Pi et le Nombre d'Or : apparitions des décimales non aléatoires

Jean-Yves BOULAY
Chercheur indépendant - 25 rue Pierre Loti 97430 LE TAMPON jean-yvesboulay@orange.fr

Résumé : Cette article démontre que l'ordre d'apparition des dix chiffres du système décimal dans les deux plus fondamentales constantes mathématiques que sont le nombre Pi et le Nombre d'Or n'est pas aléatoire mais s'inscrit dans une logique arithmétique. Cette logique arithmétique est identique pour Pi, pour son inverse et pour le Nombre d'Or. Le même phénomène arithmétique opère également dans de nombreuses autres constantes dont les racines carrées des nombres 2, 3 et 5, les trois premiers nombres premiers.

1. Introduction.

Le nombre Pi (π) et le Nombre d'Or (φ) ainsi que les inverses de ces nombres sont formés d'une suite apparemment aléatoire de décimales. Cet article est sur l'ordre d'apparition des dix chiffres du système décimal dans ces nombres fondamentaux des mathématiques. Il se révèle en fait que les dix chiffres du système décimal (confondus ici avec leur nombre respectif : chiffre 1 = nombre 1, chiffre 2 = nombre 2, etc.) n'apparaissent pas aléatoirement dans la suite des décimales de Pi (π) et du Nombre d'Or (φ). Ce même phénomène s'applique également à l'inverse du nombre π (1/π).

1.1. Méthode.

Cette article étudie l'ordre d'apparition des dix chiffres du système décimal dans les décimales des constantes. Après repérage de ces dix chiffres confondus alors en nombres (chiffre 1 = nombre 1, etc.), une étude arithmétique de ceux-ci est présentée.

Constante	Nombre avec ses n premières décimales *	Ordre d'apparition des décimales
π	3,**14**1**5926**5**3**5**8**9**7**9323846264338327950**0**2…	1 4 5 9 2 6 3 8 7 0

Fig. 1. Méthode d'analyse des constantes. * n premières décimales suffisantes pour étude.

2. Ratio 3/2.

Le total des dix chiffres du système décimal, **confondus en nombres dans cet article,** est 45 :

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

Ce nombre 45 est la somme de deux autres : 27 + 18.

Ces deux nombres ont un ratio de 3/2 et sont respectivement égaux à 3 fois et 2 fois 9.

Le nombre 10, qui ici représente les dix rangs possibles des dix chiffres du système décimal, a les mêmes caractéristiques : somme de deux autre nombres avec un ratio de 3/2 : 10 = 6 + 4.

2.1. Ratio 3/2 dans les constantes π et φ.

La figure 2 analyse la constante Pi (π). Dans ce tableau, les 10 chiffres du système décimal sont repérés puis classés dans leur ordre d'apparition ; enfin un analyse arithmétique est présentée : somme des six premières valeurs et des quatre dernières dans un ratio 3/2. Tous les tableaux de cet article utilisent le même type de configuration avec une zone arithmétique (d) plus ou moins développée.

a	π = 3,**14**1**5926**5**3**5**8**9**7**9323846264338327950**0**2…									
b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	1	4	5	9	2	6	3	8	7	0
d	**27 (3 x 9)**						**18 (2 x 9)**			

Fig. 2. Suite d'apparition des chiffres dans π. **a** : constante et repérage des apparitions des 10 chiffres du système décimal. **b** : rang de l'ordre d'apparition (de 1 à 10). **c** : chiffres classés par ordre d'apparition. **d** : regroupement arithmétique. Les tableaux suivants utilisent la même configuration avec une zone arithmétique **d** plus ou moins développée.

Il apparaît que pour π, les 10 chiffres du système décimal s'organisent dans un ratio de 3/2 : le total des six premiers chiffres est de 27 et celui des quatre derniers de 18. Cette configuration a une probabilité d'apparition [1] de 1/11,66.

La figure 3 analyse la constante 1/π. Le même phénomène est présent pour cette constante. Les probabilités [2] qu'un tel phénomène se produise simultanément pour une constante et pour son inverse sont de 1/23,33. Seule, la constante φ, de part sa nature, a naturellement cette propriété.

