Devoir surveillé de Sciences Physiques n°2 du 14-10-2006

— Durée : 4 heures —

Problème n° 1 – Modélisation d'un microscope *Capes 2005*

Là où finit le télescope, le microscope commence. Lequel des deux a la vue la plus grande ? VICTOR HUGO

Le plus simple des microscopes visuels est constitué de deux lentilles convergentes considérées comme minces. La première, l'objectif, devra donner de l'objet une image agrandie. La seconde, l'oculaire, rendra cette image observable à l'œil. Dans tout ce problème, on notera L les lentilles minces, O la position de leur centre optique, F celle du foyer objet et F' celle du foyer image. On notera AB les objets, A étant leur position sur l'axe optique et $\overline{AB}$ leur *taille* algébrique. Ces objets seront considérés comme plans perpendiculaires à l'axe optique.

A. Généralités

1. Qu'appelle-t-on rayon lumineux ? Quels liens y a-t-il entre une onde électromagnétique et le rayon lumineux qui lui est associé ?

2. Citer et décrire un phénomène qui ne s'explique que par la théorie ondulatoire de la lumière.

3. Citer et décrire un phénomène qui ne s'explique que par la théorie corpusculaire de la lumière.

4. Qu'appelle-t-on stigmatisme ? Est-il rigoureux dans les systèmes optiques usuels ?

5. Définir un objet et une image au sens de l'optique géométrique.

6. Qu'appelle-t-on aplanétisme ?

7. Qu'appelle-t-on foyer image d'un système optique ? Comment peut-on le déterminer expérimentalement de façon très simple ?

8. Qu'est-ce qu'une lentille ? Qu'appelle-t-on lentille mince ?

9. Comment peut-on distinguer une lentille convergente d'une lentille divergente ?

10. Rappeler les formules de conjugaison des lentilles minces de DESCARTES et de NEWTON.

B. Modélisation d'un microscope

L'objectif sera réalisé avec une lentille convergente L_1, placée en O_1, de distance focale $f_1 = \overline{O_1F'_1}$. On prendra graphiquement, $f_1 = 1$ cm, $\overline{O_1A} = -1,5$ cm et $\overline{AB} = a = 0,5$ cm.

11. Construire $\overline{A_1B_1}$, l'image de $\overline{AB}$ à travers L_1.

12. Définir puis calculer les grandissement γ_1 de cette lentille en fonction de f_1 et de $p_1 = \overline{O_1A}$.

13. Où doit-on placer un objet $\overline{AB}$ pour que son image $\overline{A_1B_1}$ à travers L_1 soit réelle et agrandie ?

14. Peut-on observer une image réelle directement à l'œil nu ?

15. Où faut-il placer l'oculaire L_2 pour que l'œil puisse observer l'image $\overline{A'B'}$ de $\overline{A_1B_1}$ à travers L_2 sans accommodation ?

16. On place l'oculaire L_2 à l'endroit déterminé avant. De plus, on prendra graphiquement $f_2 = 4$ cm. Peut-on dessiner l'image $\overline{A'B'}$ de $\overline{A_1B_1}$?

17. Représenter l'angle α' sous lequel on voit $\overline{A'B'}$ et exprimer cet angle en fonction de γ_1, a et f_2.

On appelle doublet de lentilles minces, une association de deux lentilles L_1 et L_2. On caractérise ce doublet par f_1 et f_2, les distances focales et par l'écartement $\Delta = \overline{F'_1F_2}$.

18. Dans le cas général, donner les positions des foyers F et F' du doublet en fonction de O_1, O_2, f_1, f_2 et Δ si nécessaire.

C. Caractéristiques d'un microscope

On rappelle que le grossissement commercial d'un instrument optique est $G_c = \alpha'/\alpha_{ref}$ avec α_{ref} l'angle sous lequel un observateur verrait $\overline{AB}$ à une distance conventionnelle $d_{PP} = 25$ cm, et α' l'angle sous lequel on voit l'image dans l'instrument optique.

19. Calculer le grossissement commercial du microscope G_c d'un microscope en fonction de γ_1, f_2 et d_{PP}.

20. On rappelle que la puissance commerciale P d'un instrument d'optique est définie par $P = \alpha'/\overline{AB}$. Calculer celle d'un microscope en fonction de γ_1 et f_2. Préciser l'unité.

