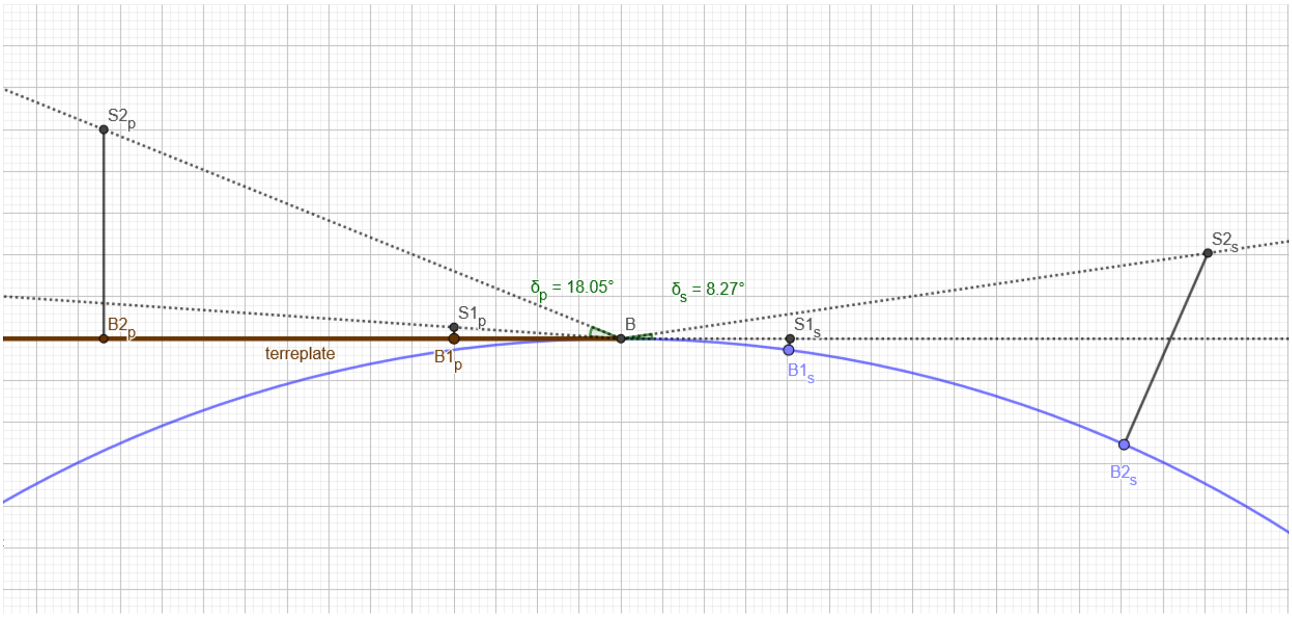
Dans les controverses qui opposent les tenants d'une terre plate (dit aussi platistes) aux communs des mortels tentant de démonter leurs arguments, certains platistes réclament une preuve "structurelle", mesurable de la sphéricité de la Terre que tout un chacun pourrait fournir.

Reprenant l'idée d'Olivier Joseph blogueur pourfendeur de "branquignoles de la terre plate", qui sur cette vidéo https://www.youtube.com/watch?v=ZWO2TIX4MLY tentait une mesure de la courbure de la Terre, je me propose ici de retenter l'expérience avec des distances plus importantes entre les deux points de mesures.

# Les principes géométriques

Un peu de géodésie :

En comparant l'angle de visée vertical, $\delta$ , entre deux points S1 et S2 (une centaine de km), avec le calcul de cet angle sur une hypothétique terre plate, on devrait pouvoir montrer que l'angle mesuré par l'expérience $\delta_s$ (partie droite du schéma ci-dessous) est plus petit, du fait de la dépression de l'horizon, que l'angle calculé $\delta_p$ sur une terre plate (partie gauche du schéma ci-dessous).




