

L'invention du transistor bipolaire ou transistor à jonctions en 1948 a permis de remplacer les lampes (ou tubes) dans les montages électroniques. Les transistors sont **plus fiables, moins gourmands** en énergie (consommation 20 fois plus faible), **plus rapides, meilleurs marchés et plus petits**, facilitant la miniaturisation des circuits électroniques.

Dans les années 40, trois ingénieurs de "Bell Telephones", John Bardeen, William Shockley, and Walter Brattain ont découvert le transistor. **Bardeen** était né à Madison, Wisconsin et été diplômé en 1936 en math and en physique à l'université de Princeton. Bardeen travaillait à Washington, D.C. pour un laboratoire de la marine et comme membre de l'université de Minnesota avant de rejoindre les laboratoires Bell. **Shockley** était né à Londres. Il a rejoint l'équipe des laboratoires Bell en 1936. **Brattain** était né en Chine et est devenu chercheur chez Bell en 1929. Les trois ont eu le prix Nobel en 1956 pour l'invention du transistor.

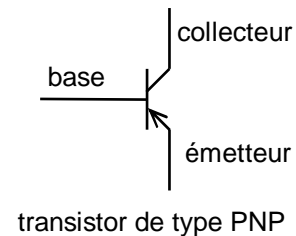
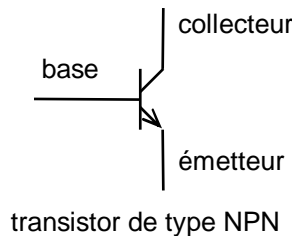
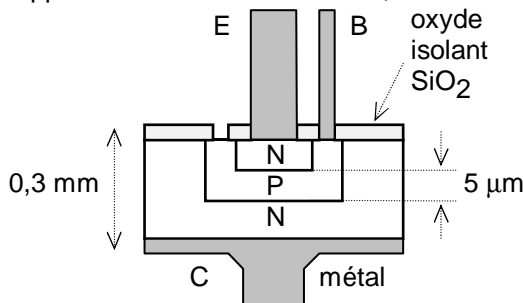
Les transistors sont utilisés pour **amplifier** les signaux; en effet, le courant qui passe par le collecteur (courant de sortie) est sensiblement proportionnel au courant qui passe par la base (courant d'entrée) mais son intensité est beaucoup plus élevée.

Sommaire :

1. description et symboles	1
2. l'effet transistor.....	2
3. les caractéristiques du transistor	2
4. les paramètres hybrides.....	3
5. le transistor en commutation.....	4
6. l'amplificateur de puissance.....	7
6.1. l'amplification en classe A	7
a) polarisation du transistor.....	7
b) le montage émetteur commun	8
c) le montage base commun.....	10
d) le montage collecteur commun ou émetteur suiveur.....	10
6.2. l'amplification en classe B, le montage push-pull.....	11
7. l'amplificateur différentiel.....	13
8. ANNEXE : Compléments de mathématiques - la notion de dérivée partielle :.....	4

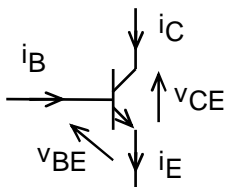
1. description et symboles

En 1949, Shockley en a établi la théorie définitive: ils associent deux zones aux conductibilités différentes, caractérisées par un excès d'électrons (zone N) ou par un défaut d'électrons (zone P). La zone centrale est appelée base et est très étroite; les deux autres zones, situées de part et d'autre, sont l'émetteur et le collecteur.



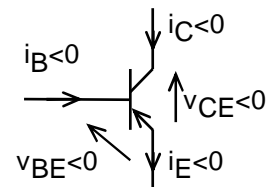
On distingue les transistors de type NPN (la base est une zone P) et ceux de type PNP (la base est une zone N). Le transistor bipolaire est constitué de trois zones N, P, N ou P, N, P. Les trois zones sont soudées à trois électrodes appelées **émetteur, base et collecteur**. Le **collecteur**, reliée habituellement au boîtier du transistor, est la plus grande des zones. La **base** est une zone très fine séparant le collecteur de l'émetteur. Les trois zones ont deux surfaces de séparations aux propriétés électriques particulières appelées **jonctions** : jonction collecteur-base et jonction base-émetteur. D'où l'appellation fréquente de transistor à jonction.

Le transistor se comporte comme un noeud pour les courants : $i_B + i_C = i_E$.



transistor de type NPN

Le transistor de type PNP a un fonctionnement identique mais les courants et les tensions fléchés comme précédemment sont tous négatifs (les courants réels vont en sens inverse de celui qu'indique les flèches).

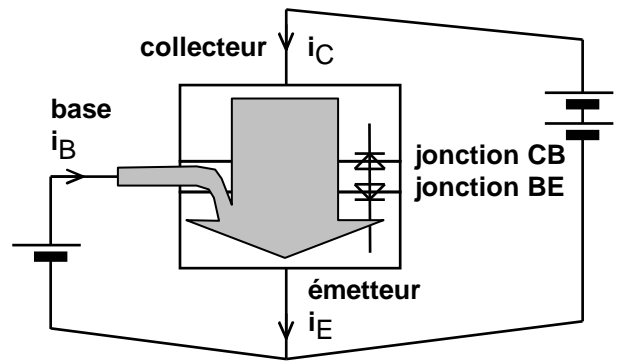


transistor de type PNP

2. l'effet transistor

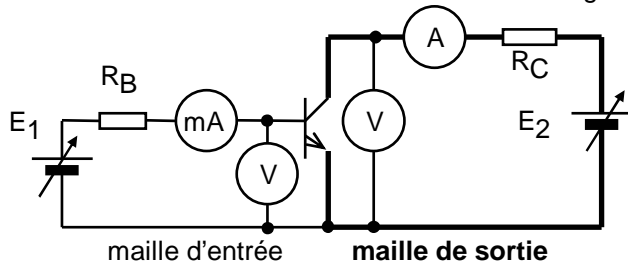
L'effet transistor apparaît lorsqu'on polarise la jonction **base émetteur en direct** et la jonction **collecteur base en inverse**. Le courant i_C ne devrait pas exister puisque la jonction collecteur base est bloquée.

Comme la base est très fine, les électrons de l'émetteur diffusent dans la base et sont happés par le champ électrique du collecteur. La grosse flèche de la figure représente le flux des électrons.



3. les caractéristiques du transistor

Ces courbes sont relevées en réalisant un montage émetteur commun, représenté ci dessous.



La courbe commune, pour les faibles valeurs de V_{CE} , est appelée **courbe de saturation**. En effet $V_{CE} = 0$ quelque soit I_C signifie qu'entre C et E le transistor est un court-circuit. Pour $I_B = 0$, $I_C = 0$ quelque soit V_{CE} ; c'est la **courbe de blocage**; entre C et E on a un circuit ouvert.

Pour des valeurs plus élevées de V_{CE} , on observe que I_C ne dépend que de I_B .

Le point de fonctionnement est le point indiquant les valeurs de i_C et V_{CE} qu'impose le montage dans lequel se trouve le transistor. Par exemple, on peut placer le point P de coordonnées (6 mA, 5 V).

Le **domaine d'utilisation** du transistor est limité par une hyperbole appelée **hyperbole d'isopuissance** qui est donnée par la relation

$$I_C = \frac{P_{\max}}{V_{CE}}, \text{ limité par le courant}$$

maximal admissible $I_{C\max}$ et limité par la tension maximale $V_{CE\max}$. Tracer cette courbe pour $P_{\max} = 100 \text{ mW}$.

3.2. la caractéristique de transfert en courant $I_C = f(I_B)$

C'est sensiblement une même droite pour les valeurs $3 \text{ V} < V_{CE} < 15 \text{ V}$. D'où $I_C = \beta I_B$; la valeur β est appelée **amplification statique en courant**.

3.3. la caractéristique d'entrée $I_B = f(V_{BE})$ est celle d'une diode; $V_{BE} \approx 0,8 \text{ V}$ ou avec plus de précision

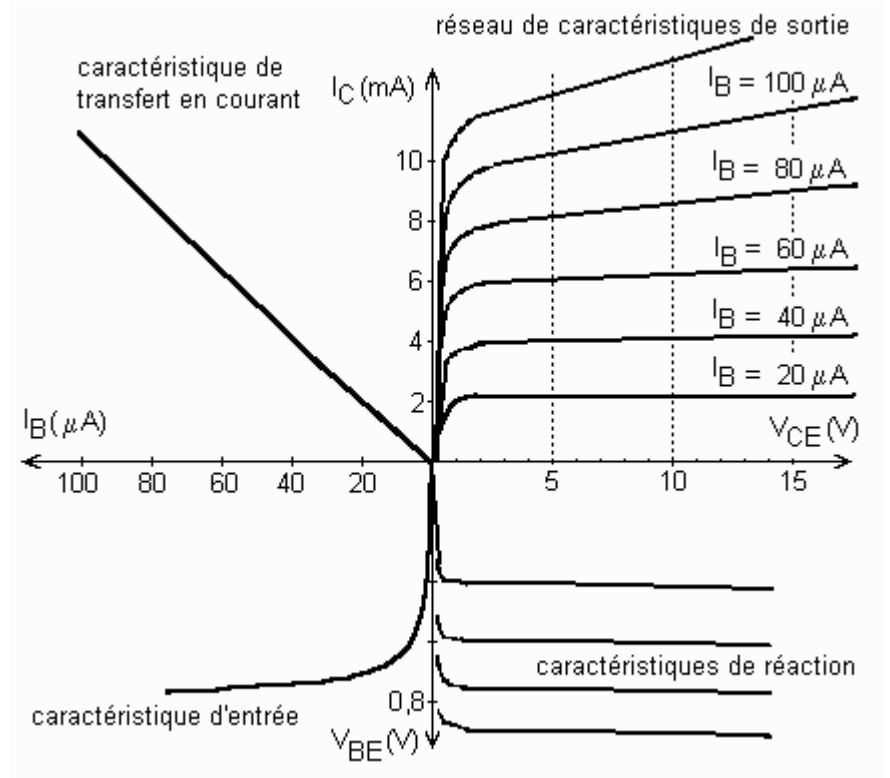
$$i_B = I_S \left(\exp \left(\frac{e \cdot V_{BE}}{k \cdot T} \right) - 1 \right) = I_S \exp \left(\frac{V_{BE}}{V_T} \right) \text{ avec } V_T = 30 \text{ mV à } 300 \text{ K.}$$

3.4. les caractéristiques $V_{BE} = f(V_{CE})$

elles n'ont pas d'intérêt, sinon qu'elle montrent que V_{BE} est indépendant de V_{CE} .

