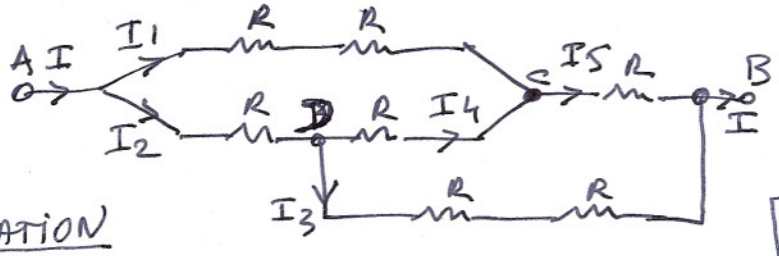

$\equiv$

$V_{AB} = R_{eq} \cdot I$

On remplace les résistances de 12 Ω en remarquant qu'elles font le double des résistances de 6 Ω. Ainsi tous les éléments résistifs ont la même valeur noté R ce qui simplifie les équations

DEMONSTRATION

$$R_{eq} = \frac{V_{AB}}{I}$$

Equations aux noeuds :

4 noeuds $\Rightarrow$ $\boxed{\text{3 équations à écrire}}$

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 & (I) \\ I_3 = I_2 - I_4 & (II) \\ I_5 = I_1 + I_4 & (III) \end{cases}$$

Equations des mailles indépendantes : $M = B - N + 1 = 5 - 4 + 1 = \boxed{2}$

$$\begin{cases} 2RI_1 - RI_2 - RI_4 = 0 \quad (a) & \Rightarrow I_4 = \dfrac{2RI_1 - RI_2}{R} = \boxed{2I_1 - I_2} \\ RI_4 - 2RI_3 + RI_5 = 0 \quad (b) & \Rightarrow R(I_2 - I_3) - 2RI_3 + 4RI_1 - RI_2 = 0 \end{cases}$$

$$RI_2 - RI_3 - 2RI_3 + 4RI_1 - RI_2 = 0 \Rightarrow I_1 = I_3\left(\frac{3\cancel{R}}{4\cancel{R}}\right) \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{3}{4} I_3} \quad (\alpha)$$

[redacted] :

[redacted]

$$I_3 = I_2 - 2I_1 + I_2 \Rightarrow \boxed{I_3 = 2(I_2 - I_1)} \quad (\beta)$$

$$I_3 = 2\left(I_2 - \frac{3}{4} I_3\right) \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{5}{4} I_3} \quad (\gamma)$$

$$V_{AB} = R\underset{(\gamma)}{I_2} + 2RI_3$$

$$V_{AB} = \frac{5}{4} R I_3 + 2RI_3 \Rightarrow \boxed{V_{AB} = \frac{13}{4} R I_3} \quad (A)$$

et $V_{AB} = R_{eq} I = R_{eq}(I_1 + I_2) = R_{eq}\left(\frac{3}{4} I_3 + \frac{5}{4} I_3\right) = \boxed{2 R_{eq} I_3}$ (B)

de (A) et (B) on tire :

$$\frac{13}{4} R \cancel{I_3} = 2 R_{eq} \cancel{I_3} \Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{13}{8} R} \quad \text{CQFD}$$

Application numérique : $\boxed{R_{eq} = 9{,}75\ \Omega}$
($R \rightarrow 6\ \Omega$)

Vérification : On fixe $V_{AB} = 1V$ $\Rightarrow I_3 =$ [redacted] $\frac{1}{2R_{eq}} \simeq 51{,}3$ mA
(on fixe ce qu'on veut ici en fait)

$$\begin{cases} I_1 = \frac{3}{4} I_3 = \text{[redacted]} \simeq 38{,}5 \text{ mA} \\ I_2 = \frac{5}{4} I_3 = \text{[redacted]} \simeq 64{,}1 \text{ mA} \\ I_4 = I_2 - I_3 = \text{[redacted]} \simeq 12{,}8 \text{ mA} \\ I_5 = \text{[redacted]} I_1 + I_4 \simeq 51{,}3 \text{ mA} \end{cases}$$

[redacted]

$2RI_1 - RI_2 - RI_4 = 0$

$0{,}462 - 0{,}3846 - 0{,}0768 \simeq 0$

$\uparrow$

CQFD

[redacted]