Sur une terre plate :

On rappelle que pour calculer les angles d'élévation verticale on utilise la formule trigonométrique suivante : $\tan(\alpha)=\frac{\textit{côté opposé}}{\textit{côté adjacent}}$

D'où l'élévation verticale de $S1_p$ est $\alpha 1_p=\arctan(\frac{(S1_p B1_p)}{(B1_p B)})$

idem pour l'élévation verticale de $S2_p$ est $\alpha 2_p=\arctan(\frac{(S2_p B2_p)}{(B2_p B)})$

Donc $\delta_p=\alpha 2_p-\alpha 1_p$

Un peu d'optique :

Dans l'expérience qui va être menée, il faut comprendre et mesurer comment un APN conserve les angles de visées.

L'APN est schématisé par une vue de profil à l'échelle d'une lentille convergente de centre $C$ de distance focale $f=100\,mm$ et d'un capteur de 15,8 mm de haut, $[DE]$ , placé dans le plan focal image de la lentille.

https://ggbm.at/HmyueMA2

En optique géométrique on sait que :

- tous les rayons lumineux passant par le centre de la lentille ne sont pas déviés
- tout faisceau de rayons parallèles focalise sur le plan focal image de la lentille

Considérons un faisceau de rayons lumineux provenant d'un objet lointain M, ils sont considérés comme parallèles entre eux lorsqu'ils frappent la lentille d'un angle d'incidence $\alpha$ avec l'axe optique. Le rayon lumineux passant par le centre, $C$ , de la lentille n'est pas dévié. Il émerge de la lentille d'un angle $\alpha'=-\alpha$ (l'image est renversée) et frappe le capteur au point M', image de cet objet lointain.

On a $\tan(\alpha')=\dfrac{(F'M')}{(CF')}$ , or $(CF')=f$

d'où $\boxed{|\alpha|=\left|\arctan\left(\dfrac{(F'M')}{f}\right)\right|}$ avec les longueurs dans la même unité ici en $mm$ .

# Données expérimentales

L'expérience a été faite à partir d'une visée du Grand Veymont dans le massif du Vercors depuis le point de vue de la tour Chappe à Marcy sur Anse (69) et un repère proche facilement repérable, le pont routier le plus au Nord au dessus de l'A6 entre Limonest et Dardilly.

Les cotes et les altitudes sont prises à partir des données fournies par Geoportail https://www.geoportail.gouv.fr/ le portail national de la connaissance du territoire mis en œuvre par l'IGN et le site http://www.udeuschle.selfhost.pro/panoramas/makepanoramas_en.htm permettant de générer un panorama à partir de données géodésiques.

Les angles sont mesurés à partir d'une photo numérique prise quelques minutes avant le coucher du Soleil le 15 mars 2018 à 19h06, heure locale, avec un Pentax Kx équipé d'un 100mm.

Données géodésiques :

Le Grand Veymont : Latitude :44.86966° ; Longitude : 5.52653° ; altitude : 2341 m

Point de vue Marcy : Latitude : 45.913376° ; Longitude : 4.684581° ; altitude : 398 m

Pont autoroute A6 : Latitude : 45.839719° ; Longitude : 4.753972° ; altitude : 322 m

Distance Marcy- Grand Veymont : $D_2$ = 133,52 km

Distance Marcy-pont A6 : $D_1$ = 9.8 km

Azimut Marcy-pont A6 : $z_1$ = 146,47°

Azimut Marcy- Grand Veymont : $z_2$ = 150.14°

Données météo : http://www.infoclimat.fr/observations-meteo/archives/15/mars/2018/arnas/000IE.html

Température : 6.5°C ; Humidité : 90% ; vent moyen : 0km/h ; Pression 998.3 hPa

Données photographiques :

IMGP2638

Pentax Kx, taille capteur 23.6 x 15,8 mm

objectif : 100mm pentax smc DFA 1: 2.8 macro

Données exif photo : 4288x2848 pixels ; 30,0 sec à f/32

https://ggbm.at/fBatV8nG

## Mesure de l'angle vertical entre A6 et GrandVeymont

La photo numérique est importée dans le logiciel Geogebra. Le coin inférieur gauche A est placé à l'origine du plan de geogebra. Elle est mise à l'échelle 1 unité geogebra pour 1mm en entrant comme coordonnées pour le coin inférieur droit B=(23.6,0) qui correspond à la taille en mm de la longueur du capteur du Pentax Kx. On nomme C le coin supérieur gauche, curieusement C=(0,15.68) au lieu des 15.8 mm attendus pour la hauteur du capteur, passons …

On nomme *HorizonAstroMarcy* la médiatrice de [AC]. Comme l'appareil photo a été placé sur pied et réglé de niveau dans les deux directions orthogonales du boîtier, cette médiatrice représente l'Horizon Astronomique de la vue.

