

N° d'ordre :

**UNIVERSITE DE LA REUNION  
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES**

Thèse présentée par

**Pierre TODOROFF**

**Ingénieur Agronome de l'Ecole Nationale Supérieure Agronomique de Montpellier**

pour obtenir le titre de Docteur de l'Université de La Réunion

**Discipline : Sciences Physiques et Agronomie**

**Modélisation de la propagation de micro-ondes dans le sol afin d'obtenir un profil hydrique par réflectométrie temporelle**

Date de soutenance : le 23 octobre 1998

Composition du jury :

|              |                         |
|--------------|-------------------------|
| M. VAUCLIN   | Président et Rapporteur |
| A. PAPIERNIK | Rapporteur              |

|          |                     |
|----------|---------------------|
| P. HERVE | Directeurs de Thèse |
| J-P. LUC |                     |

|                  |            |
|------------------|------------|
| J-C. GATINA      | Examineurs |
| J-D. LAN SUN LUK |            |
| M. MAMODE        |            |
| F. MARAUX        |            |
| P. RUELLE        |            |

|             |         |
|-------------|---------|
| P. GENER    | Invités |
| D. SICAMOIS |         |

---

Thèse effectuée au sein du Laboratoire de Génie Industriel (Université de La Réunion) et du service Bioclimatologie – Irrigation - Canne à sucre (CIRAD Saint-Pierre – Réunion)

# Remerciements

*Ce travail a été effectué au sein à la fois du Laboratoire de Génie Industriel de l'Université de La Réunion et du service Bioclimatologie-Irrigation-Canne à sucre du CIRAD Réunion. J'aimerais avant tout remercier ces instituts pour leur enthousiaste hospitalité et leur appui financier, à travers notamment le budget de fonctionnement dont le CIRAD m'a fait bénéficier, ainsi que la Région Réunion et le Fonds Social Européen (FSE) qui ont participé à ma subsistance à travers ma bourse d'études.*

*Je tiens également à exprimer ma gratitude au Professeur Albert Papiernik de l'Université de Nice Sophia - Antipolis pour avoir accepté d'être rapporteur de cette thèse et m'avoir fait l'honneur de juger mon travail et à M. Michel Vauclin, directeur du LTHE de Grenoble pour avoir assumé la double tâche de rapporteur et de président du jury, ainsi qu'à Jean-Claude Gatina et Patrick Hervé, professeurs à l'Université de La Réunion, et Jean-Paul Luc professeur à l'ENSA-M, qui ont assuré la co-direction de cette thèse.*

*Mes remerciements s'adressent également à M. Paul Gener, Délégué du CIRAD à La Réunion, et M. Denis Sicamois, directeur de la société SDEC, pour avoir accepté notre invitation à assister à la soutenance de cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux.*

*Si je me suis engagé sur la voie de la réflectométrie temporelle et ai pu apporter ma pierre à son développement, c'est grâce à l'intuition et l'enthousiasme dont a fait preuve Pierre Langellier, agronome du CIRAD, et qu'il a su me communiquer lors de mon stage de fin d'études. Je lui en suis chaleureusement reconnaissant aujourd'hui et lui exprime ma plus sincère gratitude.*

*Je ne saurais bien-sûr présenter cette thèse sans rappeler le rôle essentiel qu'a joué Jean-Daniel Lan Sun Luk, Maître de Conférences à l'Université de La Réunion, des premiers balbutiements jusqu'à sa conclusion. Je ne lui serai jamais assez reconnaissant de son engagement sans faille, parfois contre l'adversité, à m'appuyer dans mes travaux, du temps qu'il n'a jamais hésité à me consacrer tout au long de ces trois années d'étroites collaborations et bien sûr de sa précieuse amitié. Merci Daniel d'avoir fait de ces trois ans d'efforts un souvenir passionné.*

*Je pense aussi à Malik Mamode, Maître de Conférences à l'Université de La Réunion, qui a largement balisé la voie de la propagation des ondes au début de ces travaux et a veillé à la rigueur de notre cheminement.*

