

TD n°2 Champs, induction et électromagnétisme

Exercice n°1 QUESTIONS D'ELECTROSTATIQUE

- 1- L'électron et le proton d'un atome d'hydrogène sont séparés d'une distance $r = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m. Calculer le module de la force de Coulomb sachant que la charge électrique élémentaire vaut $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.
- 2- Rappeler l'expression du champ électrique attribuable à une charge Q . Calculer le module du champ électrique créé par le proton de l'atome d'hydrogène.
- 3- Le dipôle électrique, défini précédemment comme une charge positive $+Q$ et une charge négative $-Q$ séparées d'une distance $2a$, est maintenant colinéaire à l'axe Ox et symétrique par rapport à l'axe Oy . Déterminer dans ces conditions l'expression du potentiel électrique dans un point P de coordonnée $(x, 0)$, pour $x < -a$, $-a < x < a$, $x > a$. Que se passe-t-il quand $x \gg a$?

Exercice n°2 CHAMP ELECTROSTATIQUE

Soit un fil de longueur très grande devant la distance d'observation $OM = a$. Ce fil est chargé uniformément par une densité linéique de charge λ .

- 1- Donner l'expression du champ élémentaire $d\vec{E}$ créé par un petit élément de longueur $d\vec{z}$ du fil en un point M situé à la distance r .
- 2- Donner en utilisant les propriétés de symétrie de la structure la direction du champ total créé par l'ensemble du fil.
- 3- Donner l'expression du champ total créé par le fil en fonction de λ et de $OM = a$.

On considère un plan infini uniformément chargé en surface par une densité surfacique σ_q .

- 1- Quel est le système de coordonnées le plus approprié pour ce problème ? Comment l'orienter (faire un dessin)
- 2- Etudier les symétries et invariances de la distribution et donner l'expression du champ $\vec{E}$ en un point M situé en dehors du plan.
- 3- Il existe un plan de symétrie particulier pour cette distribution. Lequel est-ce ?
- 4- Quelle conséquence a son existence sur le champ électrique en deux points M et M' situés de part et d'autre du plan ? Faire un schéma et trouver une relation entre $\vec{E}(M)$ et $\vec{E}(M')$.
- 5- Comment appliquer cela à la construction d'un condensateur ? (Utiliser le théorème de Gauss.)

Exercice n°3 DENSITE DE COURANT

- 1- Un courant d'intensité I , parcourt un filament le long de l'axe vertical et pénètre une fine nappe conductrice. Exprimer le vecteur densité de courant surfacique $\vec{J}_s$ pour cette nappe
- 2- Dans un conducteur cylindrique de 2mm de rayon, la densité de courant varie avec la distance à l'axe d'après la relation $j = 10^3 e^{-400r}$ [Am⁻²]. Trouver l'intensité totale du courant.

Exercice n°4 STRUCTURE DU CHAMP D'UN SOLENOÏDE INFINI

On considère un solénoïde infini de rayon R parcouru par un courant I .

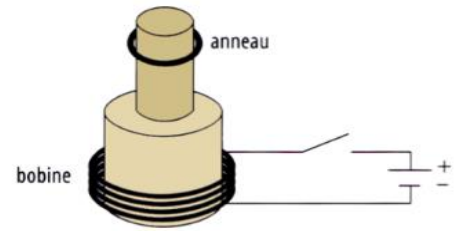
Il est possible de considérer cette bobine comme une juxtaposition de spires circulaires concentriques et coradiales.

Quelles sont les invariances et les symétries de la distribution de courant ? Comment simplifier l'expression du champ magnétique ?



Exercice n°5 LOI DE FARADAY.

Lorsque l'interrupteur est fermé dans le circuit du dessin, un courant est établi dans la bobine et l'anneau métallique est projeté en l'air. Expliquer ce phénomène.

**Exercice n°6 INDUCTION**

On considère une boucle conductrice circulaire de rayon $a = 0,10$ m, située dans le plan $z = 0$ et fermée sur une résistance $R = 5 \Omega$. Elle est placée dans un champ magnétique $\vec{B} = 0,20 \sin(10^3 t) \vec{u}_z$ T. Déterminer le courant qui traverse le circuit.

