

FIGURE II.6 – La matière noire continue de s’effondrer dans les puits de potentiels. Elle tombe alors également en partie dans la surdensité baryonique issue de l’onde. De même la matière baryonique n’étant plus sujette à la pression de radiation tombe à son tour dans le puits gravitationnel de la matière noire (à gauche). Finalement les deux espèces tombent l’une dans l’autre pour finalement atteindre un équilibre qui présente un pic de densité à l’échelle causale sonore au découplage convolué par l’évolution du facteur d’échelle.

II.3 Formation des amas de galaxies

Intéressons nous maintenant aux structures plus petites. Celles qui ne rentrent pas dans le cadre de l’approximation linéaire. Les simulations numériques à N-corps sont indispensables pour trouver les solutions correctes. Cependant, afin de comprendre ce qui se passe et quels paramètres sont en jeu, il est intéressant de considérer un modèle simple. Le modèle sphérique de Gunn et Gott ([Gunn & Gott, 1972](#)) permet cette compréhension bien que n’incluant pas l’énergie noire. Dans ce papier ils considèrent des surdensités qui ont une densité supérieure à la densité critique de l’Univers ρ_c . Il s’avère que l’Univers étant plat ([I.2.5](#)), ou très proche de l’être, la densité moyenne est de l’ordre de ρ_c . Il en résulte que la condition utilisée dans le papier est très proche de la réalité, une surdensité rentrant directement dans la condition $\rho > \rho_c$.

Le fait de considérer ces surdensités comme homogènes et sphériques (donc isotropes) permet d’appliquer les équations de Friedmann-Robertson-Walker directement à ces dernières en les considérant comme des micro-univers. Ainsi nous obtenons un facteur d’échelle évoluant différemment dans les surdensités que dans l’Univers moyen. L’idée, présentée sur la figure [II.8](#), est donc de considérer une surdensité (notée B), de rayon comobile R et de densité $\rho_B = \rho_c + \rho_+$, dans l’Univers moyen (noté A) de densité de l’ordre de la densité critique.

On peut alors reprendre les équations sur le facteur d’échelle [I.25](#) et utiliser le fait que la matière évolue comme $\rho_m = \rho_{m,0}a^{-3}$. De plus, on peut développer le terme de courbure noté k qui est en fait égal à $\frac{8\pi G}{3}(\rho_{tot} - \rho_c)$ et évolue comme a^{-2} . Il vient directement que les densités comobiles s’expriment comme $\rho_m = \rho_{m,com}a^{-3}$ pour la densité d’énergie de matière et $\rho_k = (\rho_{tot} - \rho_c) = \rho_{k,com}a^{-2}$ pour la densité d’énergie liée à la courbure. L’équation [I.25](#)