L'œil normal peut voir entre le Punctum Proximum PP situé à une distance $d_{PP} = 25$ cm de l'œil et le Punctum Remotum PR situé à une distance infinie d_{PR}.

21. On définit le cercle oculaire comme le disque où se concentrent l'ensemble des rayons après la traversée du microscope. Ce cercle oculaire est situé au voisinage du foyer image de l'oculaire. Le microscope étant réglé pour regarder sans accommodation l'objet A tel que $\overline{O_1A} = -1,5$ cm, donner l'ensemble des points A_1 que peut voir l'œil lorsqu'il est placé au niveau du cercle oculaire.

22. Quel est alors l'ensemble des points objets situés sur l'axe que l'œil pourra voir ?

Problème n° 2 – Machines, Régulation de température

Agrégation interne 2005

A. Applications des principes

1. Rappeler l'énoncé du premier principe de la thermodynamique, pour un système fermé évoluant entre deux états d'équilibre thermodynamique : on notera E l'énergie mécanique (d'origine cinétique et/ou potentielle) du système.

2. Rappeler l'énoncé du deuxième principe de la thermodynamique, pour un système fermé évoluant entre deux états d'équilibre thermodynamique.

3. Rappeler la définition d'un gaz parfait. Donner l'expression des fonctions d'état énergie interne U, enthalpie H, entropie $S(V,T)$ et $S(p,T)$ de ce gaz. On introduira pour cela les capacités thermiques appropriées, qui seront supposées constantes dans le domaine de température considéré.

Transformation isotherme d'un gaz parfait
On considère une mole de gaz parfait placé dans un cylindre vertical de section S et de grande hauteur, fermé par un piston horizontal mobile sans frottement. Le cylindre, aux parois diathermes, est plongé dans un thermostat de température uniforme et constante T_0. À l'état initial le gaz est en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur, sa pression est notée P_0.

4. On ajoute alors très progressivement des masselottes sur le piston, jusqu'à ce que la masse finale déposée soit égale à M ; on fait alors l'hypothèse que la transformation subie par le gaz est réversible. Déterminer la pression P_1 du gaz dans son état d'équilibre final.

5. Exprimer la variation d'énergie interne, le travail W et le flux thermique Q reçus par le gaz lors de cette transformation, en fonction de T_0, P_0 et P_1.

6. Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation. Commenter.

7. À partir du même état initial, on ajoute brutalement l'intégralité de la masse M ; on fait alors l'hypothèse que la pression extérieure exercée sur le piston varie suivant une fonction échelon (voir la figure 1). Exprimer la variation d'énergie interne, le travail W et le flux thermique Q reçus par le gaz lors de cette transformation, en fonction de T_0, P_0 et P_1.

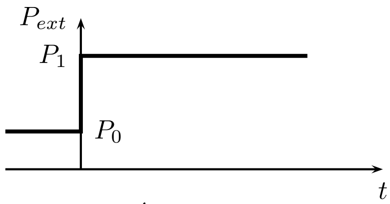

Fig. 1 – Échelon de pression

8. Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation. Commenter : on pourra s'aider d'une représentation graphique faisant intervenir les fonctions $f(x) = \ln x$ et $g(x) = x - 1$.

Étude d'un climatiseur
On s'intéresse désormais à un climatiseur domestique cyclique réversible, fonctionnant dans un salon et en contact avec l'air extérieur ; ce dernier est modélisé par un thermostat idéal de température T_0. L'air contenu dans la pièce, et que l'on désire refroidir, a une capacité thermique totale C constante ; il se comporte comme un gaz parfait et les transformations sont supposées isochores. À l'état initial, la température T de la pièce vaut T_0. La température finale souhaitée est T_1.

9. Exprimer Q_f le transfert thermique reçu par le fluide évoluant dans le climatiseur de la part de la source froide, c'est-à-dire de l'air du salon.

10. En déduire, par application du deuxième principe, l'expression de Q_c, transfert thermique reçu par le fluide évoluant dans le climatiseur de la part de la source chaude, c'est-à-dire de l'air extérieur.

11. Déterminer le travail fourni par le moteur alimentant le climatiseur. Commenter.

12. On désire abaisser la température intérieure de 10 K en une demi-heure. Calculer la puissance mécanique que doit développer le moteur électrique du climatiseur.