On repère :

- le pont au dessus de l'A6 comme le pont le plus proche . Point A6
- grâce au site http://www.udeuschle.selfhost.pro/panoramas/makepanoramas_en.htm le Grand Veymont comme le premier plus haut sommet visible au loin en partant de la droite. Point GrandVeymont
- https://www.udeuschle.de/panoramas/panqueryfull.aspx?mode=newstandard&data=lon%3A4.684581%24%24%24lat%3A45.913376%24%24%24alt%3Aauto%24%24%24altcam%3A1%24%24%24hialt%3Afalse%24%24%24resolution%3A100%24%24%24azimut%3A144.5%24%24%24sweep%3A15%24%24%24leftbound%3A137%24%24%24rightbound%3A152%24%24%24split%3A12%24%24%24splitnr%3A2%24%24%24tilt%3A0.25%24%24%24tiltsplit%3Afalse%24%24%24elexagg%3A1.2%24%24%24range%3A300%24%24%24colorcoding%3Afalse%24%24%24colorcodinglimit%3A143%24%24%24title%3AZugspitze%24%24%24description%3A%24%24%24email%3A%24%24%24language%3Aen%24%24%24screenwidth%3A1304%24%24%24screenheight%3A768
-

On trace les parallèles aux axes du plan passant par A6 et par GrandVeymont.

On étalonne la photo en comparant la différence d'azimut, $\beta$ , depuis Marcy entre le Grand Veymont et le pont sur A6 d'après les données de Géoportail et les calculs à partir des mesures sur la photo.

<u>Différence d'azimut, $\beta_g$ d'après les données de Géoportail :</u>

$\beta_g = z_2 - z_1 = 150.14 - 146.47 = 3.67°$

<u>Différence d'azimut, $\beta'_p$ d'après les mesures sur la photo :</u>

Calcul des azimuts $z'$ relatifs à la médiane de la photo :

Longueur $a = (A6\,,\,médiane) = 3.81\,mm$ d'où d'après $|\alpha| = \left|\arctan\left(\frac{(F'M')}{f}\right)\right|$ on a $|z'_1| = \left|\arctan\left(\frac{(3.81)}{100}\right)\right| = 2.1819°$

Longueur $b = (GrandVeymont\,,\,médiane) = 9.96\,mm$ on a donc $|z'_2| = \left|\arctan\left(\frac{(9.96)}{100}\right)\right| = 5.6879°$

Calcul de $\beta'_\varphi$ :

On a $\beta'_\varphi = z'_2 - z'_1$ soit $\beta'_\varphi = 5.6879 - 2.1819 = 3.5060°$

On a donc une imprécision de $\pm 0.16°$ entre la mesure et les données géoportail.

<u>Mesure sur la photo et calcul de l'angle de visée vertical, $\delta_\varphi$ , entre A6 et GrandVeymont.</u>

Calcul des élévations respectives $\alpha_1$ et $\alpha_2$ des points A6 et GrandVeymont :

Longueur $d_1 = (A6\,,\,HorizonAstro) = 1.69\,mm$ d'où $|\alpha_1| = \left|\arctan\left(\frac{(1.69)}{100}\right)\right| = 0.97°$

Longueur $d_2 = (GrandVeymont\,,\,HorizonAstro) = 0.32\,mm$ d'où $|\alpha_2| = \left|\arctan\left(\frac{(2.36)}{100}\right)\right| = 0.18°$

Calcul de $\delta_\varphi$ :

D'après la photo on voit que $\delta_\varphi = \alpha_1 - \alpha_2$ d'où $\delta_\varphi = 0.97 - 0.18$

soit un angle vertical mesuré sur la photo : $\boxed{\delta_\varphi = 0.79° \pm 0.16°}$

## Détermination de l'angle vertical $\delta_s$ de visée théorique entre A6 et GrandVeymont sur une Terre sphérique

Grâce à la construction geogebra de ma confection https://ggbm.at/CcuRrQfz on peut connaître l'angle vertical attendu $\delta_s$ .