1 /π = 0,**318**3**09**88**6**183**7**90671**5**377675**2**67**4**503…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	1	8	0	9	6	7	5	2	4
27 (3 x 9)						**18 (2 x 9)**			

Fig. 3 . Analyse de la constante 1/π.

Le même phénomène (Fig. 4) de ratio de 3/2 (27/18) est présent dans la constante φ (et bien sûr dans 1/φ).

φ * = 1,**61803**3**9**88**74**9894848**2**04**5**868…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	1	8	0	3	9	7	4	2	5
27 (3 x 9)						**18 (2 x 9)**			

Fig. 4 . Analyse de la constante φ. *De part sa nature même, φ et son inverse ont les décimales identiques. Ces deux nombres sont donc confondus dans cette étude.

Aussi, on constate (Fig. 5) que les dix chiffres des constantes 1/π et 1/φ se répartissent identiquement dans les deux fractions du ratio 3/2 : mêmes six premiers et quatre derniers chiffres.

constante	Ordre d'apparition des 10 chiffres	Répartition	
		6 premiers chiffres	4 derniers chiffres
1 /π	3 1 8 0 9 6 7 5 2 4	3 1 8 0 9 6	7 5 2 4
1/ φ (ou φ)	6 1 8 0 3 9 7 4 2 5	6 1 8 0 3 9	7 4 2 5

Fig. 5 . Similitude d'apparition des chiffres dans 1 /π et 1/ φ.

Cette double configuration à une probabilité d'apparition [3] de 1/210. Aussi, 50% des dix chiffres sont exactement au même rang d'apparition.

2.2. Ratio 3/2 dans d'autres constantes.

Ce phénomène de ratio 3/2 (27/18) est présent dans d'autres constantes significatives. Ce phénomène arithmétique n'est donc pas le fruit du hasard. Ce phénomène est présent dans les constantes √5, ζ (5) (la fonction Zêta 5), e (la constante de Neper), dans les constantes de Copeland et de Kaprekar. Aussi, dans des fractions significatives ayant directement rapport avec le système décimal comme la fraction 9876543210/0123456789.

constante	Repérage d'apparition des chiffres*	Répartition des 10 chiffres dans le ratio 3/2 (6 et 4 chiffres classés)	
√5	2,**2360**6**79**77**4**997**8**9696409**1**736 ….**5**…	2 3 6 0 7 9	4 8 1 5
ζ (5) (Zêta 5)	1,**036927**7**5**5**14**33699263313654**8**…	0 3 6 9 2 7	5 1 4 8
1467/6174 (constante de Kaprekar)	0,**237609**32944606**41**399416…**5**…**8**…	2 3 7 6 0 9	4 1 5 8
e (constante de Neper)	2,**7182**81828**4590**452**3**53**6**…	7 1 8 2 4 5	9 0 3 6
Constante de Copeland	0,**23571**113171**9**….**4**…..**6**……**8**…..**0**…	2 3 5 7 1 9	4 6 8 0
C. de Landau-Ramanujan	0,**7642**2**3**6**5**35**89**22**0**66299069873**1**…	7 6 4 2 3 5	8 9 0 1
9876543210/0123456789	80,**0**..00**729**0..0**6**6**3**390006036**84**9**1**…**5**…	0 7 2 9 6 3	8 4 1 5
9/12345	0,**0**…**729**0**4**009720**53**4**6**...**1**725394**8**…	0 7 2 9 4 5	3 6 1 8
12345/67890	0,**18**18**3**8**267**78612**4**61334**5**1171**0**11**9**…	1 8 3 2 6 7	4 5 0 9

12345/56789	0,21738364824173695610…	2 1 7 3 8 6	4 9 5 0
13579/97531	0,13922752765787288144282330…	1 3 9 2 7 5	6 8 4 0
543212345/123454321	4,400107996219913598…	4 0 1 7 9 6	2 3 5 8
235711/117532 (5 n premiers)	2,005504883776333253922336044651…	0 5 4 8 3 7	6 2 9 1
459/954	0,48113207547169…	4 8 1 3 2 0	7 5 6 9
φ x 1,5	2,427050983124842272306…	4 2 7 0 5 9	8 3 1 6
(φ +3)/4	1,154508497187473712051146…	1 5 4 0 8 9	7 3 2 6
√π x 4	7,08981540362…7…	0 8 9 1 5 4	3 6 2 7
x ⇒ (x^3 -2x - 5 = 0)	2,094551481542326…7…	0 9 4 5 1 8	2 3 6 7

Fig. 6 . Toutes ces constantes ont un ratio de 3/2 (27/18) dans l'ordre d'apparition des chiffres dans leurs décimales. *Les pointillés remplacent une trop grandes suite de chiffres non significatifs (déjà apparus).