Étude des systèmes ouverts en régime permanent

13. On étudie l'écoulement d'un fluide (figure 2) dans une canalisation, en régime permanent. Le fluide s'écoule à travers une machine qui le fait passer de l'état 1 à l'état 2. La pression est notée P_i, la température T_i et le volume massique v_i. Montrer, en négligeant les énergies cinétique et potentielle massiques, que :

$$h_2 - h_1 = w_u + q$$

où h_i est l'enthalpie massique, w_u le travail utile massique (ou autre que les forces de pression) et q le transfert thermique massique.

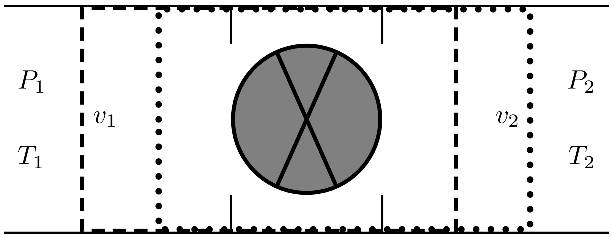

FIG. 2 – Fluide en écoulement permanent

On étudie l'étage de compression d'une turbine à gaz réalisant une compression en deux étapes de l'air (considéré comme gaz parfait) avec une réfrigération intermédiaire. Les deux compresseurs basse pression (BP) et haute pression (HP) sont considérés comme adiabatiques, et les évolutions y sont permanentes et réversibles. La réfrigération (2-3) s'effectue à pression constante. Voir la figure 3.

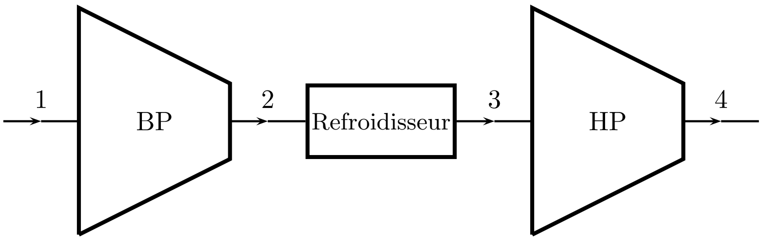

FIG. 3 – Compresseur deux étages

Données :

Points	1	2	3	4
$T($ K$)$	$T_1 = 300$ K	T_2	$T_3 = T_1$	T_4
$P($ bar$)$	$P_1 = 1$ bar	P_2	$P_3 = P_2$	$P_4 = aP_1$

On note : $a = P_4/P_1$ le rapport de compression totale cherché et $r = P_2/P_1$ le rapport intermédiaire. La capacité thermique massique à pression constante de l'air est : $c_p = 1,0\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ et le rapport $\gamma = c_p/c_v = 1,40$.

14. Exprimer littéralement le travail indiqué massique total de compression fourni par les parties mobiles des compresseurs à l'air dans l'évolution $1-4$ en fonction de c_p, T_1, a, r et γ.

15. Déterminer la valeur de a qui rend minimal ce travail avec $a = 25$.

16. Calculer les températures T_2 et T_4.

17. La réfrigération de l'air lors de l'évolution $2-3$ est assurée par une circulation d'eau liquide qui entre à la température $T_0 = 283$ K et dont la température finale ne doit pas dépasser, pour des raisons écologiques, 293 K. Sachant que le réfrigérant est parfaitement calorifugé, déterminer le débit massique d'eau minimal nécessaire. On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide $c_{eau} = 4,18\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ et le débit massique d'air dans l'installation : $\mathcal{D}_{air} = 1,3\ \text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

B. Diffusion thermique

On se propose d'étudier dans cette partie différents modes de transfert thermique dans une carte électronique modélisée (voir la figure 4) par un conducteur parallélépipédique d'épaisseur faible e, de longueur L et de largeur a. On note μ sa masse volumique, λ sa conductivité thermique et c sa capacité thermique massique. La longueur L est suffisamment grande pour que l'on adopte dans un premier temps une modélisation unidimensionnelle des transferts thermiques : il n'y a pas de perte thermique par convection sur les surfaces latérales. On note donc $T(x,t)$ la température le long de la plaque à l'instant t.

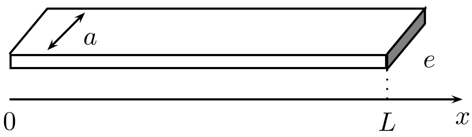

FIG. 4 – Carte électronique

Transfert par conduction thermique

18. Rappeler la loi de FOURIER de la conduction thermique. Déterminer l'unité de λ.

19. Effectuer un bilan d'énergie sur un système élémentaire contenu entre les abscisses x et $x+\mathrm{d}x$ de la plaque.

