

Cable3.txt

L'ascenseur spatial comme lanceur de sonde interplanétaires.

Prenons un ascenseur de hauteur négligeable comparée à la longueur du câble et de masse M_a

La force exercée par l'ascenseur sera :

$$P_a = M_a * M * G / D^2 - 4 * M_a * \pi^2 * D / T_r^2$$

Rappels :

OG : orbite géostationnaire

G = constante de gravitation $\sim 6.67 \cdot 10^{-11}$

M = masse de la terre $\sim 6 \cdot 10^{24}$ kg, R = rayon terrestre ~ 6380 km, T_r = période de rotation de la terre = 86164.09 sec

D = distance au centre de la terre, h = altitude = $D - R$, D_{geo} = D de l'OG ~ 42220 km, H_{geo} = h de l'OG ~ 35840 km

L_c = longueur du câble

Reprenons l'exemple précédent, $L_c = 150000$ km et $R_c = 5$ cm, le câble pouvait supporter une traction additionnelle maxi de $P_s \sim 48422000$ N ~ 4941 tonnes, c'est-à-dire qu'au sol l'ascenseur devait faire 4941 tonnes au plus. Prenons donc $M_a \sim 4941$ tonnes et emmenons l'ascenseur en haut du câble ($D = R + L_c$). $P_{ah} = M_a * (M * G / (R + L_c)^2 - 4 * \pi^2 * (R + L_c) / T_r^2) \sim -4028000$ N ~ 411 tonnes de traction vers l'espace.

L'accélération à l'extrémité du câble est donc de $411/4941 \sim 0.083$ g, si on plaçait une station à cet endroit on pourrait donc s'y tenir debout (le "bas" serait vers l'espace et le "haut" vers la terre) en ayant la sensation de peser 12 fois moins lourd que sur terre.

Conclusion : le câble peut supporter un ascenseur de 4941 tonnes, ou qu'il se trouve. Mais dans la pratique, il sera sûrement beaucoup moins massif.

Voyons maintenant la vitesse de l'extrémité haute du câble : on a vu que $v = 2 * \pi * D / T_r$ donc en haut $v_h = 2 * \pi * (R + L_c) / T_r \sim 11403$ m/s

L'extrémité haute se déplace à 11403km/s par rapport à la terre et (quand le câble est dans la direction opposée au soleil) à $v_T = v_h + v_t$ par rapport au soleil, v_t étant la vitesse orbitale de la terre.

Soit M_s la masse du soleil ($M_s \sim 2 \cdot 10^{30}$ kg) et D_s la distance de la terre au soleil comprise entre :

a) $D_{smin} \sim 147.1 \cdot 10^6$ km, dans ce cas $v_t \sim 29290$ m/s donc $v_T \sim 40693$ m/s (la terre est alors au périhélie).

b) $D_{smax} \sim 152.1 \cdot 10^6$ km, dans ce cas $v_t \sim 30290$ m/s donc $v_T \sim 41693$ m/s (la terre est alors à l'aphélie).

La vitesse de libération est pour un corps (de masse négligeable) situé à une distance D_k de N masses M_k :

$$v_{lib} = \text{racine}(2 * G * \text{somme}(M_k / D_k, \text{ pour } k \text{ de } 1 \text{ à } N))$$

Donc à l'extrémité haute du câble :

- pour la terre : $v_{libt} = \text{racine}(2 * G * M / (R + L_c)) \sim 2262$ m/s

- pour le soleil : $v_{libs} = \text{racine}(2 * G * M_s / (D_s + L_c)) \sim 42566$ m/s au périhélie et 41861m/s à l'aphélie.

- pour les deux : $v_{lib2} = \text{racine}(2 * G * (M / (R + L_c) + M_s / (D_s + L_c))) \sim 42626$ m/s au périhélie et 41923m/s à l'aphélie.

L'extrémité du câble se déplace donc à environ 5 fois la vitesse de libération terrestre ce qui permettra de s'affranchir très facilement de son attraction.

Pour le couple terre/soleil, il manque seulement 230m/s soit environ 825km/h pour s'évader du système solaire quand la terre est à son aphélie, donc on peut soit :

- utiliser un petit réacteur qui permettra d'acquérir la vitesse nécessaire.

- utiliser la technique du "ricochet planétaire", c'est-à-dire passer à proximité d'une planète pour être accéléré (et pour seulement 230m/s, pas besoin de multiples "ricochets", ni d'une planète géante, un seul passage suffira).

- fixer un câble secondaire, perpendiculairement au câble principale, tournant autour de lui de façon à ce que son extrémité ait la vitesse voulue (pour équilibrer le tout on placera évidemment un contrepoids ou un 2° câble

secondaire à l'opposé du 1°) -> attention toute fois à la réaction du câble principale qui risque de se tordre dans le sens opposé à la rotation, il faut donc encore équilibrer en faisant tourner une masse dans ce sens, de la même façon que les hélicoptères à double rotor ont 2 hélices tournant en sens

inverse.

Cable3.txt

- rallonger légèrement le câble de façon à ce que l'extrémité ait la vitesse nécessaire.

Important : le centre de gravité du câble se situant à $h = L_c / 2 = 75000\text{km}$ d'altitude, on peut calculer sa vitesse ainsi que la vitesse de libération à cet endroit qui sont $v \sim 5934\text{m/s}$ et $v_{\text{lib}} \sim 3136\text{m/s}$, $v > v_{\text{lib}}$ donc en cas de rupture de la fixation au sol, le tout ira se placer sur une orbite solaire et s'ajoutera à la liste des géocroiseurs, mais en cas de rencontre avec la terre, et bien que le câble soit assez massif (environ 1.5 million de tonnes), le fait qu'il soit très fin (10cm) lui permettra probablement d'être consommé lors de sa rentrée dans l'atmosphère.

Revenons à nos moutons et étudions maintenant la solution qui consiste à rallonger le câble. Il faudrait donc que la vitesse à l'extrémité du câble soit toujours supérieure ou égale à la vitesse de libération au périhélie ($v_2 \sim 42626\text{m/s}$) et par conséquent que celui-ci ait une longueur d'au moins L . Soit $v_3 \sim 29290\text{m/s}$ la vitesse de la terre au périhélie.

$$v_2 - v_3 = 2 * \text{PI} * (R + L) / T_r$$

$$L = T_r * (v_2 - v_3) / (2 * \text{PI}) - R \sim 176508\text{km}$$

Avec un câble de 176508km on pourra donc envoyer à tout moment une sonde n'importe où dans le système solaire et même au-delà, sans que celle-ci ait besoin d'un système de propulsion (mis à part pour de légères corrections de trajectoires qui sont inévitables).

Le câble pourra toujours résister :

- La tension au sol vaudra : $t(R, D_{\text{geo}}) + t(D_{\text{geo}}, L) \sim -288758000\text{N} \sim 29465$ tonnes vers l'espace
- La tension à l'orbite géostationnaire : $t(R, D_{\text{geo}}) - t(D_{\text{geo}}, L) \sim 1281540000\text{N} \sim 130769$ tonnes
- La tension de rupture sera toujours : $R_{\text{maxi}} \sim 1308473000\text{N} \sim 133518$ tonnes, soit 2748 tonnes de marges donc 2%.

On peut aussi déterminer la longueur maximale du câble, c'est la longueur L_{maxi} pour laquelle on a $t(R, D_{\text{geo}}) - t(D_{\text{geo}}, L_{\text{maxi}}) = R_{\text{maxi}}$

On en déduit L_{maxi} qui vaut approximativement 179232km. Au-delà, la tension provoquera la rupture du câble sur l'orbite géostationnaire.