On constate que, comme pour les constantes 1/π et 1/ φ, les dix chiffres des constantes regroupées figure 7 se répartissent identiquement dans les deux fractions du ratio 3/2 avec les mêmes six premiers et quatre derniers chiffres ; ceci bien qu'il existe 210 possibilités [3] pour la répartition en six et quatre chiffres dans l'ordre d'apparition des chiffres dans leurs décimales.

constante	Ordre d'apparition des 10 chiffres	Répartition	
√5	2 3 6 0 7 9 4 8 1 5	2 3 6 0 7 9	4 8 1 5
ζ (5) (Zêta 5)	0 3 6 9 2 7 5 1 4 8	0 3 6 9 2 7	5 1 4 8
1467/6174 (constante de Kaprekar)	2 3 7 6 0 9 4 1 5 8	2 3 7 6 0 9	4 1 5 8
9876543210/0123456789	0 7 2 9 6 3 8 4 1 5	0 7 2 9 6 3	8 4 1 5

Fig. 7 . Similitude d'apparition des chiffres dans ces 4 constantes : mêmes six premiers et quatre derniers chiffres.

3. Zones de 1, 2, 3 et 4 chiffres dans les constantes fondamentales.

Les constantes π, 1/π, 1/φ et d'autres (voir 3.1) ont en commun une autre propriété arithmétique très particulière. En marge du phénomène de ratio 3/2, leurs chiffres se répartissent de façon à former quatre zones dont les sommes sont toujours multiples de 9.

constante	π = 3,141592653589793238462643383279502…									
Rangs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Apparition des décimales	**1**	**4**	**5**	**9**	**2**	**6**	**3**	**8**	**7**	**0**
Zones		Zone 2		Zone 1			Zone 4			
	Zone 3									

Fig. 8 . Identification, pour Pi, de 4 zones arithmétiques multiples de 9.

Dans ces constantes, les sommes des chiffres de quatre zones d'apparition dont la taille est régulièrement progressive sont toujours des multiples du nombre 9. Ces zones sont formées de 1, 2, 3 et 4 rangs d'apparition de chiffres. Aussi, ces zones (voir figure 9) sont toujours identiques :

- zone de 1 chiffre : rang 4
- zone de 2 chiffres : rangs 2 - 3
- zone de 3 chiffres : rangs 1 - 5 - 6
- zone de 4 chiffres : rangs 7 - 8 - 9 -10

π = 3,141592653589793238462643383279502…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	**4**	**5**	**9**	**2**	**6**	**3**	**8**	**7**	**0**
	9 (1 x 9)		**9** (1 x 9)						
9 (1 x 9)						**18 (2 x 9)**			
27 (3 x 9)									

$1/\pi$ = 0,31830988618379067153776752674503…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	**1**	**8**	**0**	**9**	**6**	**7**	**5**	**2**	**4**
	9 (1 x 9)		**0** (0 x 9)						
18 (2 x 9)						**18 (2 x 9)**			
27 (3 x 9)									

$1/\varphi$ = 0,6180339887498948482045868…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	**1**	**8**	**0**	**3**	**9**	**7**	**4**	**2**	**5**
	9 (1 x 9)		**0** (0 x 9)						
18 (2 x 9)						**18 (2 x 9)**			
27 (3 x 9)									

Fig. 9 . Analyse des constantes π, 1/π et 1/φ avec mise en évidence de 4 zones arithmétiques.

La probabilité d'apparition de cet arrangement arithmétique [4] est de 1/420 pour chaque constante.