3.1. réseau des caractéristiques de sortie $I_C = f(V_{CE})$

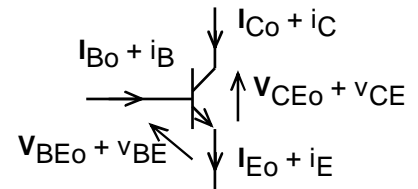
Dans le premier quadrant on relève en maintenant I_B constant les valeurs de I_C et de V_{CE} . Comme I_C et V_{CE} font partie de la maille de sortie, le réseau de courbes obtenues est appelé **réseau des caractéristiques de sortie**.



4. les paramètres hybrides

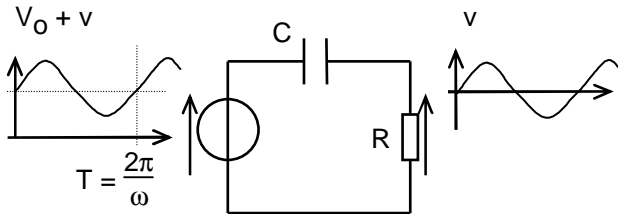
voir la notion de **dérivée partielle** étudiée en annexe

les paramètres hybrides sont définis autour du point de fonctionnement statique $\{I_{B0}, I_{C0}, I_{E0}, V_{BE0}, V_{CE0}\}$ dû à la polarisation du transistor par l'alimentation continue ; c'est pour cette raison qu'on a mis des majuscules aux grandeurs électrique. Lorsqu'une des grandeurs varie, par exemple I_{B0} devient $I_{B0} + i_B$ les autres grandeurs varient d'une faible valeur.



transistor de type NPN

4.1. Étude des montages pour les petits signaux :



Un montage à transistor est entouré de **condensateurs de liaison**, comme celui qui est représenté. Son impédance vaut $\frac{1}{C\omega}$

Pour le signal continu V_O , l'impédance est infiniment grande et $v = Ri = 0$. *Le condensateur est un circuit ouvert pour le continu.*

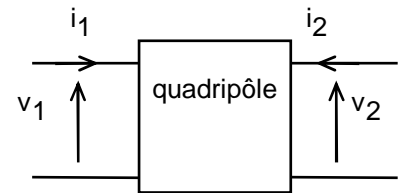
Pour le signal alternatif de pulsation ω , si la capacité est choisie telle que son impédance $\frac{1}{C\omega}$ soit petite devant R ,

on choisit habituellement C tel que $\frac{1}{C\omega} \approx \frac{R}{10}$, v est transmis intégralement à R . *Le condensateur est un circuit fermé pour l'alternatif.*

Pour l'étude des circuits en régime de petits signaux on remplace toutes les sources de tensions continues et les condensateurs par des fils.

4.2. définitions des paramètres hybrides

Ces paramètres peuvent être définis pour n'importe quel quadripôle dont les grandeurs électriques d'entrée v_1 et i_1 et les grandeurs de sortie v_2 et i_2 sont fléchés comme l'indique le schéma ci-contre :



$$\begin{cases} v_1 = h_{11} \cdot i_1 + h_{12} \cdot v_2 \\ i_2 = h_{21} \cdot i_1 + h_{22} \cdot v_2 \end{cases}$$

ce qu'on peut écrire sous forme de produit de **matrices**, ce qui facilite les calculs lorsqu'on fait des associations de quadripôles ; le calcul matriciel est beaucoup utilisé en informatique notamment dans les simulateurs.

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

4.3. signification des paramètres hybrides

$h_{11} = \left(\frac{v_1}{i_1} \right)$ si $v_2 = 0$ est l'**impédance d'entrée** sortie court-circuitée
aussi nommée h_i (i pour "in")

$h_{12} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$ si $i_1 = 0$ est l'**amplification inverse en tension** entrée ouverte
aussi nommée h_r (r pour "reverse")

$h_{21} = \left(\frac{i_2}{i_1} \right)$ si $v_2 = 0$ est l'**amplification en courant** sortie court-circuitée
aussi nommée h_f (f pour "forward")

$h_{22} = \left(\frac{i_2}{v_2} \right)$ si $i_1 = 0$ est l'**admittance de sortie** entrée ouverte
aussi nommée h_o (o pour "out")

4.4. définitions des paramètres hybrides pour un transistor

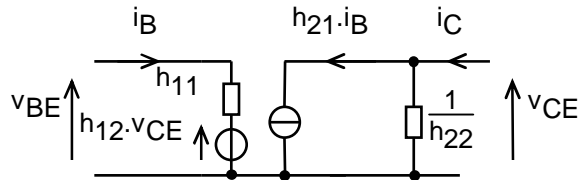
on remplace v_1, i_1, v_2 et i_2 par v_{BE}, i_B, v_{CE} et i_C

comme on a un montage émetteur commun, les anglo-saxons rajoutent aux indices la minuscule e :

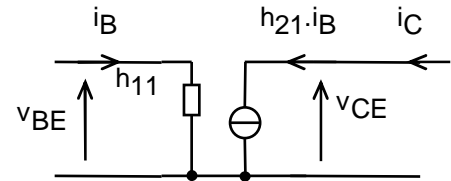
$h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}$ deviennent h_{ie}, h_{re}, h_{fe} et h_{oe} .

$$\begin{cases} v_1 = h_{11} \cdot i_1 + h_{12} \cdot v_2 \\ i_2 = h_{21} \cdot i_1 + h_{22} \cdot v_2 \end{cases} \text{ s'écrit } \begin{cases} v_{BE} = h_{11} \cdot i_B + h_{12} \cdot v_{CE} \\ i_C = h_{21} \cdot i_B + h_{22} \cdot v_{CE} \end{cases}$$

ce qui peut se représenter par le schéma électrique équivalent suivant : qu'on simplifie



pour retenir :



Ordre de grandeur des paramètres retenus : $h_{11} = 1000 \Omega$, $h_{21} = \beta = 100$

4.5. **La pente** $s = \frac{i_C}{v_{BE}}$ en A / V du transistor : $s = \frac{\beta i_B}{h_{11} \cdot i_B} = \frac{\beta}{h_{11}}$ soit environ 0,1 A / V

la pente est un paramètre non usité hérité des tubes électroniques qui amplifiaient un courant en étant commandés par une tension, le transistor bipolaire étant commandé par le courant de base .

5. le transistor en commutation

Il fonctionne comme un interrupteur commandé par une grandeur électrique ;

bloqué, c'est un interrupteur ouvert et **saturé** c'est un interrupteur fermé.

5.1. les régimes de fonctionnement et les limitations

Prenons l'exemple du transistor de type NPN.

Le transistor est **bloqué** lorsque $i_B = 0$, pour $v_e \leq 0$

on a alors $i_C = 0$ et $v_{CE} = +V_{CC}$.

La **puissance dissipée** par le transistor vaut

$$P_d = v_{BE} \cdot i_B + v_{CE} \cdot i_C = 0 \text{ W.}$$

Le transistor est **saturé** pour $v_e > 0$ et

suffisamment grand pour que

$$v_{CE} = v_{CEsat} = 0,1 \text{ V} = 0 \text{ V} \text{ alors } i_C \text{ est}$$

$$\text{maximal et égal à } i_{Csat} = + \frac{V_{CC}}{R_C}.$$

5.2. les conditions de saturation

On doit vérifier l'inégalité

$$i_{Bsat} \gg \frac{i_{Csat}}{\beta} \Rightarrow i_{Bsat} \gg \frac{V_{CC}}{R_C \cdot \beta}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1 - 0,6}{R_B} \gg \frac{V_{CC}}{R_C \cdot \beta}$$

$$\Rightarrow R_B \ll \beta \cdot R_C \cdot \frac{E_1 - 0,6}{V_{CC}}.$$

Dans le cas où $E_1 = V_{CC}$, on choisit

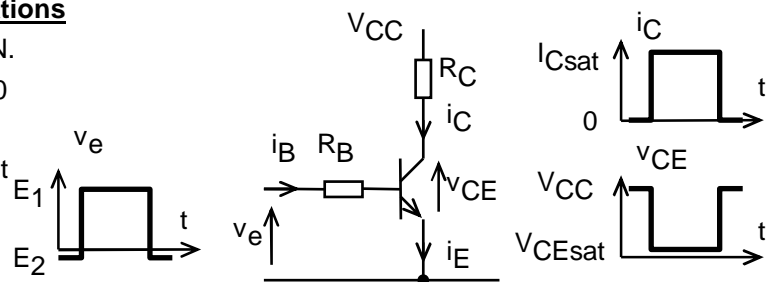
$$R_B \ll \beta \cdot R_C.$$

La **puissance dissipée** par le transistor vaut

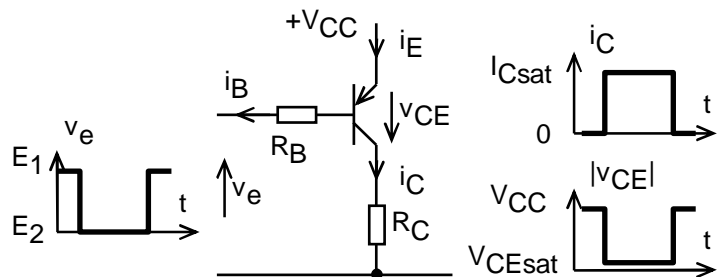
$$P_d = v_{BE} \cdot i_B + v_{CE} \cdot i_C \approx v_{CE} \cdot i_C \approx 0 \text{ W}$$

$$\text{car } v_{BE} \approx 0,6 \text{ V, } i_B \approx 1 \text{ mA, } v_{CE} \approx 0,1 \text{ V}$$

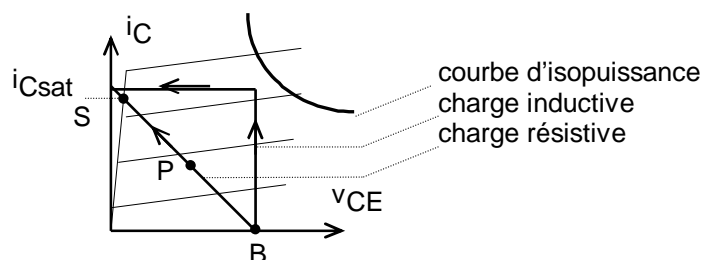
Conclusion : le transistor dissipe de la chaleur uniquement lorsqu'il commute de bloqué à saturé et de saturé à bloqué.



montage avec un transistor de type NPN



montage avec un transistor de type PNP



5.3. les temps de commutation

Ils sont définis par le diagramme ci-contre pour une **charge inductive**.

t_d est le temps de **retard à la croissance** (delay time)

t_r est le **temps de montée** (rise time),

t_s est le temps de **stockage**,

t_f est le temps de **descente** (fall time)

la **durée d'allumage** $t_{on} = t_d + t_r$ augmente avec le rapport $\frac{I_C}{I_B}$

de $0,5 \mu s$ à $3 \mu s$.

la **durée d'extinction** $t_{off} = t_s + t_f$ varie de $1 \mu s$ à $7 \mu s$.