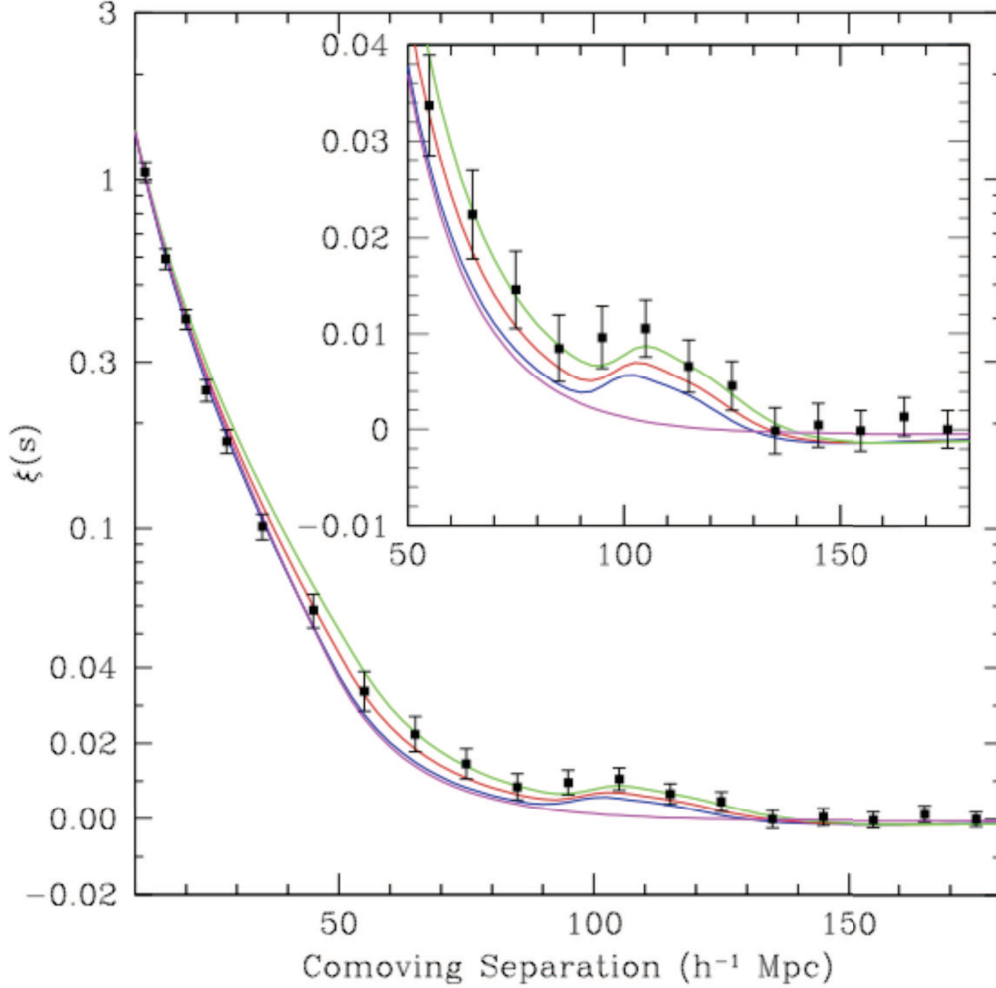


FIGURE II.7 – Mesure du pic des BAO par (Eisenstein et al., 2005) à partir du catalogue de LRGs de SDSS . Les modèles sont avec $\Omega_m h^2 = 0,12$ en vert, $0,13$ en rouge et $0,14$ en bleu. Dans tous les cas $\Omega_b h^2 = 0,024$. La courbe magenta est un modèle de matière noire pure pour montrer qu'on n'attend pas ce pic sans la présence de baryons.

s'exprime alors comme :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3a^3}\rho_{m,com} - \frac{8\pi G}{3a^2}(\rho_{tot} - \rho_c). \quad (\text{II.30})$$

Considérons une sphère de rayon comobile r_i , tel que $r(r_i, t) = r_i a(r_i, t)$, dans laquelle la densité moyenne est $\bar{\rho}_i$, supérieure à la densité critique, à un instant t . On obtient finalement, en repassant le facteur a^{-2} du membre de gauche dans le membre de droite, que le facteur d'échelle dans cette sphère évolue comme :

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3a}\bar{\rho}_i - \frac{8\pi G}{3}(\bar{\rho}_i - \rho_c). \quad (\text{II.31})$$

On utilise ici un rayon différent de R pour généraliser un peu le raisonnement. Il faut

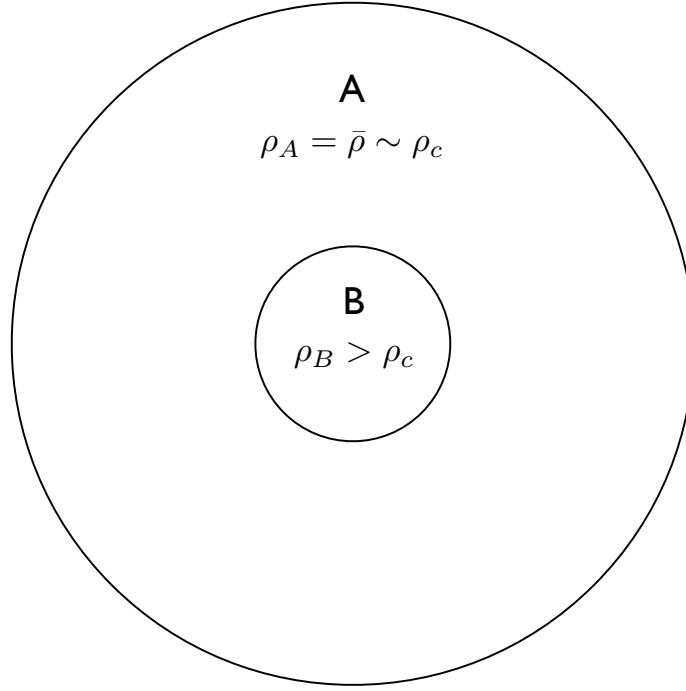


FIGURE II.8 – On considère une région B correspondant à une surdensité vivant dans un univers plus grand A dont la densité moyenne est de la densité moyenne de l'Univers (donc de l'ordre de la densité critique puisque notre Univers est considéré comme plat). Ici, les deux "univers" sont considérés comme homogène et isotrope pour permettre l'utilisation des équations de Friedmann-Robertson-Walker.