3.1 Autres constantes ayant les mêmes propriétés.

On constate que, toujours avec la même probabilité de 1/420, comme pour les constantes π, 1/π et 1/ φ, les dix chiffres des constantes présentées figure 10 se répartissent dans les quatre mêmes zones arithmétiques de façon à former aussi quatre valeurs multiples de 9.

constantes	Ordre d'apparition des 10 chiffres	Répartition: Zones de 1, 2 et 3 chiffres				Répartition: Zone de 4 chiffres
√5	2 3 6 0 7 9 4 8 1 5	2	3 6	0	7 9	4 8 1 5
ζ (5)	0 3 6 9 2 7 5 1 4 8	0	3 6	9	2 7	5 1 4 8
9876543210/0123456789	0 7 2 9 6 3 8 4 1 5	0	7 2	9	6 3	8 4 1 5
9/12345	0 7 2 9 4 5 3 6 1 8	0	7 2	9	4 5	3 6 1 8
φ x 3/2	4 2 7 0 5 9 8 3 1 6	4	2 7	0	5 9	8 3 1 6
(*φ* + 3)/4	1 5 4 0 8 9 7 3 2 6	1	5 4	0	8 9	7 3 2 6

Fig. 10 . Autres constantes avec mise en évidence de 4 zones arithmétiques multiples de 9. probabilité de 1/420.

3.2. Similitude des constantes 1/π, et 1/φ.

Pour les constantes 1/π, et 1/φ, il a été démontré que, dans l'ordre d'apparition des chiffres de leurs décimales, toutes deux ont le même ratio 3/2, toutes deux ont aussi, dans cette répartition, les mêmes six premiers et quatre derniers chiffres, toutes deux répartissent leurs chiffres de façon à former les mêmes quatre zones multiples de 9. Il s'avère enfin que, pour ces deux constantes fondamentales, les mêmes chiffres apparaissent dans les quatre mêmes zones de 1, 2, 3 et 4 chiffres. La probabilité [5] d'apparition d'un tel phénomène arithmétique est de 1/12600 !

Rangs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1/π = 0,**318**3**09**88**6**183**7**90671**5**377675**2**67**4**5	**3**	**1**	**8**	**0**	**9**	**6**	**7**	**5**	**2**	**4**
1/φ = 1,**61803**3**9**88**74**98948482**2**04**5**86834365	**6**	**1**	**8**	**0**	**3**	**9**	**7**	**4**	**2**	**5**
Zones d'apparition ⇒		Zone 2		Zone 1			Zone 4			
	Zone 3									

Fig. 11 . Constantes 1/π, et 1/φ : mêmes chiffres dans les 4 zones d'apparition. Probabilité [5] de 1/12600.

Ainsi, les deux plus importantes constantes mathématiques que sont Pi et le Nombre d'Or sont-elles liées par ces phénomènes singuliers. L'ordre d'apparition de leurs décimales n'a donc rien d'aléatoire d'autant que des phénomènes arithmétiques similaires se reproduisent dans d'autres constantes significatives.

4. Phénomènes similaires avec d'autres constantes.

4.1. Constantes √2, √3 et √5.

Un phénomène similaire apparaît pour les constantes √2, √3 et √5, trois constantes fondamentales des mathématiques : les racines des trois premiers nombres premiers.

Comme pour π, dans les nombres √2, √3 et √5, les totaux des mêmes groupements décrits plus haut (4 zones d'apparition de chiffres) ont une valeur toujours multiple du même nombre : 3 pour √2, 5 pour √3 et 9 pour √5. Ces trois valeurs différentes sont les trois diviseurs possibles de 45, la somme des dix chiffres du système décimal. La probabilité d'apparition [6] de telles configurations est de 1/18.

√2 = 1,**41**4**2**1**356**23**7**3**09**504**8**801…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	1	2	3	5	6	7	0	9	8
	3 (1 x 3)		**3** (1 x 3)						
15 (5 x 3)						**24 (8 x 3)**			
21 (7 x 3)									
√3 = 1,**73205**0**8**075**6**88772**9**3527**4**4634**1**505…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	3	2	0	5	8	6	9	4	1
	5 (1 x 5)		**0** (0 x 5)						
20 (4 x 5)						**20 (4 x 5)**			
25 (5 x 5)									
√5 = 2,**2360**6**79**77**4**997**8**9696409**1**736 ….**5**…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	6	0	7	9	4	8	1	5
	9 (1 x 9)		**0** (0 x 9)						
18 (2 x 9)						**18 (2 x 9)**			
27(3 x 9)									

Fig. 12. Analyse des constante √2, √3 et√5 : mêmes constructions arithmétiques.