La construction donne $\delta_s = 0.0125923273\,rad$ soit $\boxed{\delta_s = 0.72\,°}$ .

On ne pouvait rêver mieux comme résultats entre la valeur mesurée et la valeur théorique d'une Terre sphérique qui n'affichent qu'une différence de $0.07\,°$

## Calcul de l'angle vertical $\delta_p$ de visée entre A6 et GrandVeymont sur une terre plate

Calcul des élévations respectives, $\alpha_1$ et $\alpha_2$ , de A6 et GrandVeymont

On appelle élévation d'un point sur Terre l'angle $\alpha$ entre l'horizon astronomique du lieu d'observation et la droite reliant l'observateur au point visé.

On a $\alpha = artan(\frac{alt - alt_0}{D})$ avec $alt_0$ l'altitude en mètres de l'observateur ; $alt$ l'altitude en mètres du point visé et $D$ la distance en mètres séparant l'observateur du point visé.

On a donc $\alpha_1 = artan(\frac{alt_1 - alt_0}{D_1})$ avec $alt_1 = 322\,m$ , $alt_0 = 398\,m$ et $D_1 = 9790\,m$ d'où

$$\boxed{\alpha_1 = artan(\frac{322 - 398}{9800}) = -0.44\,°}$$

et $\alpha_2 = artan(\frac{alt_2 - alt_0}{D_2})$ avec $alt_2 = 2341\,m$ , $alt_0 = 398\,m$ et $D_2 = 133520\,m$ d'où

$$\boxed{\alpha_2 = artan(\frac{2341 - 398}{133520}) = 0.83\,°}$$

Calcul de $\delta_p$

On a $\delta_p = \alpha_2 - \alpha_1 = 0.83 + 0.44$ soit $\boxed{\delta_p = 1.27\,°}$ qui correspond à la valeur $\epsilon = 0.0223060464\,rad$ que retourne geogebra.

## Conclusion

La valeur mesurée $\delta_\varphi = 0.72\,° \pm 0.16\,°$ de l'angle vertical de visée entre un point à 10 km et le Grand Veymont à 133 km est comme on s'y attendait plus petit que la valeur $\delta_p = 1.27\,°$ calculée à partir d'une hypothèse de terre plate. Cette différence est 3 fois plus importante que la valeur de l'incertitude, on peut donc conclure que :

# j'ai mesuré la courbure de la Terre grâce à mon APN et je trouve une dépression "platiste" sur 133 km de $0{,}72° \pm 0{,}16°$

## Annexe

Avec cet angle "platiste" il est théoriquement possible de calculer le rayon de la Terre sphérique.

La construction https://ggbm.at/vvDSpJ9s permet, à l'échelle 1unité geogebra pour 1km, de trouver ce rayon.

L'axe des abscisses va être une des tangentes du cercle et donc l'axe des ordonnées est une droite qui passe par le centre du cercle.

Le point O en (0,0) c'est un des points du cercle, et on a déterminé avec les mesures faites qu'il y a un point A' tel que la distance entre A' et O est 133 km et l'angle entre les abscisses et la droite O,A' vaut 0,79° et A' appartient au cercle. On peut créer A' par une rotation de A (133,0) et d'un angle de 0,79° autour de O.

De la même manière l'angle entre une tangente quelconque du cercle et la droite passant par le point où la tangente touche le cercle et un autre point du cercle d'une distance de 133 km va être forcément de 0,79°. Grâce à cette propriété on peut calculer la tangente au cercle passant par A' en créant O', rotation de O autour de A' par un angle de 0,79°. Cette tangente est la droite O'A'. Par définition la perpendiculaire de cette nouvelle tangente est une droite passant par le centre du cercle.

Le centre du cercle est donc B, le point d'intersection entre les deux perpendiculaires aux tangentes que sont l'axe des ordonnées et la droite O'A'. J'obtiens un point B aux coordonnées (0,4822.75), donc le rayon du cercle est de 4822 km

C'est assez loin de  la valeur réelle de 6371km mais dans son ordre de grandeur.