définir plus précisément la valeur de la densité $\bar{\rho}_i$ en fonction de r_i , R , ρ_c et ρ_+ . Il suffit de faire la moyenne et on obtient facilement :

$$\bar{\rho}_i = \rho_c + \rho_+ \frac{R^3}{r_i^3} \quad r_i > R; \quad (\text{II.32})$$

$$\bar{\rho}_i = \rho_c + \rho_+ \quad r_i < R. \quad (\text{II.33})$$

La densité à l'intérieur du rayon considéré va alors décroître moins vite que la densité critique, qui dans cette période évolue en a^{-3} , l'Univers moyen étant plat et dominé par la matière noire. L'effet de courbure dans la surdensité considérée va donc s'amplifier avec le temps. Intéressons nous maintenant à la solution de l'évolution du facteur d'échelle. Pour simplifier l'écriture il est conseillé de réécrire l'équation d'évolution comme :

$$\left(\frac{da}{dt} \right)^2 = H^2 \left(\frac{\beta}{a} + \gamma \right), \quad (\text{II.34})$$

où

$$\beta = \frac{\bar{\rho}_i}{\rho_c}, \quad \gamma = \frac{\rho_c - \bar{\rho}_i}{\rho_c}. \quad (\text{II.35})$$

Les solutions de cette équation sont alors données par :

$$a = \frac{\beta}{2\gamma} \left[\cos(|\gamma|^{1/2}\theta) - 1 \right] \quad (\text{II.36})$$

$$Ht = \frac{\beta}{2\gamma|\gamma|^{1/2}} \left[\sin(|\gamma|^{1/2}\theta) - |\gamma|^{1/2} \right] \quad (\text{II.37})$$

avec la variable θ , variable temporelle, définie comme $d\theta = \frac{Hdt}{a}$. Les solutions données ici ne sont valables que pour le cas de surdensité. La solution en $\cos(|\gamma|^{1/2}\theta) - 1$ nous indique tout de suite que le facteur d'échelle va croître jusqu'à un maximum ($\theta = \pi/|\gamma|^{1/2}$) puis va commencer à décroître. Cette phase de transition est appelée *turn-around* en anglais. On rentre ensuite ($\theta > \pi/|\gamma|^{1/2}$) dans la phase de d'effondrement. Si on ne considère que la composante radiale (ce qui est le cas ici de par l'isotropie et l'homogénéité postulées) la matière va s'effondrer jusqu'à la "catastrophe", pour reprendre les termes de Gott et Gunn, en $r = 0$ autrement dit pour $a = 0$ et donc ($\theta = 2\pi/|\gamma|^{1/2}$). On appelle cette solution le *collapse*. Le contraste de densité obtenu dans le cadre de l'approximation linéaire est de $\delta_c \approx 1,69$. Ce contraste de densité sera utilisé dans la fabrication de la fonction de masse (II.4).