On remarque également l'ordre croissant du diviseur pour ces trois constantes : 3 pour √2, 5 pour √3 et 9 pour √5. Aussi, l'ordre décroissant des ratios : 7/8 pour √2, 5/4 pour √3 et 3/2 pour √5.

4.2. Constante √4,5.

La somme des dix chiffres du système décimal étant de 45, la moyenne de ces dix chiffres est 4,5. Des phénomènes remarquables apparaissent dans la constante √4,5.

√4,5 = 2,12132034355964257320253308631…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	0	4	5	9	6	7	8
	5 (1 x 5)		**0** (0 x 5)						
10 (4 x 5)						**30** (6 x 5)			
15 (3 x 5)									

Fig. 13. Analyse de la constante √4,5

Cette constante présente les mêmes phénomènes généraux décrit dans cette note : ratio principal dont les deux quotients (ici 15/30) sont des multiples des diviseurs de 45, mêmes groupements de 1, 2, 3 et 4 chiffres multiples du même diviseur de 45 (ici 5),

Mais aussi, deux autres phénomènes singuliers apparaissent. Premier phénomène : les six premiers chiffres (de 0 à 5) du système décimal se trouve précisément dans le groupe des six premiers rangs. La probabilité [3] d'apparition de cette combinaison est de 1/210. Deuxième phénomène : du premier au dixième rang, les chiffres apparaissent de manière parfaitement symétrique en formant des groupes de deux nombres dont le total est toujours égal à 9. La probabilité [7] d'apparition de ce phénomène arithmétique est de 1/945.

√4,5 = 2,1213203435596425732025330863145										
rangs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
chiffres	1	2	3	0	4	5	9	6	7	8
somme des valeurs					9					
				9						
			9							
		9								
	9									

Fig. 14. Répartition symétrique des chiffres dans la constante √4,5. Probabilité de 1/945.

4.2.1 Autres constantes remarquables.

Bien que la répartition des apparitions des 6 premiers et quatre derniers chiffres de la constante √4,5 n'ai qu'une probabilité de se produire que de 1/210, ce même phénomène (six premiers chiffres du système décimal (de 0 à 5) dans le groupe des six premiers rangs) s'observe dans les quatre autres constantes, variantes de π, décrites figure 15. De plus, tout comme dans √4,5 ces constantes ont la même propriété d'arrangement en quatre zones arithmétiques multiples d'un diviseur de 45. La probabilité d'un tel arrangement est de 1/1 050 [9] pour chaque constante. Aussi, avec une probabilité [5] de 1/12600, les constantes $\sqrt{(\pi^2 + e^2)}$ et $11/\pi^2$ ont (comme $1/\pi$ et de $1/\varphi$) la même répartition de chiffres dans les quatre zones arithmétiques définies.

$*\sqrt{(\pi^2 + e^2)}$ = 4,154354402313313572948…6…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	4	3	0	2	7	9	8	6
	9 (3 x 3)		**3** (1 x 3)				**30** (10 x 3)		
		3 (1 x 3)							
		15 (5 x 3)							
$1/(\pi+1)$ = 0,241453007005223854655569…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	1	5	3	0	7	8	6	9
	5 (1 x 5)		**5** (1 x 5)				**30** (6 x 5)		
		5 (1 x 5)							
		15 (3 x 5)							
$(\sqrt{\pi}/\Phi^2) \times 2$ = 1,354034255110537068549…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	5	4	0	2	1	7	6	8	9
	9 (3 x 3)		**0** (0 x 3)				**30** (10 x 3)		
		6 (2 x 3)							
		15 (5 x 3)							
$11/\pi^2$ = 1,11453302006571548588267409…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	5	3	0	2	6	7	8	9
	9 (3 x 3)		**3** (1 x 3)				**30** (10 x 3)		
		3 (1 x 3)							
		15 (5 x 3)							

Fig.15. Six premiers chiffres (de 0 à 5) du système décimal dans le groupe des six premiers rangs. même zones arithmétiques de 1, 2, 3 et 4 chiffres.

* Ce nombre ($\sqrt{(\pi^2 + e^2)}$) est l'hypoténuse d'un triangle ayant pour cotés π et e :

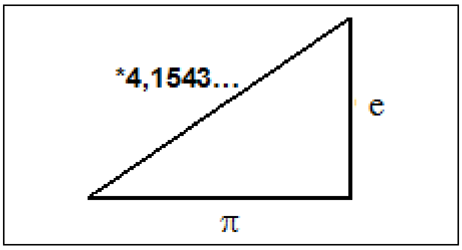


Fig.16 Triangle ayant pour cotés π et e.

