

Les limites de la prédiction

5 juin 2010

On note E une proposition relative à un état du futur.

Exemple : $E =$ "il fera beau demain"

Considérons une machine (un ordinateur par exemple) capable de prédire l'état du futur tel que :

$$M_{\text{predictor}}(E) = \begin{cases} \text{VRAI si } E \text{ est VRAI (se réalise à postériori)} \\ \text{FAUX si } E \text{ est FAUX (ne se réalise pas à postériori)} \end{cases}$$

Pour montrer que $M_{\text{predictor}}$ existe, il faut montrer que pour toute proposition E , $M_{\text{predictor}}(E)$ est VRAI (resp. FAUX) si E se réalise (resp. ne se réalise pas) à postériori.

Montrons qu'une telle machine n'existe pas, en essayant de trouver un état du futur que $M_{\text{predictor}}$ ne peut prédire.

Preuve :

Considérons la machine *contradictor* suivante :

$$M_{\text{contradictor}}(E) = \begin{cases} \text{VRAI si } M_{\text{predictor}}(E) = \text{FAUX} \\ \text{FAUX si } M_{\text{predictor}}(E) = \text{VRAI} \end{cases}$$

Posons $E =$ "La prochaine réponse de $M_{\text{contradictor}}$ est VRAI"

Que répond $M_{\text{predictor}}$?

Si $M_{\text{predictor}}(E)$ répond VRAI

- $M_{\text{contradictor}}(E)$ répond FAUX
- E est donc FAUX.

\implies **Contradiction (voir définition)**

- Si $M_{\text{predictor}}(E)$ répond FAUX

- $M_{\text{contradictor}}(E)$ répond VRAI

– E est donc VRAI.
 \implies **Contradiction (voir définition)**

La proposition E ne peut être "prédit" par $M_{predictor}$.

Conclusion

Il existe au moins une proposition relative à un état du futur que $M_{predictor}$ ne peut pas "prédire". Il n'existe donc pas de machine capable de prédire, pour toute proposition relative à un état du futur, si oui ou non il va se réaliser.