La solution n'est cependant physiquement pas acceptable puisque l'on observe les structures comme non ponctuelles. On considère un phénomène de relaxation violente (Lynden-Bell, 1967) (White, 1996). Une symétrie sphérique parfaite ne peut représenter la réalité; il existe des inhomogénéités dans la distribution de la matière de la surdensité qui font intervenir des forces gravitationnelles non radiales. La structure en effondrement va pouvoir atteindre un état d'équilibre lorsque son énergie vérifiera le théorème du viriel ($E = E_c + E_p = -E_c$ où E , E_c et E_p sont respectivement l'énergie totale, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle). On connaît l'énergie totale au moment du *turn-around* car elle est égale à l'énergie potentielle de la structure à cet instant où la structure considérée (dépend totalement du r_i que l'on a choisit!) a sa taille maximale. Elle vaut alors $E = E_p = -GM/r_{max}$ où $M = 4\pi r_i^3 \bar{\rho}_i/3$. À la virialisation, la structure est contenue dans un rayon r_{vir} et on a $E_p = E - E_c = -2E_c$, d'où $E = -GM/(2r_{vir})$. La conservation de l'énergie nous indique tout de suite que $r_{vir} = r_{max}/2$ ce qui correspond à la solution $\theta = 3\pi/|\gamma|^{1/2}$ mais on considère tout de même cette phase atteinte au temps correspondant au *collapse*. Par le calcul, on trouve que le contraste de densité vaut à cet instant $\Delta_{vir} \approx 178$. Cette valeur est donnée par rapport à la densité moyenne de l'Univers. On la note Δ_c lorsqu'elle est exprimée en fonction de la densité critique de l'Univers au *redshift* voulu. Comme les deux densités sont quasiment identiques cela ne change pas grand chose. On peut voir l'évolution des deux contrastes de densité qui nous ont intéressé en fonction du *redshift* de virialisation de l'amas sur la figure II.9.

On voit également au travers des équations, que le temps nécessaire pour atteindre les différentes phases (*turn-around* et *collapse*) dépend de la densité initiale, du rayon initial et surtout de la cosmologie. Nous avons regardé le cas le plus simple ici en considérant uniquement les effets de la matière (ce qui revient à un univers Einstein-de-Sitter). En ajoutant la constante cosmologique dans les équations, le raisonnement reste identique mais les résultats diffèrent. Ainsi, selon le modèle cosmologique, on n'obtient pas le même nombre d'amas virialisés pour une masse et un temps donné. Afin d'étudier cela en profondeur il est indispensable d'utiliser les fonctions de masse. C'est ce que nous allons voir dans la section qui suit.

Avant de clore cette section, il me semble important de parler de l'implication de ces résultats sur la matière visible dans les amas. La matière baryonique suit le comportement de la matière noire. Ainsi, le gaz acquiert l'énergie cinétique calculée précédemment ce qui donne des énergies de l'ordre du keV pour un gaz d'hydrogène dans une structure ayant une masse de l'ordre de $10^{14} M_\odot$. Cela explique entièrement la présence du gaz X dans les amas

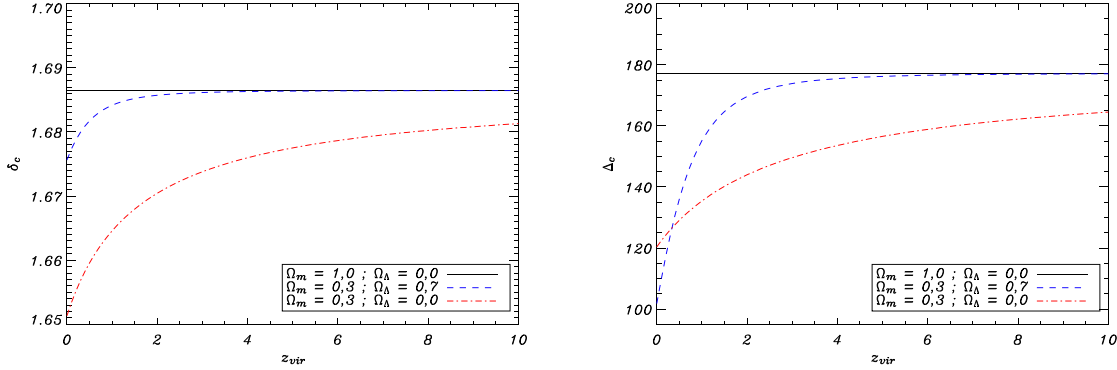


FIGURE II.9 – Evolution des contrastes de densité critiques en fonction du *redshift* de virialisation de l'amas considéré. Trois modèles sont illustrés : Einstein-de Sitter, le modèle de concordance et un modèle de faible densité sans constante cosmologique. Ces deux figures sont tirées de la thèse d'Antoine Chamballu (2007).

de galaxies. De plus, les galaxies sont des sous structures composées de gaz ayant évacué de l'énergie, mais peuvent être considérées comme des particules massives. Leur vitesse est également reliée à l'énergie obtenue durant l'effondrement. Ainsi, la dispersion des vitesses des galaxies en fonction de la masse de l'amas est une quantité prédictible.

