Rentrée atmosphérique d'une structure légère

Le calcul de trajectoire considère une trajectoire initiale quasi circulaire qui devient une spirale de descente progressive.

La vitesse commence par augmenter en début de descente puis atteint un maximum lorsque le freinage n'est plus compenser par la descente. Ce premier point critique est désigné par Vt max, il précède d'environ 25 minutes, soit un quart de tour, le point d'échauffement maximal. L'altitude et la vitesse pour ce point sont indiquées dans le tableau final.

Les hypothèses de ce calcul sont :

1- La structure est faite d'une matière mince qui rayonne par ses deux faces l'énergie cinétique des molécules rencontrées. Le refroidissement se fait par rayonnement type corps noir. Il n'y a pas d'inertie thermique. Le rapport entre masse et surface définie une densité ρ en kg/m^2.

2- Le libre parcours moyen des molécules est de plusieurs m aux altitudes considérées. Il n'y pas d'effet de portance aérodynamique, chaque molécule interagit isolément. L'énergie incidente des atomes est de plusieurs eV, il s'insèrent donc dans le structure moléculaire avant d'être résorbés.

3- L'atmosphère est modélisée par une loi exponentielle simple de densité $\mu = \mu 0 \exp(- h/D)$. Les valeurs $\mu 0 = 1.29$ et D = 13,6 km donnent les densités correctes à 0 et 160 km.

Mise en équation :

Chaque m^2 de section reçoit une masse de molécules $\mu.v$ par seconde et son impulsion varie de $\mu.v^2$

L'accélération de freinage est donc $\gamma = (\mu/\rho).\ v^2$

La puissance reçue est $\mu.v * v^2/2 = \mu.v^3/2$, elle est égale à la puissance rayonnée $2 * 5{,}67\ .10\text{-}8 * T^4$

En coordonnées polaires nous avons les vitesses et accélérations tangentielles et radiales v_t , v_r, v'_t , v'_r

$v^2 = v_r^2 + v_t^2$ et en l'absence de freinage

$v'_r - v_t^2/r + g = 0$

$v'_t + 2\ v_r * v_t / r = 0$

Avec freinage les équations des accélérations deviennent :