Puissances dissipées par le transistor : $p(t) = v_{CE} \times i_C$

ces calculs sont nécessaires pour le choix du transistor et du dissipateur thermique associé.

La fréquence de hachage est appelée f . On suppose que lors des commutations les courants croissent linéairement.

P_b dissipée lorsque le transistor est bloqué, s'exprime en fonction de

V_{CC} , I_{Cf} (courant de fuite), t_b (durée de blocage) et f . $P_b = V_{CC} \cdot I_{Cf} \cdot t_b \cdot f$.

P_{sat} dissipée lorsque le transistor est saturé, s'exprime en fonction de V_{CEsat} , I_{Csat} (courant de saturation), t_{sat} (durée de saturation) et f . $P_{sat} = V_{CEsat} \cdot I_{Csat} \cdot t_{sat} \cdot f$

P_f est la puissance dissipée par le transistor à la fermeture (passage bloqué vers saturé) : $P_f = \frac{1}{2} V_{CC} \cdot I_{Csat} \cdot t_r \cdot f$.

P_o est la puissance dissipée à l'ouverture : $P_o = \frac{1}{2} V_{CC} \cdot I_{Csat} \cdot t_f \cdot f$.

P_t est la puissance totale dissipée. $P_t = P_b + P_{sat} + P_f + P_o \approx \frac{1}{2} V_{CC} \cdot I_{Csat} \cdot (t_r + t_f) \cdot f$.

5.5. Amélioration des temps de commutation

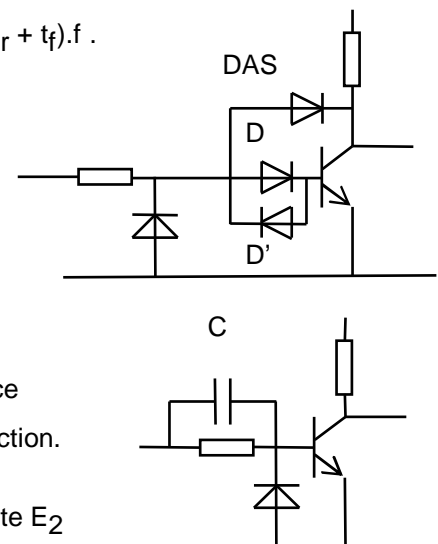
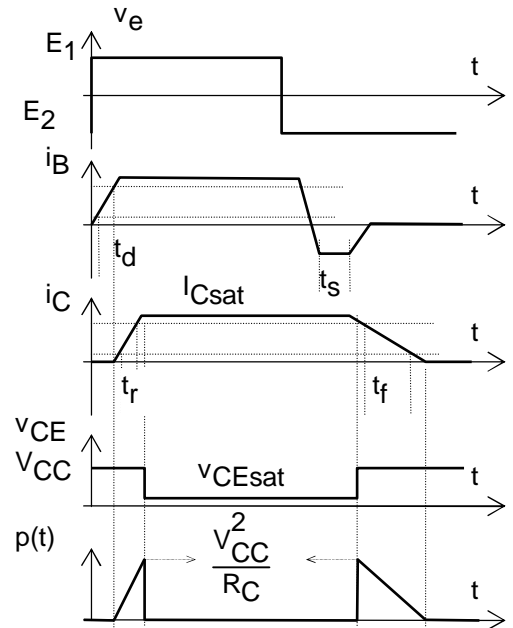
À l'aide d'une diode anti-saturation DAS

Pour diminuer t_s qui limite la fréquence d'utilisation f et t_f qui produit l'échauffement P_o , on limite la saturation du transistor.

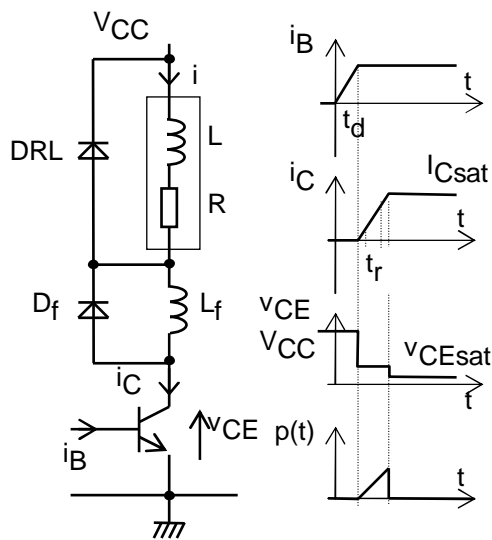
$V_{CEsat} = 0.6 V$ grâce à DAS, D et V_{BE} .

À l'aide d'un condensateur C en parallèle sur la résistance de base

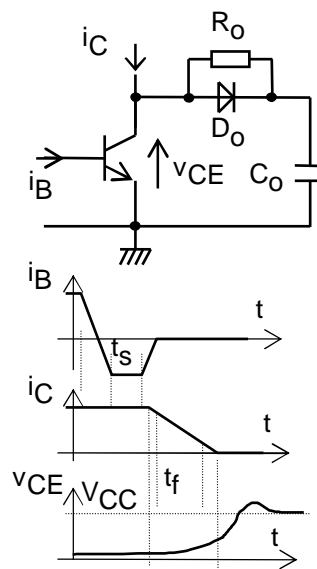
- À la fermeture (passage bloqué - saturé), le condensateur a une impédance $\frac{1}{C\omega}$ nulle, un courant i_B intense le traverse et force le transistor à la conduction.
- À l'ouverture (passage saturé - bloqué), le condensateur, chargé sous une tension $E_1 - v_{BE}$, applique à la jonction BE une tension négative importante $E_2 - E_1 + v_{BE}$ ($E_2 < 0$), permettant un blocage plus rapide du transistor.



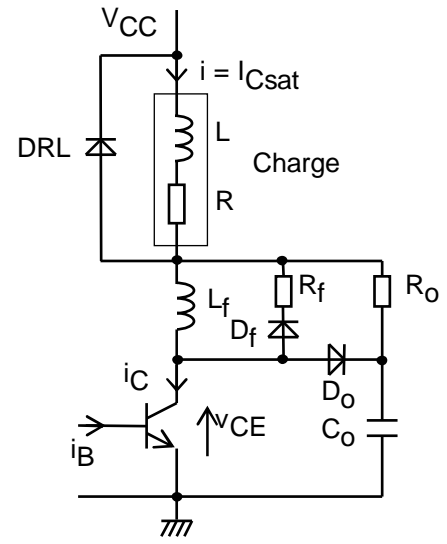
À l'aide d'un circuit d'aide à la commutation ou C.A.L.C.



aide à la fermeture



aide à l'ouverture



circuit complet

- À la fermeture (passage bloqué - saturé), l'effet inductif de L_f fait chuter v_{CE} et ralentit la montée de i_C .
- À l'ouverture (passage saturé - bloqué), la tension v_{CE} augmente exponentiellement en suivant la charge de C_o par D_o . R_o sert à décharger C_o à la fermeture suivante.

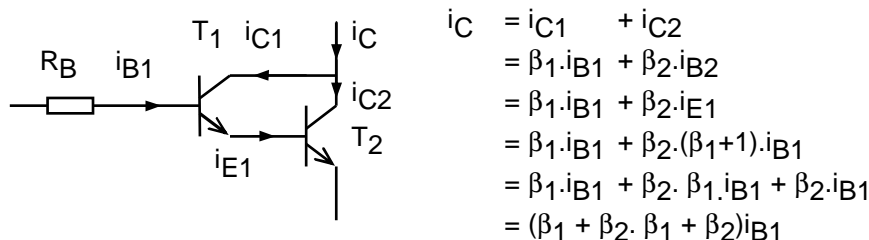
5.6. les montages Darlington

Afin de commander un fort courant, $> 1A$, à partir d'un circuit électronique ne pouvant pas débiter qu'un très faible courant, par exemple 1 mA , il est nécessaire de disposer de transistor avec un coefficient d'amplification β supérieur à 1000 . Pour cela on associe deux transistors de même type.

montage Darlington à transistors NPN

montage Darlington à transistors PNP

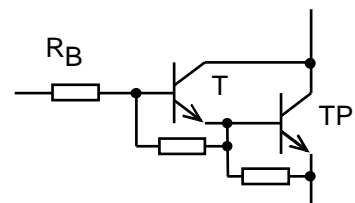
T_1 est un transistor de moyenne puissance avec $\beta_{1\text{mini}} \cong 50$ alors que T_2 est un transistor de puissance associé souvent à un dissipateur thermique avec $\beta_{2\text{mini}} \cong 40$.



Le β du super transistor ainsi réalisé vaut $\beta_1 + \beta_2 \cdot \beta_1 + \beta_2$.

Pour le calcul de R_B , lorsqu'on utilise le transistor en commutation, il suffit de prendre le produit $\beta_2 \cdot \beta_1$.