II.4 Fonction de masse

Comme nous venons de le voir, le temps nécessaire à la formation d'un amas d'une masse donnée dépend des conditions initiales (r_i et $\bar{\rho}_i$) et du modèle cosmologique. L'idée fondamentale est d'estimer la probabilité d'obtenir un objet virialisé de masse m à un *redshift* z_1 partant d'une masse M dans un volume V au *redshift* z_0 (voir la revue dont je me suis pas mal servi (Cooray & Sheth, 2002)). Nous sommes donc intéressé par la quantité $N(m, z_1 | M, V, z_0)$ pour un modèle cosmologique défini. La première fonction de masse, qui est toujours très utile, fut créée par Press et Schechter (1974). De plus, grâce à ce formalisme il sera possible par la suite de tirer des informations la fonction de luminosité de galaxies tout en la reliant à la cosmologie (Schechter, 1976) (Blanchard et al., 1992).

II.4.1 Fonction de masse de Press-Schechter

L'hypothèse de base de la fonction de masse de Press-Schechter est que l'on peut lier la fraction de matière qui va finir dans un amas de masse M aux zones où le champ de densité linéaire lissé sur une échelle M , δ_M . Il faut bien évidemment que δ_M soit supérieur au contraste de densité critique δ_c pour être considérée comme effondrée. En considérant d'autre part que les fluctuations sont gaussiennes, la probabilité que δ_M soit supérieure à δ_c au *redshift* z est donnée par :

$$p_{>\delta_c}(M, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_M(z)} \int_{\delta_c}^{\infty} e^{-\frac{\delta_M^2}{2\sigma_M^2(z)}} d\delta_M, \quad (\text{II.38})$$

où $\sigma_M(z) = D_g(z)\sigma_M$ correspond à l'extrapolation linéaire au *redshift* de la variance à l'échelle M . On prend ici δ_c constant avec le *redshift* car il ne varie quasiment pas, ce qui est visible sur la figure II.9. On peut obtenir la proportion de la probabilité par tranche de masse en dérivant l'équation II.38 par rapport à la masse :

$$dp_{>\delta_c}(M, z) = \left| \frac{\partial p_{>\delta_c}(M, z)}{\partial M} \right| dM. \quad (\text{II.39})$$

En intégrant sur toutes les masses, et donc sur toutes les échelles, on s'attend à retrouver tout la matière dans des structures. Cependant, le calcul ne donne que la moitié de la masse :

$$\int_0^\infty dp_{>\delta_c}(M, z) = \frac{1}{2}, \quad (\text{II.40})$$

indépendamment du *redshift* considéré. Ceci est dû au fait qu'on n'autorise pas un point à appartenir à plusieurs structures d'échelles différentes. Or les observations ainsi que les simulations vont très largement dans ce sens. Cet effet est connu sous le nom de *cloud-in-cloud problem* (Bond et al., 1991). Une solution est de faire intervenir un facteur 2. On obtient finalement le nombre d'objets par unité de volume en divisant par le résultat précédent par le volume occupé initialement par la matière $V_M = M/\bar{\rho}$:

$$\frac{dn(M, z)}{dM} = \frac{2}{V_M} \frac{dp_{>\delta_c}(M, z)}{\partial M} \quad (\text{II.41})$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\bar{\rho}}{M^2} \frac{\delta_c}{\sigma_M(z)} \left| \frac{d \ln \sigma_M(z)}{d \ln M} \right| e^{-\frac{\delta_c^2 M}{2\sigma_M^2(z)}}. \quad (\text{II.42})$$

C'est la fonction de masse de Press-Schechter. On peut voir un exemple (figure II.10), tiré de la thèse d'Antoine Chamballu (2007), d'illustration de cette fonction sur le ciel complet pour le modèle cosmologique contraint par WMAP3 (Spergel et al., 2007).