20. En déduire l'équation aux dérivées partielles qui régit $T(x,t)$, connue sous le nom d'équation de diffusion thermique : $D\dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \dfrac{\partial T}{\partial t}$, D étant la diffusivité thermique. Déterminer l'expression de D et son unité.

21. On suppose ici que la plaque conductrice est en contact à son extrémité $x=0$ avec un thermostat à la température T_a (constante et uniforme) ; il en est de même en $x=L$ avec un thermostat à la température T_1. On se place de plus en régime permanent. Déterminer la loi de température $T(x)$ le long de la plaque et le flux thermique ϕ (puissance) à travers la plaque.

22. En développant clairement l'analogie thermo-électrique, définir et exprimer la résistance thermique R_{th} de la plaque. Donner son unité.

Comportement thermique d'un transistor de puissance
Afin d'optimiser les performances d'un transistor de puissance, il est important de maintenir sa température de fonctionnement dans des limites raisonnables. On choisit pour cela d'utiliser un radiateur, directement lié au boîtier, afin d'augmenter les transferts thermiques avec l'air extérieur. Le but de cette question est de choisir le radiateur le mieux adapté aux conditions d'utilisation. On note Φ le flux (ou puissance) thermique que doit dissiper le transistor de puissance en régime permanent, R la résistance thermique convective transistor-radiateur, R_{rad} la résistance thermique convective des échanges air-radiateur (voir la figure 5). Les températures de l'air ambiant et du transistor sont respectivement T_a et T (supposée uniforme). Dans une étape intermédiaire, on pourra introduire la température moyenne T_R (uniforme) du radiateur.

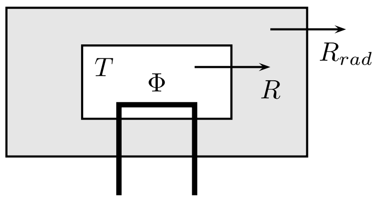

FIG. 5 – Carte électronique

23. Déterminer l'expression de R_{rad} qui permet de dissiper en régime permanent le flux Φ (en fonction de R, T, T_a et Φ).

24. Le catalogue de composants d'un fournisseur donne la courbe suivante (voir la figure 6) exprimant l'évolution de la résistance thermique thermique (exprimée en $\mathrm{K\cdot W^{-1}}$) des radiateurs disponibles en fonction de leur longueur (exprimée en mm). Déterminer la dimension utile du radiateur que l'on doit commander. Application numérique : $\Phi = 40$ W, $T_a = 293$ K, $T = 413$ K et $R = 0,5\ \mathrm{K\cdot W^{-1}}$.

Régulation de température
Dans cette partie, on se propose d'asservir en température un composant électronique, afin de tester l'évolution de ses performances. Le boîtier dont il est solidaire est mis au contact d'une plaque de chauffage, parcourue par une résistance électrique, alimentée par une puissance électrique $P(t)$. On note $R_1 = 1,0\ \mathrm{K\cdot W^{-1}}$ la résistance thermique et $C_1 = 400\ \mathrm{J\cdot K^{-1}}$ la capacité thermique de la plaque de chauffage ainsi que $R_2 = 4,0\ \mathrm{K\cdot W^{-1}}$ la résistance thermique et $C_2 = 1000\ \mathrm{J\cdot K^{-1}}$ la capacité thermique du composant. On pose $\theta_2 = T_2 - T_a$. Le modèle électrique équivalent est celui de la figure 7.

25. On définit la fonction de transfert $B(j\omega) = \dfrac{\theta(j\omega)}{P(j\omega)}$. Montrer que $B(j\omega)$ peut se mettre sous la forme :

$$B(j\omega) = \frac{B_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j2m_0\frac{\omega}{\omega_0}}$$

et déterminer les coefficients B_0, m_0 et ω_0. Effectuer l'application numérique.

26. Donner l'allure du diagramme de BODE en amplitude de $B(j\omega)$. Le graphique sera tracé en fonction de $\log x$ avec $x = \omega/\omega_0$.