Aussi, le sinus de cet angle (e/4,1543…) possède des propriétés remarquables :

Sinus de l'angle dont la tangente est e/π = 0,654321120736689…									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	5	4	3	2	1	0	7	8	9
	9 (3 x 3)		**3** (1 x 3)				**24** (8 x 3)		
		9 (3 x 3)							
		21 (7 x 3)							

Fig.17 Sinus de l'angle dont la tangente est e/π.

Dans ce nombre, les apparitions des chiffres se configurent aussi avec les mêmes quatre zones multiples d'un diviseur de 45 (ici 3). Les six premiers et quatre derniers chiffres sont les mêmes que dans la constante √2 (probabilité [3] de 1/210). On peut aussi noter l'ordre régulier d'apparition des chiffres dans ces deux zones (de 6 à 1 et de 0 à 9).

4.3 Autres constantes.

4.3.1 Constantes à ratio 3/2.

Deux configurations trigonométriques, variantes de 1/π et de 1/φ, présentent un phénomène remarquable. Avec un ratio de 3/2, les apparitions de chiffres du carré du cosinus de l'angle dont la tangente égale 1/π et celles du carré du cosinus de l'angle dont la tangente égale 1/φ se répartissent respectivement avec les mêmes six premiers et quatre derniers chiffres que les décimales de 1/π et de √5 (constante d'où est issu φ) : probabilité [3] de1/210.

Constantes [8]	Ordre d'apparition des 10 chiffres	Répartition	
		6 premiers chiffres	4 derniers chiffres
$\pi^2/(\pi^2 + 1) \Rightarrow$ $\cos^2$ de l'angle dont la tangente = 1/π	9 0 8 3 1 6 4 2 7 5	9 0 8 3 1 6	4 2 7 5
$\varphi^2/(\varphi^2 + 1) \Rightarrow$ $\cos^2$ de l'angle dont la tangente = 1/φ	7 2 3 6 0 9 4 8 1 5	7 2 3 6 0 9	4 8 1 5

Fig. 18. Autres constantes remarquables à ratio 3/2.

4.3.2 Constantes à quatre zones multiples de 9.

Dans un ratio principal (6 et 4 chiffres classés) de 3/2, les constantes présentées figure 19, variantes de π, φ et e, répartissent leurs chiffres dans les mêmes quatre zones arithmétiques multiples de 9 que π et φ (probabilité [4] de 1/420).

Constantes [10]	Ordre d'apparition des 10 chiffres	Répartition	
		Zones de 1, 2 et 3 chiffres	Zone de 4 chiffres
$(\pi \times \sqrt{3})^4$	6 8 1 9 3 0 2 5 7 4	6 81 9 30	2 5 7 4
1/cos de l'angle* dont la tangente = 4/π	6 1 8 9 3 0 2 4 7 5	6 18 9 30	2 4 7 5
1/cos de l'angle** dont la tangente = e/π	3 2 7 0 6 9 4 8 5 1	3 27 0 69	4 8 5 1
1/4φ	1 5 4 0 8 9 7 3 2 6	1 54 0 89	7 3 2 6
φ × 3/2	4 2 7 0 5 9 8 3 1 6	4 27 0 59	8 3 1 6

Fig. 19 Autres constantes variantes de π, φ et e. * Angle qui donne la quadrature du cercle.

Les deux premières variantes de la figure 19 ont les mêmes six premiers et quatre derniers chiffres identiques aux constantes 1/π et 1/φ : probabilité [3] de 1/210. Tout comme ces deux constantes, elles ont aussi en commun d'avoir les mêmes répartition d'apparition de chiffres dans leurs quatre zones arithmétiques : probabilité [5] de 1/12600. La troisième variante présentée a pour sa part, les mêmes répartition de 6 et 4 chiffres que les constantes √5, ζ (5), etc. (probabilité [3] de 1/210). Ces deux répartition de chiffres : 013689/2457(1/π, 1/φ, etc.) et 023679/1458 (√5, ζ (5), etc.) sont anormalement plus fréquentes dans les constantes présentées ici.