II.4.2 Les autres fonctions de masse

Depuis, l'avènement des simulations numériques à hautes résolutions⁵ a permis d'affiner les résultats en s'affranchissant de l'approximation linéaire. C'est le cas tout d'abord de la fonction de masse de Sheth & Tormen (1999) qui est ajustée sur les résultats de simulations à N-corps donnant l'expression suivante :

$$f_{ST}(M, z) = A \sqrt{\frac{2a}{\pi}} \left[1 + \left(\frac{\sigma_M^2}{a\delta_c^2} \right)^q \right] \frac{\delta_c}{\sigma_M} e^{-\frac{a\delta_c^2 M}{2\sigma_M^2(z)}} \quad (\text{II.43})$$

avec $a = 0,707$, $q = 0,3$ et $A = 0,3222$ (facteur de normalisation pour que l'intégrale soit égale à 1). Il s'agit d'une fonction semi-analytique⁶ qui se justifie par la prise en compte de l'effondrement d'objets non sphériques (Sheth et al., 2001).

Plus tard, Jenkins et al. (2001) ont pris en compte plus de simulations numériques pour proposer un autre ajustement :

$$f_J(M, z) = 0,315 \exp - \left| \ln \sigma_M^{-1} + 0,61 \right|^{3,8}. \quad (\text{II.44})$$

5. Tout le souci pour les simulations des structures en cosmologie est contenu dans la nécessité d'avoir les grandes échelles (pour la cosmologie) et les petites échelles pour obtenir des informations sur les structures.

6. La forme est analytique et les résultats sont ajustés sur des simulations numériques.

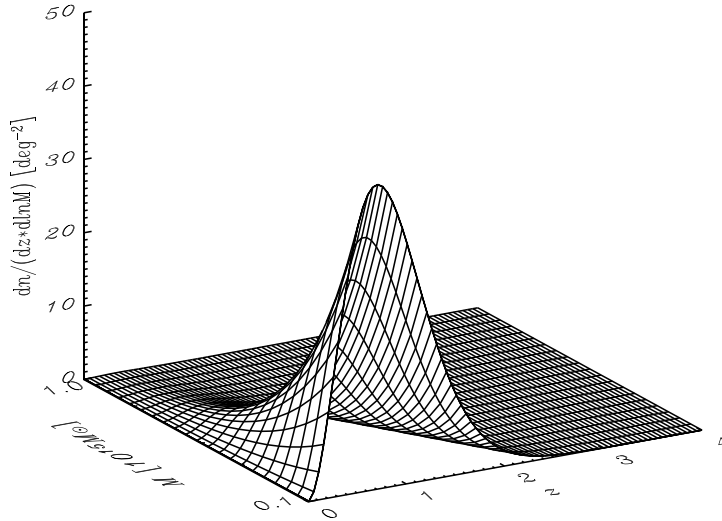


FIGURE II.10 – Exemple de fonction de masse de Press-Schechter donnant le nombre d’amas attendus dans le plan (z, M) pour la cosmologie de WMAP3. Cette figure est tirée de la thèse d’Antoine Chamballu (2007).

Nous pouvons voir la comparaison entre cette fonction et les résultats de la plus grande simulation numérique jamais réalisée, "Millenium Run", sur la figure II.11. On peut constater qu’elle reproduit parfaitement les résultats pour tous les *redshifts* compris entre 0 et 10.

La fonction de masse qui sera utilisée plus loin dans mon travail pour faire les prédictions pour les amas PLANCK sera donc basée sur la fonction de masse de Jenkins.

II.5 Les amas de galaxies

Les amas de galaxies sont les plus grandes structures virialisées dans l’Univers. Autrement dit, ce sont les plus grandes structures sur lesquelles il est possible de faire de l’astrophysique et donc sur lesquelles on peut faire des relations d’échelles. De plus, le scénario *bottom-up* nous enseigne que ces structures ont mit beaucoup de temps pour se former et par ce biais ressentir les différents effets de la cosmologie et plus particulièrement les effets de l’énergie noire.

Je vais commencer par faire un tour d’horizon des différentes observations de ces objets en présentant leurs avantages et inconvénients. Dans un second temps, je présenterai plus précisément comment contraindre la cosmologie avec ces magnifiques objets.

II.5.1 De Messier à Planck

La première observation d’un amas de galaxies remonte à Charles Messier en 1784 qui pensait alors observer une nébuleuse en direction de la constellation de la Vierge. Il s’agissait en fait de l’amas de Virgo, mais qui ne pouvait être pris pour tel car la philosophie humaine d’alors ne permettait pas l’existence de l’extragalactique. Ce n’est que dans les années 1920,