Lorsque la fréquence de hachage est grande ($> 5\text{ kHz}$), les charges stockées dans la base du transistor peuvent maintenir le transistor passant. Pour éviter cet inconvénient, il faut placer entre la base et l'émetteur de chaque transistor une résistance de faible valeur.



6. l'amplificateur de puissance

Rappels sur l'amplificateur linéaire :

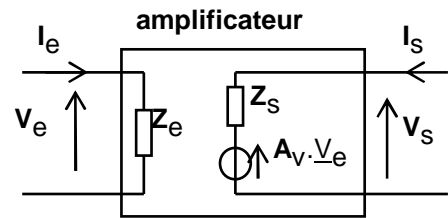
Il est représenté par le schéma électrique équivalent ci-contre.

Z_e est l'impédance d'entrée

Z_s est l'impédance de sortie

A_v est l'amplification à vide

La notation complexe rappelle que les mesures se font sur des grandeurs sinusoïdales, notamment, s'il s'agit d'un amplificateur audio, sur un signal sinusoïdal de fréquence 1 kHz.



6.1. l'amplification en classe A

a) polarisation du transistor

La classe A : le transistor fonctionne toujours dans le domaine linéaire ; au repos le point de polarisation a comme coordonnées (I_{C0} , V_{CE0} , I_{B0} , V_{BE0}) .

Polarisation par résistance de base

La résistance de base R_B placée entre V_{CC} et la base fixe le courant

$$I_{B0} = \frac{V_{CC} - V_{BE0}}{R_B} .$$

R_C permet de limiter le lieu des points (i_C ; v_{CE}) à une droite appelée **droite de charge**.

Son équation est donnée par la maille de sortie $i_C = \frac{V_{CC}}{R_C} - \frac{v_{CE}}{R_C}$;

cette droite passe par les points sur les axes :

$$i_C = \frac{V_{CC}}{R_C} \text{ pour } v_{CE} = 0 \text{ et } v_{CE} = V_{CC} \text{ pour } i_C = 0 .$$

Le point de fonctionnement au repos P est donné par l'intersection de la caractéristique $i_B = I_{B0}$ avec la droite de charge.

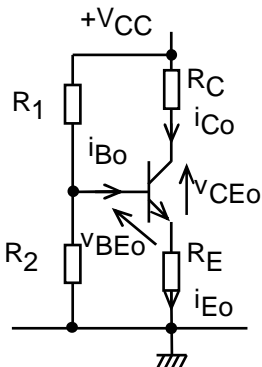
L'inconvénient de cette méthode de polarisation est qu'elle n'empêche pas **l'emballement thermique** du transistor : si la température augmente, I_{C0} augmente, V_{BE0} diminue en entraînant une augmentation de I_{B0} , qui à son tour produit une augmentation de I_{C0} , ..., et cela jusqu'à ce que le point de fonctionnement P dérive et atteigne S ou, jusqu'à la destruction du transistor.

Montage à contre-réaction parallèle de tension

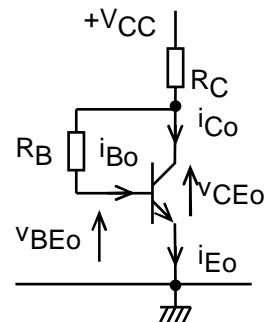
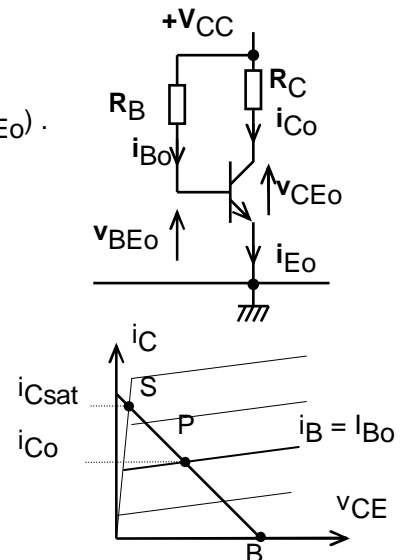
Il assure la stabilité thermique du transistor : si la température augmente, I_{C0} augmente, V_{CE0} diminue en entraînant la chute de I_{B0} , qui à son tour fait diminuer I_{C0} .

Montage avec pont de polarisation de la base

C'est le montage le plus fréquent. La polarisation de la base est assurée par un pont diviseur de tension $R_1 - R_2$. R_1 et R_2 sont choisis pour que le courant dans R_1 soit grand devant I_{B0} ($I_1 =$ entre 5 et 10 fois I_{B0}).



La stabilisation en température est assurée par une résistance R_E placée en série avec l'émetteur : si la température augmente, I_{C0} augmente, I_{E0} augmente, la tension sur l'émetteur $R_E \cdot I_{E0}$ augmente, la tension sur la base suit en entraînant une diminution de I_{B0} qui rétablit la valeur initiale de I_{C0} .

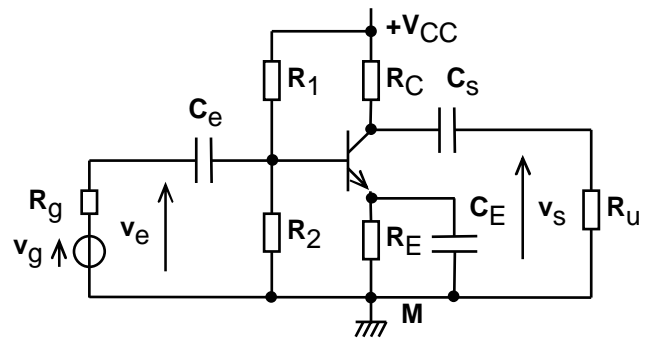


b) le montage émetteur commun

1. le montage (abrégeons par m.e.c.) :

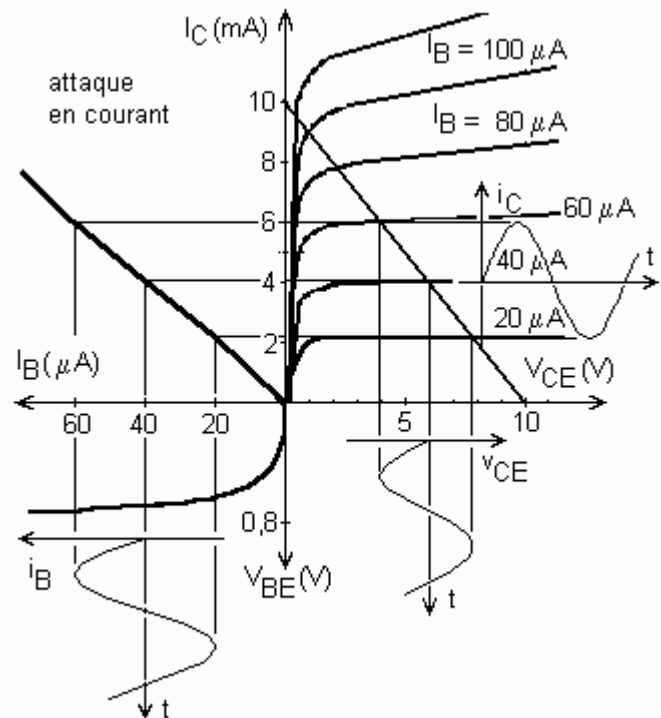
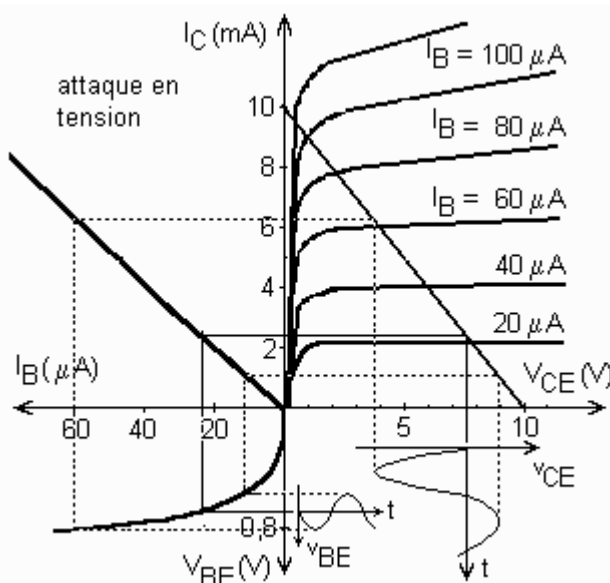
R_g et v_g sont les paramètres du générateur (le micro, ...) et R_u est la résistance d'utilisation, la charge du montage ("load" en anglais, le haut-parleur, ...).

Valeurs numériques pour exemple : $R_C = R_u = h_{11} = 1\text{ k}\Omega$, $R_E = 100\text{ }\Omega$, $\beta = h_{21} = 100$, $1/h_{22} = 10\text{ k}\Omega$.



2. attaque en courant et attaque en tension

Les schémas suivants expliquent le principe de fonctionnement de l'amplificateur. Les signaux appliqués à l'entrée, soit par une source de tension v_{BE} , soit par une source de courant i_B modifient i_C et v_{CE} .



L'attaque en courant est préférable car elle ne produit pas de distorsion.

3. le schéma équivalent pour les petits signaux :

Les condensateurs sont chargés par des composantes continues ; pour C_e , V_{BM0} , pour C_s , V_{CM0} et pour C_E , V_{EM0} . Mais à la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ de v_e , ce sont des courts-circuits. Ils arrêtent la composante continue de la polarisation du transistor ; on remplace aussi l'alimentation V_{CC} par un fil, puisqu'elle n'est pas vue, ni de l'entrée, ni de la sortie.

C_e et C_s sont des **condensateurs de liaison** et sont choisis en fonction de ω et des valeurs des résistances voisines.

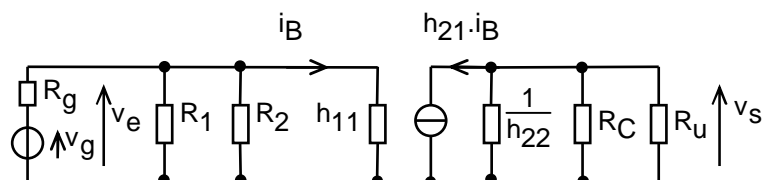
Donc $\frac{1}{C_e \omega} \ll R_g + R_1 \parallel R_2 \parallel h_{11}$ et

$\frac{1}{C_s \omega} \ll R_C + R_u$.