En rapprochement des phénomènes présentés en 4.3.1, les deux configurations trigonométriques de la figure 19 (* et **), variantes de 1/π, présentent aussi un phénomène commun. Les apparitions de chiffres de l'inverse du cosinus de l'angle dont la tangente égale 4/π et celles de l'inverse du cosinus de l'angle dont la tangente égale e/π se répartissent respectivement avec les mêmes six premiers et quatre derniers chiffres que les décimales de 1/π et de √5 (constante d'où est issu φ) : probabilité [3] de1/210.

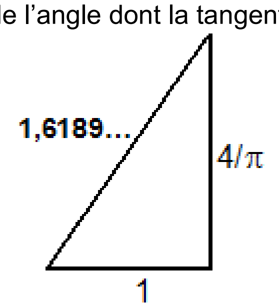
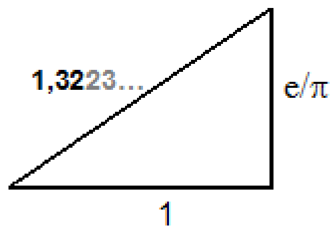
1/cos de l’angle dont la tangente = **4/π**					1/cos de l’angle dont la tangente = **e/π**				
									
1,6189…9318660623286240765967					1,3223…7207696748056509441395				
6	18	9	30	2475	3	27	0	69	4815

Fig. 20 Mêmes 6 premiers et 4 derniers chiffres que pour de 1/π et de √5 : probabilité [3] de1/210. Aussi mêmes 4 zones multiples de 9 : probabilité [4] de 1/420.

5. Deux combinaisons privilégiées.

Il ressort, dans les phénomènes exposés plus haut, que deux combinaisons d’apparitions des chiffres dans les constantes sont beaucoup plus fréquentes que le permet les probabilités arithmétiques. Ces deux combinaisons de six et quatre chiffres sont (chiffres classés en ordre croissants) :

Six premiers chiffres	Quatre derniers chiffres
0 2 3 6 7 9	1 4 5 8
0 1 3 6 8 9	2 4 5 7

Fig. 21 Deux combinaisons privilégiées.

Chacune de ces combinaisons n’a qu’une probabilité d’apparition de 1/210. Aussi de nombreuses constantes présentées ici s’inscrivent dans l’une ou l’autre de ces combinaisons mais de plus, beaucoup ont une organisation en quatre zones arithmétiques multiples de 9 et un ratio principal (six et quatre chiffres classés) de 3/2. Sur 3 628 800 combinaisons possibles, seulement 1 152 cumulent ces critères pour l’une ou l’autre combinaison de base (023679/1458 et 013689/2457) soit une probabilité de 1 sur 3 150. Les figures 22 et 23 regroupent les constantes présentées dans cette article et qui possèdent ces propriétés.

Constantes	Ordre d’apparition des 10 chiffres	Répartition				
		Zones de 1, 2 et 3 chiffres				Zone de 4 chiffres
√5	2 3 6 0 7 9 4 8 1 5	2	3 6	0	7 9	4 8 1 5
ζ (5) (fonction Zêta 5)	0 3 6 9 2 7 5 1 4 8	0	3 6	9	2 7	5 1 4 8
1/cos de l’angle dont la tangente = e/π	3 2 7 0 6 9 4 8 5 1	3	2 7	0	6 9	4 8 5 1
9876543210/0123456789	0 7 2 9 6 3 8 4 1 5	0	7 2	9	6 3	8 4 1 5

Fig. 22 Constantes à combinaison 023679/1458

Constantes	Ordre d’apparition des 10 chiffres	Répartition				
		Zones de 1, 2 et 3 chiffres				Zone de 4 chiffres
1 /π	3 1 8 0 9 6 7 5 2 4	3	1 8	0	9 6	7 5 2 4
1/ φ (ou φ)	6 1 8 0 3 9 7 4 2 5	6	1 8	0	3 9	7 4 2 5
1/cos de l’angle dont la tangente = 4/π	6 1 8 9 3 0 2 4 7 5	6	1 8	9	3 0	2 4 7 5
$(\pi \times \sqrt{3})^4$	6 8 1 9 3 0 2 5 7 4	6	8 1	9	3 0	2 5 7 4