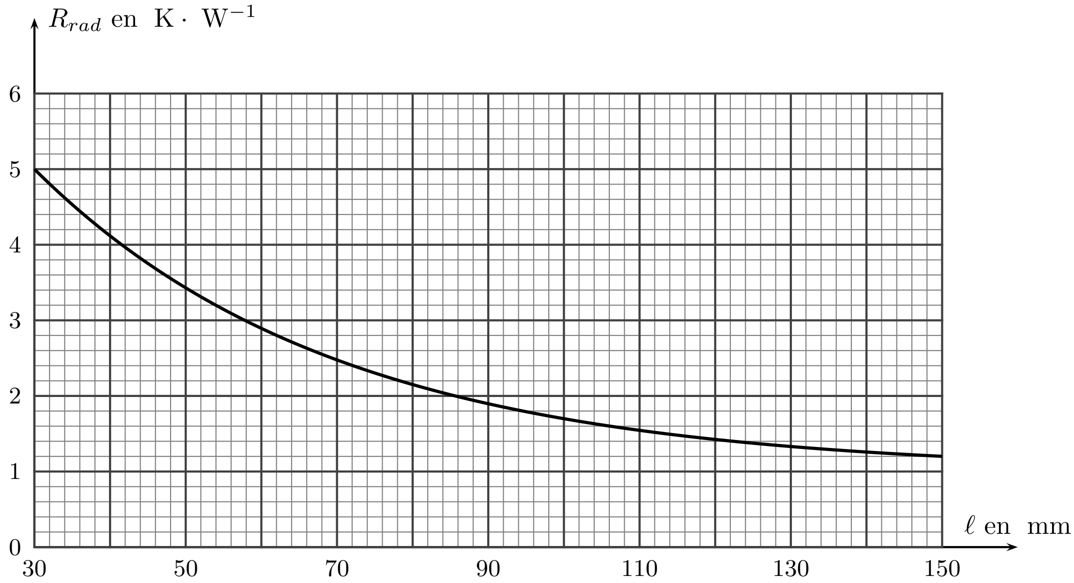

FIG. 6 – Résistance thermique en fonction de la longueur

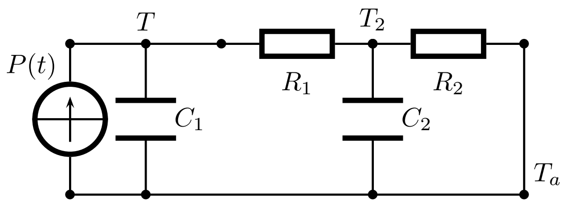

FIG. 7 – Modèle électrique

Pour réguler la différence de température θ, on boucle le système étudié selon le schéma d'asservissement suivant de la figure 8 où θ_c est la température dite de consigne, c'est-à-dire la température imposée à l'entrée du système et surtout, la valeur issue du cahier des charges vers laquelle on souhaite faire tendre la grandeur de sortie. $C(j\omega)$ représente le processus de commande de la résistance chauffante, assimilable à un système proportionnel : $C(j\omega) = \Gamma$ où le gain Γ est une constante.

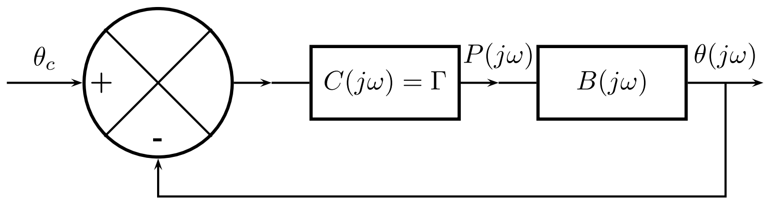

FIG. 8 – Système bouclé

27. Quelle est l'unité de Γ ? Montrer que l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée est : $H(j\omega) = \dfrac{\theta(j\omega)}{\theta_c(j\omega)} = \dfrac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} + j2m\frac{\omega}{\omega_1}}$. Calculer les coefficients H_0, m et ω_1.

28. Calculer la valeur de Γ permettant d'obtenir $m \simeq 0,7$. Quel est l'avantage de ce choix ?

29. Le gain ayant été réglé à la valeur précédente, on impose une consigne échelon, c'est-à-dire une variation brutale de la température de consigne, d'amplitude $\theta_0 = 100$ K. En régime établi, déterminer la valeur θ_∞ de la température de consigne et en déduire l'écart statique $\epsilon_\infty = \theta_\infty - \theta_0$.

30. Calculer le temps au bout duquel la réponse du système diffère de moins de 5% de sa valeur finale, appelée t_r *temps de réponse à* 5% sachant que pour $m \simeq 0,7$, $t_r \simeq \dfrac{3}{\omega_1}$.