$v'_r = v_t^2/r - g_0.(r_0/r)^2 - \gamma\ .(v_r/v)$

$v'_t = - 2.v_r.v_t/r - \gamma\ .(v_t/v)$

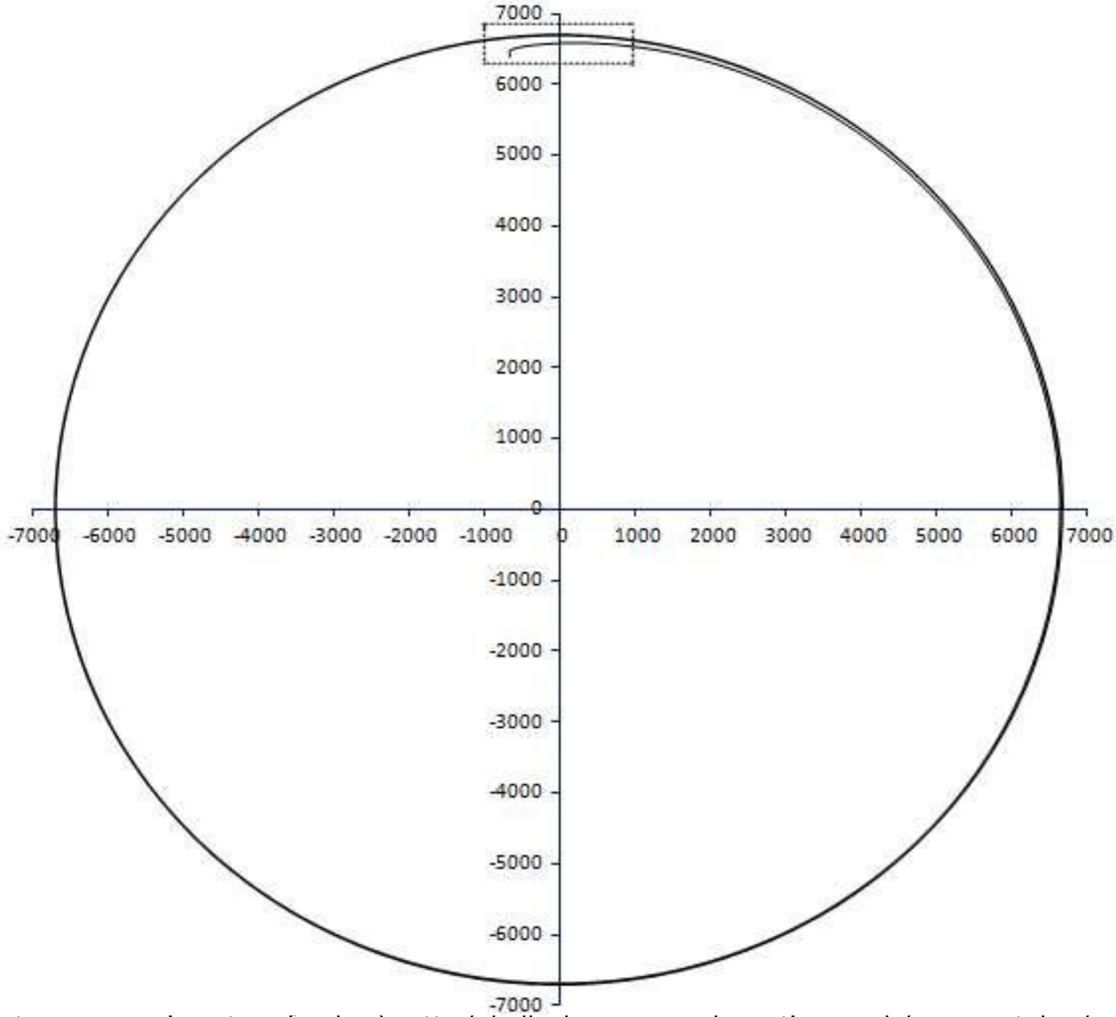
Les constantes utilisées sont r_0 = 6370.103 m et g_0 = 9.81

Si l'on ajoute l'altitude $h = r - r_0$, nous avons l'ensemble du système d'équations à résoudre.

La résolution numérique est faite à l'aide d'une méthode RK2 simple.