Pour les calculs des capacités, le signe \ll signifiant "très petit devant" devient "10 fois plus petit que".

C_E est un **condensateur de découplage** de la résistance d'émetteur R_E : $\frac{1}{C_E \omega} \ll R_E$.

Les lois des mailles et des noeuds du schéma équivalent permettent de trouver les caractéristiques du montage.



4. L'impédance d'entrée du m.e.c. : $Z_e = \left| \frac{V_e}{I_e} \right| = R_1 // R_2 // h_{11} \approx h_{11}$.

Cette valeur est **de l'ordre du kΩ** mais comme elle correspond à la résistance dynamique de la jonction BE polarisée en direct; elle dépend de I_{B0} : $h_{11} \approx \frac{0,030}{I_{B0}}$.

5. L'amplification en tension du m.e.c. $A_v = \frac{v_s}{v_e} = - \frac{(R_C // R_U) h_{21}}{h_{11}}$ car $v_s = - (R_C // R_U) h_{21} \cdot i_B$ et $v_e = h_{11} \cdot i_B$.

Si $R_C = R_U = 1000 \Omega$ et $\beta = h_{21} = 100$, on trouve $A_v = -50$.

6. L'impédance de sortie du m.e.c. : $Z_s \approx R_C$

7. L'amplification en courant du m.e.c.

$$A_i = \frac{i_s}{i_e} = - \frac{R_C \cdot R_U \cdot h_{21}}{(R_C + R_U)^2}$$

car en s'aidant du schéma électrique équivalent représenté ci-contre

$$i_s = \frac{A_v \cdot v_e}{R_s + R_U} = - \frac{R_C \cdot R_U \cdot h_{21} \cdot h_{11}}{(R_C + R_U)^2 \cdot h_{11}} i_e = - \frac{R_C \cdot R_U \cdot h_{21}}{(R_C + R_U)^2} i_e$$

Si $R_C = R_U = 1000 \Omega$ et $\beta = h_{21} = 100$, on trouve $A_i = -25$.

8. L'amplification en puissance du montage $A_p = \frac{P_s}{P_e} = \frac{v_s \cdot i_s}{v_e \cdot i_e} = \frac{v_s}{v_e} \cdot \frac{i_s}{i_e} = A_v \cdot A_i = -50 \times -25 = 1250$!

9. bilan énergétique

- pour un maximum de puissance utile (dans la charge R_U)

V_{CEmax} est limité à une valeur inférieure à $\frac{V_{CC}}{2}$ car

comme le représenté le graphique, le point de fonctionnement $\{i_C; v_{CE}\}$ se déplace sur la droite de charge dynamique dont la pente est plus grande car pour i_{C0} les petits signaux il faut aussi tenir compte de R_U .

Définissons l'expression des grandeurs électriques si on suppose que le signaux non distorsionés sont sinusoïdaux :

$$v_{CE} = V_{CE0} + V_{CEmax} \sin \omega t \text{ et } i_C = I_{C0} - I_{Cmax} \sin \omega t$$

- **puissance fournie par l'alimentation** : $P_{abs} = \frac{1}{T} \int_0^T V_{CC} \cdot (I_{C0} - I_{Cmax} \sin \omega t) dt = V_{CC} \cdot I_{C0}$.

$$\text{Par exemple : } P_{abs} = 10 \times \frac{10}{2 \times 1000} = 50 \text{ mW}$$

- **puissance fournie à la charge** : $P_{ut} = \frac{(V_{CEmax}/\sqrt{2})^2}{R_U}$ le signal étant sinusoïdal pur. Donc $P_{ut} = \frac{V_{CEmax}^2}{2 \cdot R_U}$.

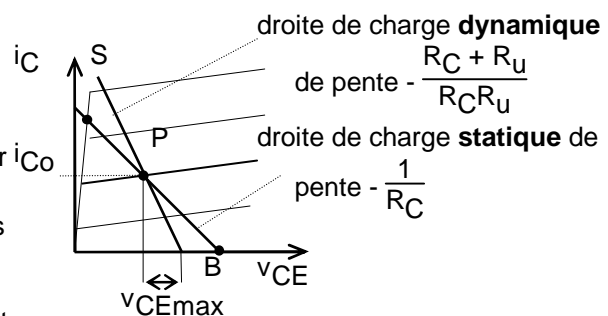
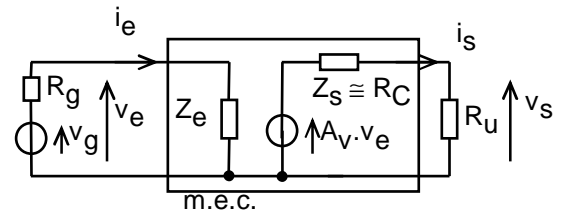
- **rendement maximal**

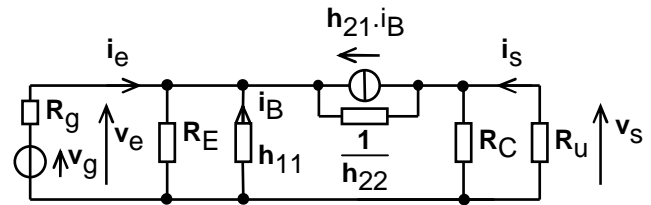
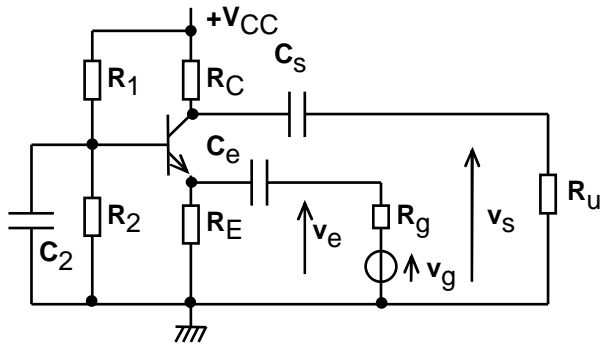
P_{ut} est inférieure à $\frac{V_{CC}/2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{C0}}{\sqrt{2}} = \frac{V_{CC} \cdot I_{C0}}{4}$ d'où le rendement maximal $\eta = \frac{P_{ut}}{P_{abs}} = \frac{V_{CC} \cdot I_{C0} / 4}{V_{CC} \cdot I_{C0}} = 0,25 = 25 \%$.

- **puissance dissipée par le transistor** $P_T = \frac{1}{T} \int_0^T v_{CE} \cdot i_C dt = \frac{1}{T} \int_0^T (V_{CE0} + V_{CEmax} \sin \omega t) \cdot (I_{C0} - I_{Cmax} \sin \omega t) dt$

$= V_{CE0} \cdot I_{C0} - \frac{V_{CEmax} \cdot I_{Cmax}}{2}$; cette puissance est donc maximale lorsque $V_{CEmax} = 0$, lorsque le transistor au repos; elle vaut $P_{Tmax} = V_{CE0} \cdot I_{C0}$. Dans l'exemple : $P_T = (10/2) \times (5/1000) = 25 \text{ mW}$.

Conclusion : le m.e.c. est à utiliser si on veut une forte amplification en tension ou en courant mais pas de puissance, la chaleur dissipée par les transistors étant excessive.



c) **le montage base commun**

Le montage (en abrégé m.b.c.)

qui donne les relations $v_e = -h_{11} \cdot i_B = R_E \cdot i_E$ (1) ; $i_e = i_E - i_B - h_{21} \cdot i_B$ (2) ; $v_s = (R_C // R_U) \cdot h_{21} \cdot i_B$ (3) ; $v_s = -R_U \cdot i_s$ (4) ; h_{22} étant faible est négligé

Valeurs numériques pour exemple : $R_C = R_U = h_{11} = 1 \text{ k}\Omega$, $R_E = 100 \Omega$, $\beta = h_{21} = 100$, $1/h_{22} = 10 \text{ k}\Omega$.

et **le schéma équivalent pour les petits signaux**

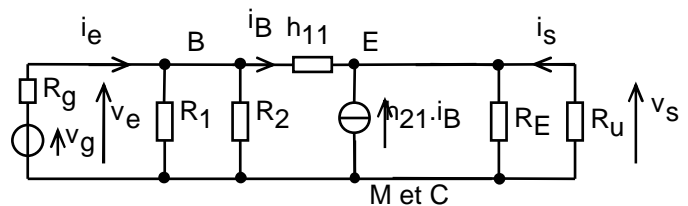
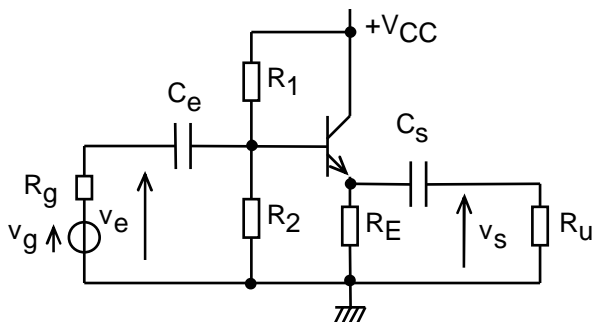
L'impédance d'entrée du m.b.c. : (1) et (2) $\Rightarrow Z_e = \frac{v_e}{i_e} = \frac{h_{11} \cdot R_E}{R_E + h_{11} + R_E \cdot h_{21}}$; l'exemple donne $Z_e = 9 \Omega$!

L'impédance de sortie du m.b.c. : $Z_s = \frac{v_s}{i_s} = +\infty$ car, en remplaçant le modèle le Norton $\{ h_{21} \cdot i_B, 1/h_{22} \}$ par le modèle équivalent de Thévenin, on voit de la sortie la grande résistance $1/h_{22}$.

L'amplification en tension du m.b.c. : (3) et (1) $\Rightarrow A_v = \frac{v_s}{v_e} = \frac{R_C \cdot R_U \cdot h_{21}}{(R_C + R_U) \cdot h_{11}}$; l'exemple donne $A_v = +50$!

L'amplification en courant du m.b.c. : (1) à (4) $\Rightarrow A_i = \frac{i_s}{i_e} = \frac{R_E \cdot R_C \cdot h_{21}}{R_U (R_E + h_{11} + R_E \cdot h_{21})}$; l'exemple donne $A_i = 0,9$!