Exercice n°7 EQUATIONS DE MAXWELL, RELATION ENTRE $\vec{E}$ ET $\vec{B}$

Soit, dans le vide, un champ électrique de composantes :

$$\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = 0 \\ E_z = E_0 \exp(\alpha t - \beta x) \end{cases}$$

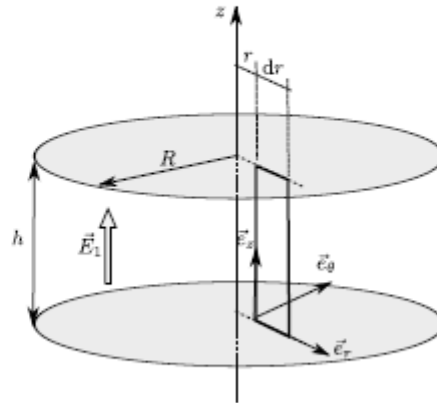


- 1- Calculer sa divergence et son rotationnel.
- 2- En déduire les composantes du champ magnétique $\vec{B}$ qui l'accompagne ;
- 3- Calculer $\vec{\nabla} \cdot \vec{B}$ et $\vec{\nabla} \wedge \vec{B}$.
- 4- Quelle relation doit lier α et β pour que soient satisfaites les équations de Maxwell ?

Exercice n°8 CHAMP ELECTROMAGNETIQUE D'UN CONDENSATEUR (SOURCE H.DJELOUAH)



Exercice 14 : Un condensateur plan est formé d'un ensemble de deux disques conducteurs, de même rayon R , parallèles, de même axe Oz , distants de $h \ll R$ et séparés par du vide. On applique, dans l'espace situé entre les deux disques, un champ électrique uniforme qui, dans un système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) , s'exprime par $\vec{E}_1 = E_0 e^{i\omega t} \vec{e}_z$. On suppose qu'aucun des champs étudiés dans la suite ne dépend ni de z ni de θ .



1. Calculer le vecteur densité de courant de déplacement dans le condensateur. Montrer qu'il existe dans cet espace un champ magnétique $\vec{B}_1$ créé par $\vec{E}_1$.
2. A l'intérieur du condensateur le champ magnétique créé par le champ électrique, s'écrit $\vec{B}_1 = B_1 \vec{e}_\theta$. En utilisant le théorème d'Ampère sous sa forme intégrale, et en utilisant l'écriture complexe, exprimer B_1 en fonction de E_1, r, ω, t , et c .
3. Le champ magnétique $\vec{B}_1$, crée lui-même un champ électrique noté $\vec{E}_2$. On suppose que le champ électrique $\vec{E}_2$ est dirigé selon $\vec{e}_z$. On considère un rectangle parallèle à l'axe des z et dont les côtés parallèles à z sont respectivement aux positions r et $r + dr$ tel que $dr \ll r$.
 - (a) Calculer le flux de $\vec{B}_1$ à travers la surface de ce rectangle.
 - (b) Montrer que la circulation de $\vec{E}_2$ sur ce rectangle s'écrit : $\oint \vec{E}_2 \cdot d\vec{\ell} = \alpha \frac{\partial E_2}{\partial r} dr$; donner l'expression de α en fonction de h
 - (c) En utilisant la forme intégrale de la loi de Faraday, établir la relation entre $\frac{\partial E_2}{\partial r}$ et E_1 . En déduire E_2 , en fonction de E_1, ω, r et c .
4. Écrire le champ électrique total sous la forme $E_1 + E_2 = E_1 [1 - k^2(r)]$ et exprimer $k(r)$.
5. AN : On prend $\omega = 6 \cdot 10^7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $R = 10 \text{ cm}$ et $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; calculer $k(R)$ et commenter ce résultat.
6. On considère maintenant que $\vec{E}_2$, crée un champ magnétique $\vec{B}_2$, qui crée $\vec{E}_3$, qui crée $\vec{B}_3$, et ainsi de suite. On suppose que les champs électriques $\vec{E}_i$, sont dirigés selon Oz . En utilisant les résultats des questions précédentes, exprimer $\frac{\partial E_3}{\partial r}$ en fonction de E_2 puis en fonction de E_1 . En déduire E_3 , en fonction de E_1 et de $k(r)$.
7. Quelle est l'expression du champ électrique total à la distance $R = 10 \text{ cm}$ de l'axe si on néglige les champs dont l'amplitude ne dépasse pas 0,01% de l'amplitude de $\vec{E}_1$? On prend $\omega = 6 \times 10^7 \text{ rad s}^{-1}$ et $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.