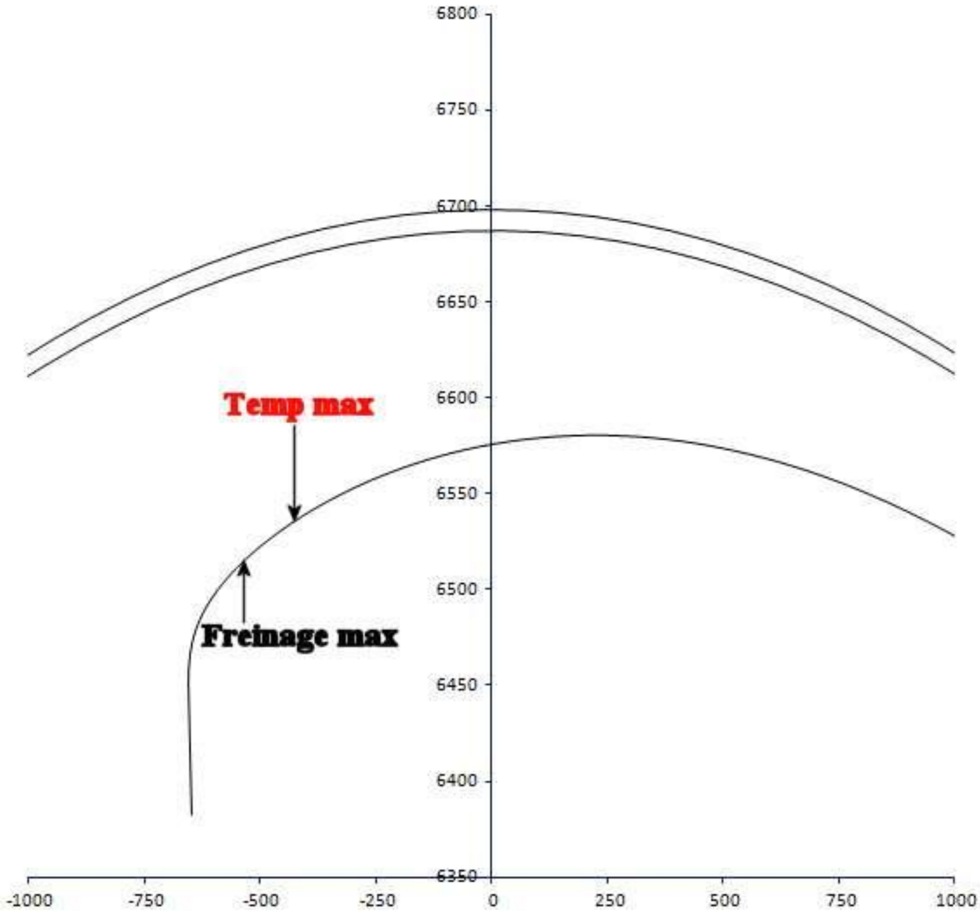
L'on obtient la trajectoire prévue en spirale descendante avec décrochement rapide en approchant des points critiques,

l'exemple donné sur les graphiques correspond à une densité voisine de 1 kg/m2 :