Fig. 23 Constantes à combinaison 013689/2457

6. Conclusion.

Il est démontré dans cet article que l'ordre d'apparition des dix chiffres formant les décimales de nombreuses constantes mathématiques n'est pas aléatoire. Des zones toujours identiques d'apparition de un, deux, trois et quatre chiffres ont des totaux multiples d'un même diviseur de 45 (selon les constantes : 3, 5 ou 9). Ces zones d'apparition sont toujours : le rang d'apparition 4 pour la zone d'un chiffre, les rangs 2 et 3 pour deux chiffres, les rangs 1, 5 et 6 pour trois chiffres et les rangs 7, 8, 9 et 10 pour quatre chiffres.

Le nombre Pi et Le Nombre d'Or (qui, de par sa nature, a les décimales identiques pour son inverse) possèdent toutes ces propriétés et ont la particularité de reproduire ces propriétés arithmétiques pour leur inverse. L'inverse du nombre Pi et l'inverse du Nombre d'Or sont liés par un phénomène encore plus singulier puisque, pour ces deux constantes fondamentales des mathématiques, avec une probabilité de seulement 1/12600, les mêmes chiffres apparaissent dans les quatre zones définies d'apparition des chiffres de leurs décimales. Aussi, la constatation que des phénomènes similaires se vérifient pour de nombreuses constantes dont les nombres √2, √3 et √5 confirme que l'ordre d'apparition des chiffres dans les décimales des constantes présentées ici n'est pas aléatoire.

En conclusion, l'auteur propose de considérer l'existence d'une nouvelle famille de nombres possédant les caractéristiques décrites dans cet article. Famille de nombre dont le nombre Pi et le Nombre d'Or sont les plus significatifs représentants.

Annexe

[1] Il existe 3 628 800 différentes combinaisons possibles dans la répartition des apparitions de décimales des constantes. 311 040 combinaisons présentent un ratio de 3/2 (27/18) soi 1/11,66.

[2] La probabilité que les constantes π et 1/π aient simultanément un ratio de 3/2 (voir [1]) est de 1/23,66.

[3] Parmi les 3 628 800 combinaisons, 17 280 ont la même répartition de 6 et 4 chiffres, soi 1/210.

[4] Parmi les 3 628 800 combinaisons, 8 640 ont la même configuration arithmétique de 4 zones multiples de 9 et un ratio de 3/2, soi 1/420.

[5] Parmi les 3 628 800 combinaisons, seulement 288 ont les mêmes chiffres répartis dans les 4 zones arithmétiques décrites, soit 1/12600.

[6] Parmi les 3 628 800 combinaisons, 201 600 ont les mêmes zones de 4 chiffres dont les totaux sont multiples des mêmes nombres (3, 5 ou 9 selon les combinaisons) soit 1/18.

[7] Combinaisons possibles = 9 x 7 x 5 x 3 x 1 = 945.

[8] - $\cos^2$ de l'angle (en degrés) dont la tangente = 1/π : 0,**908**000**3**3**164**96**2**4**7**67**5**44… [$\pi^2/(\pi^2 + 1)$]

- $\cos^2$ de l'angle (en degrés) dont la tangente = 1/ φ : 0,**72360**67977**4**997**8**9696409**1**…**5…**[$\varphi^2/(\varphi^2 + 1)$]

[9] Parmi les 3 628 800 combinaisons, 3 456 ont à la fois les six premiers chiffres du système décimal (de 0 à 5) dans les six premiers rangs d'apparition et les mêmes zones de 4 chiffres dont les totaux sont des multiples des mêmes diviseurs de 45 (3 ou 5 selon les combinaisons) soit 1/1 050.

[10] - $(\pi \times \sqrt{3})^4$: 876,**681**81**930**60**2**193**5**12**7**96299**4**198…
- 1/cos de l'angle (en degrés) dont la tangente = 4/π : 1,**6189**9**3**1866**0**6**2**32862**4**0**7**6**5**967…
- 1/cos de l'angle (en degrés) dont la tangente = e/π : 1,**32**23**7**2**0**7**69**67**48**0**5**650944**1**395…
- 1/4φ : 0,**154**5**08**4**97**18747**3**71**2**05114**6**708…
- φ × 3/2 : 2,**42705**0**9831**24842272306**6**880…