Le m.b.c. est peu utilisé.

d) **le montage collecteur commun ou émetteur suiveur**

Le montage (m.c.c. en abrégé)

h_{22} étant faible est négligé

et **le schéma équivalent pour les petits signaux**

L'impédance d'entrée du m.c.c. : $Z_e = \frac{v_e}{i_e} = R_1 // R_2 // [h_{11} + (R_E // R_U)(1 + h_{21})]$; l'exemple donne $Z_e = 5 \text{ k}\Omega$!

Cette relation est obtenue en transformant le modèle le Norton $\{ h_{21} \cdot i_B ; R_E // R_U \}$ par le modèle équivalent de Thévenin $\{ h_{21} \cdot i_B \cdot (R_E // R_U), (R_E // R_U) \}$.

L'impédance de sortie du m.c.c. : $Z_s = \frac{v_s}{i_s} = h_{11} // R_E // \frac{h_{11}}{h_{21}}$; l'exemple donne $Z_s = 9 \Omega$!

La résistance de sortie est la résistance vue de la sortie, la source autonome v_g éteinte : $v_g = 0$.

$R_g \cong 50 \Omega$, R_1 et R_2 de valeurs élevées sont négligés devant h_{11} .

Il reste h_{11} en parallèle avec R_E et la source de courant liée $h_{21} \cdot i_B$.

Cette association permet de trouver R_{eq} la résistance équivalente de la source : $h_{11} \cdot i_B = h_{21} \cdot i_B \cdot R_{\text{eq}}$.

L'amplification en tension du m.c.c. : $A_V = \frac{v_s}{v_e} = 1 / (1 + \frac{h_{11}}{(R_E // R_U)(h_{21}+1)})$; l'exemple donne $A_V = 0,9$!

La formule est trouvée en écrivant que $v_e = h_{11} \cdot i_B + v_s$ et $v_s = (R_E // R_U) \cdot (h_{21}+1) \cdot i_B$.

L'amplification en courant du m.c.c. : $A_I = \frac{i_s}{i_e} = - \frac{R_E}{R_E + R_U} \cdot \frac{(h_{21}+1)(R_1 // R_2)}{(R_1 // R_2) + h_{11} + (R_E // R_U)(h_{21}+1)}$;

l'exemple donne $A_I = -4,5$!

Pour trouver la formule on cherche i_s et i_e en fonction de i_B puis on fait le rapport $\frac{i_s}{i_e}$:

$v_s = -R_U \cdot i_s = R_E \cdot i_e \Rightarrow i_e = \frac{v_s}{R_E} = - \frac{R_U \cdot i_s}{R_E}$ et comme $i_s = i_e - i_B (h_{21}+1)$ on a $i_s = - \frac{R_U \cdot i_s}{R_E} - i_B (h_{21}+1)$ puis

$$i_s = -i_B \cdot \frac{R_E}{R_E + R_U} (h_{21}+1)$$

$$i_e = \frac{v_e}{(R_1 // R_2)} + i_B \text{ et } v_e = i_B \cdot h_{11} + (R_E // R_U) \cdot (h_{21}+1) \cdot i_B \text{ donne } i_e = i_B \cdot \left[\frac{h_{11} + (R_E // R_U)(h_{21}+1)}{(R_1 // R_2)} + 1 \right].$$

Le m.c.c. n'amplifie pas en tension mais, comme Z_e est important et Z_s faible, il sert d'adaptateur d'impédance.

6.2. l'amplification en classe B, le montage push-pull

Les montages sont en classe B si les transistors au repos ($v_e = 0$) ne sont pas traversés par un courant de polarisation ($I_{C0} = 0$).

Le pont de fonctionnement P dans le plan $i_C = f(v_{CE})$ se trouve en B (transistor bloqué).

a) fonctionnement du montage

Les deux transistors sont utilisés en **émetteurs suiveurs** ;

donc $v_s = v_e - v_{BE} \approx v_e$.

Ils sont **complémentaires** : l'un est de type NPN et transmet l'alternance positive de v_e et l'autre de type PNP transmet l'alternance négative de v_e .

De là vient la dénomination PUSH-PULL signifiant POUSSER-TIRER, nous rappelant que les courants dans les collecteurs sont de sens inverses.

Pour éviter des dissymétries préjudiciables on les choisit **appariés** (on dit aussi **appariés**) ;

cela signifie qu'ils ont des caractéristiques identiques.

Le défaut du montage est la **distorsion de croisement** lorsque pour des valeurs faibles de v_e les transistors ne conduisent pas à cause du coude de la caractéristique d'entrée $i_B = f(v_{BE})$.

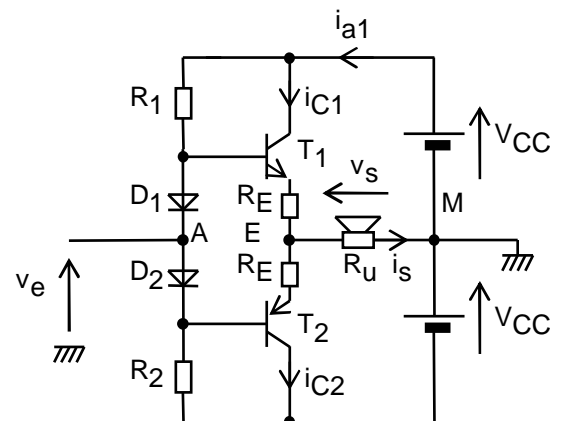
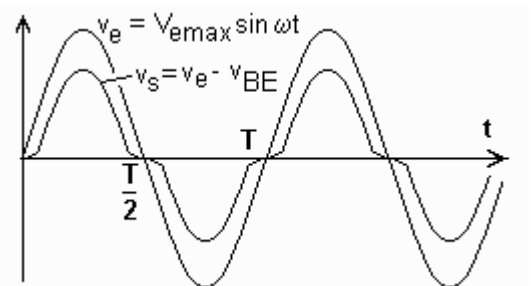
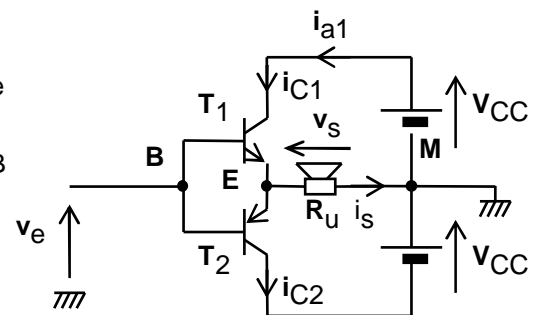
b) suppression de la distorsion par polarisation de la base

Les tensions "de déchet" v_{BE} sont supprimées par les tensions directes des diodes D_1 et D_2 .

$v_s = v_e + v_D - v_{BE} = v_e$.

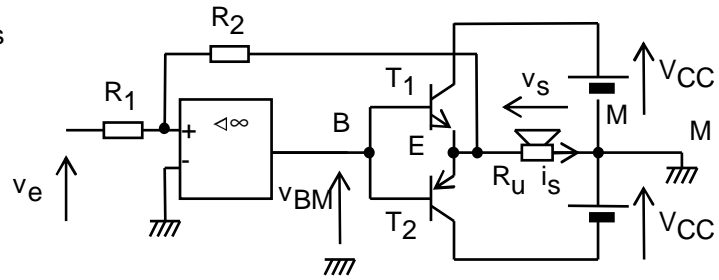
R_1 et R_2 polarisent les diodes D_1 et D_2 . Si la tension aux bornes des diodes est trop importante, les deux transistors conduisent et par emballement peuvent même mettre l'alimentation en court-circuit.

Profitons de ce montage pour parler des **résistances R_E** de faible valeur (0,1 à 1 Ω) permettant d'éviter un emballement thermique. Si i_C croît accidentellement, la tension $R_E \cdot i_C$ augmente diminuant ainsi la tension v_{BE} . Le courant i_B diminue, entraînant le rétablissement de i_C .



c) suppression de la distorsion avec un amplificateur de fort gain

Le montage fonctionne comme un montage redresseur sans seuil (voir le chapitre sur les applications des diodes).

**d) bilan énergétique**

$v_e = V_{e\max} \sin \omega t$ et $v_s = V_{s\max} \sin \omega t$ avec $V_{s\max} < V_{CC}$, posons que $V_{s\max} = aV_{CC}$ avec $0 < a < 1$.

- **puissance fournie à la charge** : $P_{ut} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v_{s\max}^2}{R_u} dt$. C'est le calcul de la valeur efficace d'une tension

sinusoïdale au carré divisé par R_u , donc $P_{ut} = \frac{a^2 \cdot V_{CC}^2}{2 \cdot R_u}$. Cette puissance est maximale pour $a = 1$ et vaut alors

$$P_{ut\max} = \frac{V_{CC}^2}{2 \cdot R_u}. \text{ Par exemple, pour } V_{CC} = 40 \text{ V et } R_u = 8 \Omega, P_{ut\max} = \frac{40^2}{2 \times 8} = 100 \text{ W !}$$

- **puissance fournie par les alimentations**: chaque alimentation débite un courant simple-alternance de valeur crête $\frac{a \cdot V_{CC}}{R_u}$. La valeur moyenne d'un courant simple-alternance d'amplitude I_{\max} vaut $\langle i \rangle = \frac{I_{\max}}{\pi}$.

$$\text{D'où } P_{abs} = 2 \times \frac{1}{T} \int_0^{T/2} V_{CC} \cdot \left(\frac{a V_{CC}}{R_u} \sin \omega t \right) dt. \quad P_{alim} = 2 \frac{a \cdot V_{CC}^2}{\pi \cdot R_u}$$

- **puissance dissipée par le transistor** $P_T = \frac{1}{2} (P_{alim} - P_u) = \frac{a \cdot V_{CC}^2}{\pi \cdot R_u} - \frac{a^2 \cdot V_{CC}^2}{4 \cdot R_u} = \frac{V_{CC}^2}{R_u} \left(\frac{a}{\pi} - \frac{a^2}{4} \right)$; cette puissance

$$\text{est donc maximale lorsque } a = \frac{2}{\pi} = 0,64, \text{ alors } P_{T\max} = \frac{V_{CC}^2}{\pi^2 \cdot R_u}.$$

$$\text{Par exemple, si } V_{CC} = 40 \text{ V et } R_u = 8 \Omega, P_{T\max} = 40^2 / (\pi^2 \times 8) = 20,3 \text{ W.}$$

- rendement maximal

le rendement vaut $\eta = \frac{P_{ut}}{P_{abs}} = \frac{a^2 \cdot V_{CC}^2}{2 \cdot R_u} / 2 \frac{a \cdot V_{CC}^2}{\pi \cdot R_u} = \frac{a \cdot \pi}{4}$ ce qui est maximal pour $a = 1$, nous donnant un rendement maximal $\eta_{\max} = 78,5 \%$.