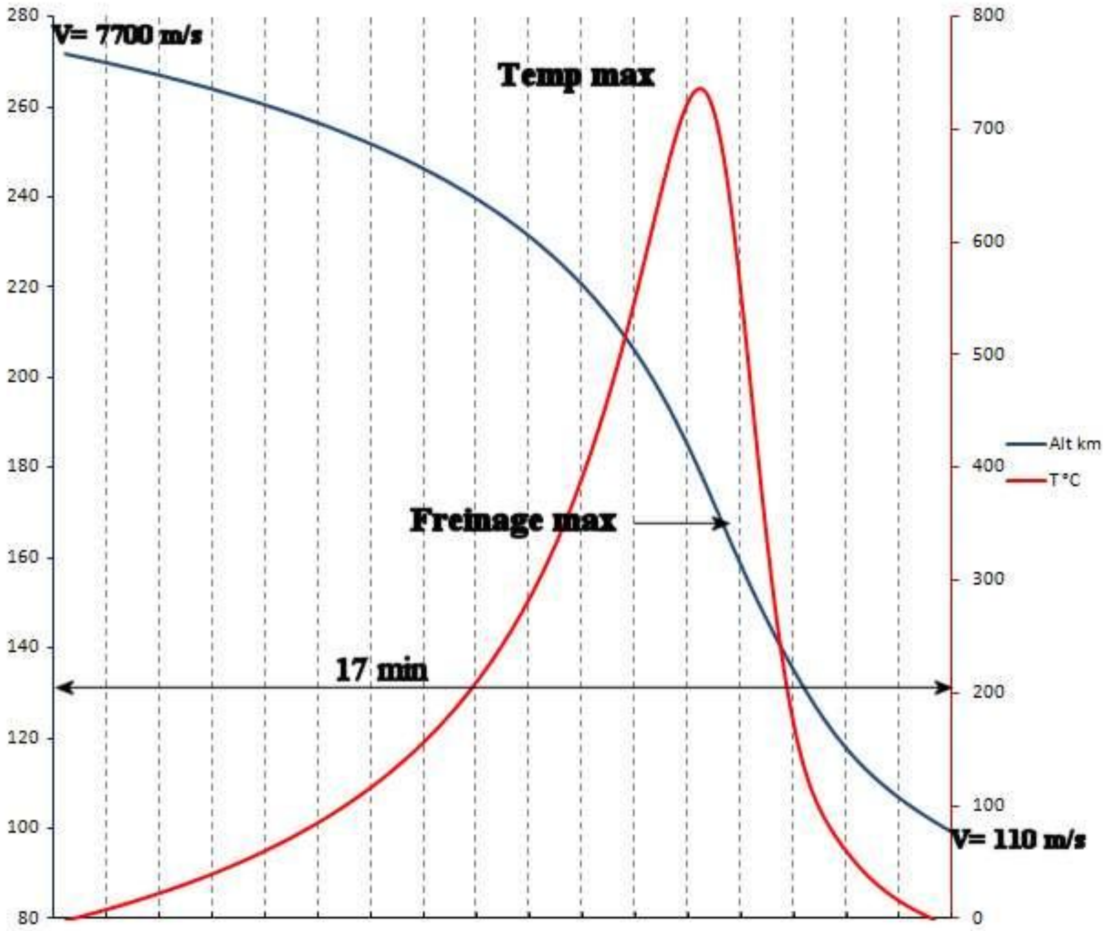


Les deux tours apparaissent confondus à cette échelle. Le zoom sur la partie encadrée permet de séparer les trajectoires. Les points critiques suivants sont les points d'échauffement maximal et les points d'accélération maximale et de vitesse de descente max. Ces deux derniers points se confondent et se situent à 23 sec après l'échauffement max.

Le résultat remarquable est l'indépendance entre la trajectoire et la densité de l'objet. Les vitesses aux points critiques et les durées entre ces points sont stables. Ils se produisent seulement à des altitudes différentes. Ceci est probablement lié à la loi exponentielle de densité atmosphérique (hypothèse 3)



Le détail des phases critiques est montré sur le graphique donnant l'altitude et la température en fonction du temps :



L e graphique n'est plus valable sur la partie droite (2 min), car la vitesse est devenue inférieure à celle des molécules d'air, et nous ne pouvons plus négliger cette vitesse. En outre les effets de portance aérodynamique ne seront plus négligeables.

Tableau suivant les densités objet de 10 kg/m^2 à 10 g/m^2 :

Densité	Vt max m/s	H vtm km	T max°C	H tmax km	V tm m/s	G max m/s2	D T Gm sec	Vr max m/s
10	7742	260	1507	148	4528	57,1	21	453
3	7732	277	1043	164	4517	56,9	23	452
1	7724	292	726	180	4572	56,7	23	451
0,1	7705	324	287	211	4545	56,3	23	449
0,06	7702	330	220	207	4569	56,2	23	449
0,03	7696	339	141	228	4435	56	21	448,5
0,01	7688	354	41,2	242	4512	55,8	23	447

Les deux colonnes après la densité indiquent la vitesse horizontale max atteinte et l'altitude associée.

Ainsi pour un largage à 350 km d'altitude, les structures les plus légères ne feraient qu'un quart de tour.

Ensuite l'on trouve la température max atteinte , l'altitude et la vitesse associée.

Enfin l’accélération max et la vitesse radiale max atteintes simultanément, ainsi que l’écart DT entre ce point et le point de température maximale. Pendant ces 23 secondes, la vitesse décroit approximativement de 1200 m/sec.

Les trajectoires ont des caractéristiques stables non dépendantes de l’objet, presque même vitesses et même accélérations aux points extrêmes. La différence de température ne provient que de la différence de masse à ralentir et donc la puissance à dissiper est proportionnelle à la densité surfacique.

L’hypothèse d’une variation exponentielle régulière de la densité atmosphérique est la plus contestable, il y a peu de données sures et pas de modèle mathématique que l’on puisse intégrer dans les équations.

Version du 8 décembre 2011. Phys4.