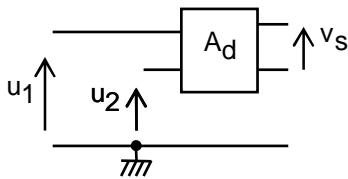
- les dissipateurs thermiques

Les calculs précédents permettent d'évaluer la **puissance des transistors** à choisir ainsi que les puissances des **résistances thermiques des dissipateurs thermiques** à leur associer.

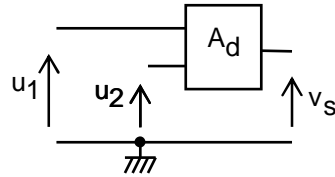
7. l'amplificateur différentiel

a) le principe : l'amplificateur de différence est un dispositif destiné à fournir en sortie une tension proportionnelle à la différence des deux signaux d'entrée, $v_s = A_d (u_1 - u_2)$ où A_d est l'amplification différentielle.

Le montage est soit à **sorties flottantes**



soit à **référence commune**.



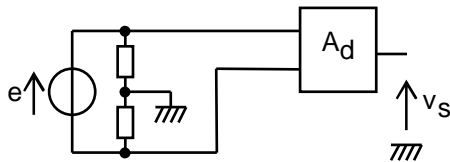
Performances :

L'amplificateur différentiel réel a une tension de sortie qui dépend aussi de la somme des tensions d'entrée,

$$v_s = A_d (u_1 - u_2) + A_c (u_1 + u_2) \quad \text{où } A_c \text{ est l'amplification en mode commun.}$$

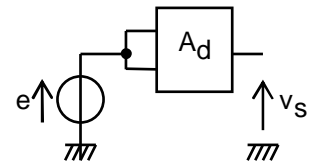
Le mesurage de l'amplification différentielle A_d

est obtenu en appliquant des tensions identiques en valeur absolue $u_1 = \frac{e}{2}$ et $u_2 = -\frac{e}{2}$.



Le mesurage de l'amplification en mode commun A_c

est obtenu en appliquant des tensions identiques $u_1 = u_2$.



Le RRMC rapport de réjection en mode commun ou TRMC taux de réjection en mode commun

est défini comme suit : $RRMC = \left| \frac{A_d}{A_c} \right|$ ou en décibels $TRMC = 20 \log \left| \frac{A_d}{A_c} \right|$

par exemple si $A_d = 200$ et $A_c = -0,2$ on a $RRMC = 1000$ ou $TRMC = 60 \text{ dB}$.

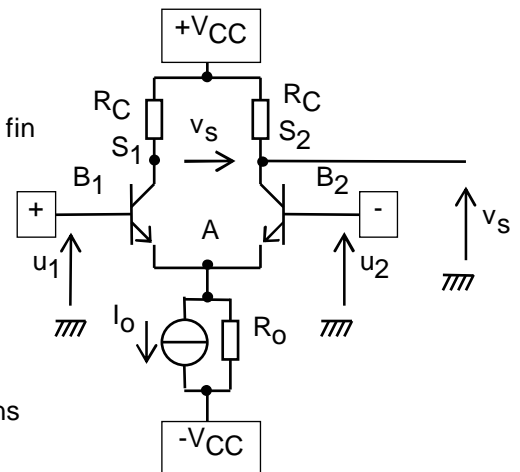
b) le montage

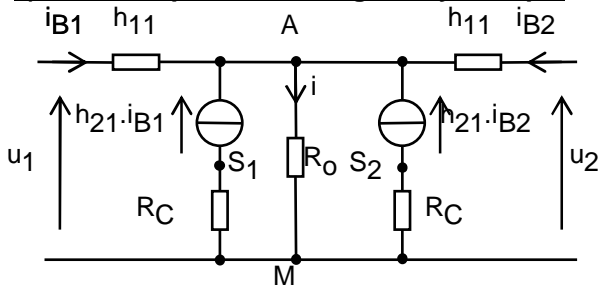
Deux transistors T_1 et T_2 identiques, souvent dans un même boîtier, sur le même substrat, sont polarisé par une source de courant continu $\{I_o, R_o\}$. Les dispositifs sources de courants sont rappelés en fin de paragraphe.

On a soit $v_s = v_{S2S1}$ si on veut la sortie flottante, soit $v_s = v_{S2M}$ si on veut la sortie référencée à la masse.

Par symétrie les courants dans les émetteurs sont égaux, $I_{E1} = I_{E2} = \frac{I_o}{2}$ d'où $V_{CE} = V_{CC} - R_C \frac{I_o}{2} + V_{BE}$ en absence de signal d'entrée ($u_1 = u_2 = 0$). Donc, pour que les transistors fonctionnent dans

le domaine linéaire, il faut que $V_{CC} - R_C \frac{I_o}{2} + V_{BE} > V_{CEsat}$.



c) modèle équivalent en régime dynamique

La résistance R_O est la résistance équivalente pour les petites variations de la source de courant I_O .

d) amplification à référence commune

calculons v_{S2M} en fonction de $(u_1 - u_2)$ et $(u_1 + u_2)$

$$v_{S2M} = -R_C \cdot h_{21} \cdot i_{B2} \text{ cherchons donc } i_{B2}.$$

$$i = i_{B1} + i_{B2} + h_{21} \cdot i_{B1} + h_{21} \cdot i_{B2} = (h_{21} + 1)(i_{B1} + i_{B2})$$

$$\text{d'où } u_1 = h_{11} \cdot i_{B1} + R_O(h_{21} + 1)(i_{B1} + i_{B2})$$

$$u_2 = h_{11} \cdot i_{B2} + R_O(h_{21} + 1)(i_{B1} + i_{B2})$$

$$\Rightarrow (u_1 - u_2) = h_{11} \cdot (i_{B1} - i_{B2}) \text{ et } (u_1 + u_2) = h_{11} \cdot (i_{B1} + i_{B2}) + 2R_O(h_{21} + 1)(i_{B1} + i_{B2}).$$

La première relation donne la différence des courants, la seconde, la somme ; on pourra en déduire par soustraction le courant i_{B2} recherché, qui donnera v_{S2M} .

$$\Rightarrow i_{B1} - i_{B2} = \frac{u_1 - u_2}{h_{11}} \text{ et } i_{B1} + i_{B2} = \frac{u_1 + u_2}{2R_O(h_{21} + 1)(i_{B1} + i_{B2})} \Rightarrow$$

$$v_{S2M} = \frac{h_{21} \cdot R_C}{2h_{11}} \cdot (u_1 - u_2) - \frac{h_{21} \cdot R_C}{2R_O(h_{21} + 1)} (u_1 + u_2)$$

Par identification avec $v_S = A_d (u_1 - u_2) + A_C (u_1 + u_2)$ on détermine l'amplification différentielle et

$$\text{l'amplification en mode commun } A_d = \frac{h_{21} \cdot R_C}{2h_{11}} \text{ et } A_C = -\frac{h_{21} \cdot R_C}{2R_O(h_{21} + 1)}.$$

$$\text{Si } h_{21} = 100, h_{11} = R_C = 1 \text{ k}\Omega, R_O = 10 \text{ k}\Omega, A_d = 50 \text{ et } A_C = -0,05 \Rightarrow TRMC_{dB} = +60 \text{ dB}$$

d) amplification à référence commune

calculons $v_S = v_{S2S1}$ en fonction de $(u_1 - u_2)$ et $(u_1 + u_2)$; pour cela il suffit d'utiliser la relation donnant v_{S1M} et d'écrire v_{S2M} qui est identique par symétrie (échanger u_1 et u_2) :

$$v_{S1M} = -\frac{h_{21} \cdot R_C}{2h_{11}} \cdot (u_1 - u_2) - \frac{h_{21} \cdot R_C}{2R_O(h_{21} + 1)} (u_1 + u_2)$$

$$v_{S2M} = +\frac{h_{21} \cdot R_C}{2h_{11}} \cdot (u_1 - u_2) - \frac{h_{21} \cdot R_C}{2R_O(h_{21} + 1)} (u_1 + u_2) \Rightarrow v_S = v_{S2S1} = v_{S2M} - v_{S1M} = +\frac{h_{21} \cdot R_C}{h_{11}} \cdot (u_1 - u_2)$$

$$A_d = \frac{h_{21} \cdot R_C}{2h_{11}} \text{ et } A_C = 0 \Rightarrow \text{Entre } S_1 \text{ et } S_2, \text{ en sorties flottantes, l'amplificateur de différence est parfait.}$$

e) les entrées

Si $u_2 = 0$, $v_S = +\frac{h_{21} \cdot R_C}{h_{11}} \cdot u_1$ alors que si $u_2 = 0$, $v_S = -\frac{h_{21} \cdot R_C}{h_{11}} \cdot u_2$. L'entrée 1 est **non inverseuse** alors que l'entrée 2 est **inverseuse**.

L'impédance d'entrée différentielle vaut $Z_{ed} = \frac{u_1 - u_2}{i_{B1}} = 2 \cdot h_{11} \text{ (} i_{B1} = -i_{B2} \text{)}.$

L'impédance d'entrée en mode commun vaut $Z_{ec}^+ = \frac{u_1}{i_{B1}} = h_{11} + (h_{21} + 1)R_O = Z_{ec}^-$ par symétrie.

f) le circuit de décalage des potentiels

Pour éliminer la composante continue $V_{S2M0} = V_{CC} - R_C \frac{I_O}{2}$ de la polarisation, le montage différentiel est suivi d'un étage à collecteur commun par exemple. La tension $V_{BE0} = 0,6 \text{ V}$ élimine V_{S2M0} .

g) principe d'un circuit multiplieur analogique

Pour la jonction base - émetteur, on peut écrire $i_B = I_S \cdot e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$

$$\Rightarrow \frac{di_B}{dv_{BE}} = \frac{I_S}{V_T} \cdot e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} = \frac{i_B}{V_T} = \frac{I_0}{2 \cdot h_{21} \cdot V_T} \text{ or } \frac{di_B}{dv_{BE}} = \frac{1}{h_{11}} \text{ alors } \frac{I_0}{2 \cdot h_{21} \cdot V_T} = \frac{1}{h_{11}} \Rightarrow \frac{h_{21}}{h_{11}} = \frac{I_0}{2 \cdot V_T}$$

Ce rapport $\frac{h_{21}}{h_{11}}$ apparaissait dans la relation $v_{SM} = + \frac{h_{21} \cdot R_C}{2h_{11}} \cdot (u_1 - u_2)$, A_C étant négligé. Si en plus on met la

sortie 2 à la masse, on aboutit à $v_{SM} = + \frac{I_0 \cdot R_C}{4V_T} \cdot u_1$.

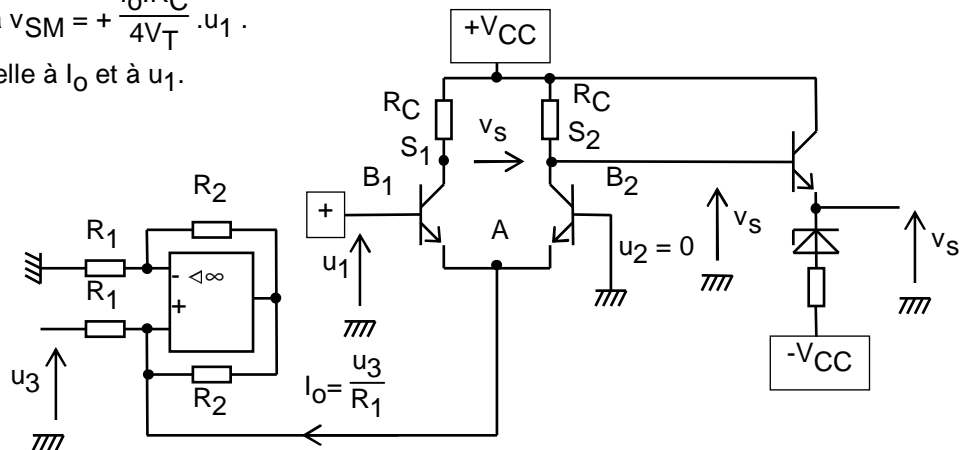
La tension v_{SM} est proportionnelle à I_0 et à u_1 .

Le courant I_0 provenant d'un montage convertisseur

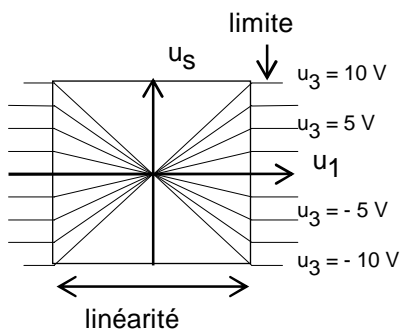
tension - courant $I_0 = \frac{u_3}{R_1}$,

on réalise un montage multiplieur.

$$v_{SM} = K \cdot u_3 \cdot u_1$$



Un multiplieur est dit "à un quadrant", "à deux quadrants", "à **quatre quadrants**" suivant que le produit se réalise avec des tensions positives ou négatives. La **linéarité** est les **limites** du multiplieurs sont étudiées à l'oscillographe en relevant en mode XY les **courbes** $v_S = f(u_1)$ pour des valeurs constantes de u_3 .

**h) applications des circuits multiplieurs analogiques :**

la **modulation en amplitude** : on multiplie la porteuse au signal modulant ;

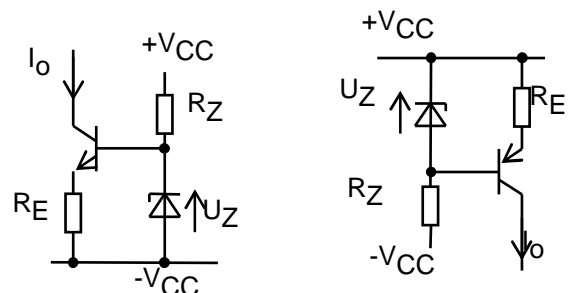
l'**extraction de la racine carrée** d'une tension : le multiplieur en contre-réaction dans un montage inverseur ;

le **wattmètre** : la tension est multipliée par la tension image du courant prélevée aux bornes d'un résistor étalon ; etc. ...

i) les dispositifs sources de courant à transistors

Dans les deux montages la résistance R_Z polarise la diode Zener, imposant à la résistance d'émetteur R_E une tension constante $U_Z - V_{BE}$. Le courant dans le collecteur est égal au

courant constant dans l'émetteur qui vaut $I_0 = \frac{U_Z - V_{BE}}{R_E}$.



8. ANNEXE : Compléments de mathématiques - la notion de dérivée partielle :

$\left(\frac{\partial S(x; y)}{\partial y}\right)$ est dérivée partielle par rapport à y de la fonction $S(x, y)$ ayant deux variables x et y ; on utilise le delta minuscule δ car la fonction S a plusieurs variables, comme on utilise le d minuscule de la dérivée d'une fonction à une seule variable.

le problème posé :

cherchons la variation dS de la fonction $S(x, y)$ si la variable x varie de dx et si la variable y varie de dy

calculons dS en prenant comme exemple une très faible variation d'aire d'une surface simple :

l'aire vaut $S = xy$

pour devenir lorsque x varie de dx et y varie de dy :

$$S + dS = (x + dx)(y + dy) = x \cdot y + x \cdot dy + y \cdot dx + dx \cdot dy$$

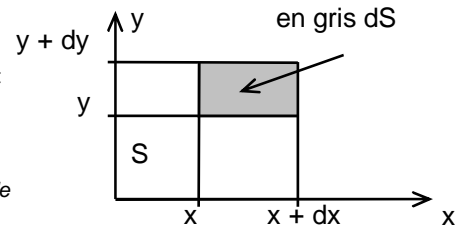
d'où comme $S = xy$

$dS = x \cdot dy + y \cdot dx + dx \cdot dy$ et puisque le produit de deux valeurs très faible est négligeable devant chacune de ces valeurs **$dS = x \cdot dy + y \cdot dx$**

$$\text{où } x = \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_{y=C^{te}} \text{ et } y = \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{x=C^{te}}$$

ce qui se lit : « dérivée partielle de S par rapport à y pour x constante » et « dérivée partielle de S par rapport à x pour y constante »

$$\text{Retenons alors que } dS = \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_{y=C^{te}} \cdot dy + \left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{x=C^{te}} \cdot dx$$



exemple 1 : le calcul de la variation df si $f = \frac{a \cdot x}{y}$ et que x varie dx et y varie de dy

$$dS = \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x=C^{te}} \cdot dy + \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y=C^{te}} \cdot dx ; \text{ calculons les dérivées partielles } \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{x=C^{te}} = \frac{a}{y} \text{ et } \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{y=C^{te}} = -\frac{a \cdot x}{y^2}$$

$$\text{pour en déduire que } dS = \frac{a}{y} dy - \frac{a \cdot x}{y^2} dx$$

exemple 2 : calcul d'erreur pour un produit

La tension de sortie v_s d'un étage amplificateur émetteur commun est donné théoriquement par la relation $v_s = R_C \cdot \beta \cdot i_B$ où R_C est la résistance placée en série avec le collecteur, β l'amplification statique en courant et i_B le courant de base.

Le montage a été conçu avec une résistance de base $R_C = (1200 \pm 60) \Omega$ et un transistor dont on connaît à peu près le $\beta \in (100 \pm 10)$.

On injecte au montage un courant de $i_B = (10 \pm 1) \mu A$.

Les calculs donnent $v_s = 1200 \times 100 \times 10 \times 10^{-6} = 1,20 V$.

Du fait de l'imprécision des valeurs utilisées pour faire le calcul, on peut se demander si l'écriture avec 3 chiffres significatifs se justifie.

Calculons l'erreur maximale dv_s . D'après la relation des dérivées partielles, on a d'abord $dv_s = \left(\frac{\partial v_s}{\partial R_C}\right)_{\beta \text{ et } i_B = C^{te}} \cdot dR_C + \left(\frac{\partial v_s}{\partial \beta}\right)_{R_C \text{ et } i_B = C^{te}} \cdot d\beta +$

$$\left(\frac{\partial v_s}{\partial i_B}\right)_{R_C \text{ et } \beta = C^{te}} \cdot di_B$$

qui donne $dv_s = \beta \cdot i_B \cdot dR_C + R_C \cdot i_B \cdot d\beta + R_C \cdot \beta \cdot di_B$ ce qui permet le calcul de dv_s mais qui n'est pas une relation facile à retenir.

Aussi remarque-t-on, si l'on divise un côté de l'égalité par dv_s et l'autre par $R_C \cdot \beta \cdot i_B$ que

$$\frac{dv_s}{v_s} = \frac{dR_C}{R_C} + \frac{d\beta}{\beta} + \frac{di_B}{i_B} \text{ ce qui correspond au calcul de l'erreur relative et est bien plus simple à retenir !}$$

Application numérique pour notre exemple où $v_s = 1,20 V$:

$$\frac{dv_s}{v_s} = \frac{60}{1200} + \frac{10}{100} + \frac{1}{10} = 0,05 + 0,1 + 0,1 = 0,25 \text{ ou } 25 \% \text{ d'erreur. D'autre part, } dv_s = 1,20 \times 0,25 = 0,3 V$$

On peut donc s'attendre à une tension de sortie v_s comprise entre 0,9 V et 1,5 V !

Annoncer une tension de 1,20 V est donc trop précis, 1,2 V suffit amplement et encore !

Remarque : pour un quotient $Q = \frac{x}{y}$, on a simplement $\frac{dQ}{Q} = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y}$; on ne tient pas compte du signe - à cause du \pm de l'erreur absolue !