*Merci encore à Brigitte Grondin et Jean-Pierre Phabriat, pour leur minutieuse et impitoyable relecture de ce manuscrit.*

*Je tiens également à exprimer ma gratitude à Florent Maraoux, chef du programme Bases Agronomiques de la Production Végétale au CIRAD pour la confiance qu'il m'a témoignée en défendant cette thèse lorsqu'elle n'était encore qu'un projet et s'être battu à maintes reprises contre les nombreuses*

*vents administratifs et marées politiques essuyés au début de cette aventure. Je suis heureuse aujourd'hui de pouvoir lui présenter la preuve du bien fondé de nos espoirs.*

*Je n'oublierai pas Jean-Claude Combres, responsable du service BIC (CIRAD Réunion) pour son accueil, son appui administratif expérimenté, sa patience et les doutes qu'il a su garder pour lui. Quisse-t-il trouver ici le témoignage de ma reconnaissance.*

*Je souhaiterais aussi remercier Jean-Paul Laurent chercheur au LTHE pour son aide, pour l'intérêt qu'il a porté à mes travaux et pour son appui bibliographique décisif lors de sa mission à la Réunion. Merci aussi à L. A. Pereira dos Santos et Tarik Zakri ex-doctorants au LTHE pour m'avoir fait profiter de leur expérience sur les fichiers de sortie de ces "mystérieux" réflectomètres...*

*J'adresse également tous mes remerciements à P. Ruelle, chercheur au CEMAGREF, qui a accepté d'être examinateur au sein du jury de thèse, ainsi qu'à Philippe Revol et Nathalie Gorretta, qui m'ont été d'un grand secours grâce leur oscilloscope large bande lorsque nous avons découvert que nous ne savions pas comment fonctionnait notre réflectomètre...*

*Et puis est arrivé Richard Lorion, compagnon de route au LGI, et ses algorithmes génétiques, qui m'ont accompagné sur la dernière ligne droite. Merci à toi Richard pour ces inénarrables moments de détente mais aussi d'épuisement au squash, on remet cela quand tu veux...*

*Merci également à Michel Benne, doctorant aussi au LGI, pour son soutien amical et la lumière qu'il a apporté à l'ignorant que j'étais sur les techniques d'identification.*

*Enfin ces quelques mots ne suffiront sans doute pas à remercier les ouvriers et techniciens et stagiaires du service BIC, Raymond Nativel et Lionel Lemezo, pour leur amitié, leur volontariat et leur aide précieuse sur le terrain.*

*Merci enfin à tous ceux qui de près ou de loin m'ont encouragé, accompagné dans mes réflexions électromagnétiques et qui se reconnaîtront certainement dans ces quelques lignes.*

# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| <b>INTRODUCTION</b>   | <b>7</b>  |
| <b>1<sup>ÈRE</sup> PARTIE : MODÉLISATION DE LA PROPAGATION DES ONDES EN MILIEU STRATIFIÉ</b>  | <b>10</b> |
| <b>I.1 - PRINCIPES DES MESURES D'HUMIDITÉ DU SOL PAR RÉFLECTOMÉTRIE DANS LE DOMAINE TEMPOREL</b>  | <b>11</b> |
| <b>I.2 - LES RÉFLEXIONS DE L'ONDE</b>   | <b>13</b> |
| <b>I.3 - EQUATIONS DES LIGNES DE TRANSMISSION</b>   | <b>15</b> |
| <b>I.4 - MISE EN ŒUVRE D'UN MODÈLE DE SIMULATION DE COURBES DE SIGNAL RÉFLÉCHI</b>  | <b>26</b> |
| I.4.1 – ALGORITHME DE PROPAGATION   | 26        |
| I.4.2 - ADAPTATION À UN CAS RÉEL : LE RÉFLECTOMÈTRE TRASE   | 29        |
| I.4.3 - ALGORITHME DE CALCUL  | 35        |
| <b>I.5 - DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL</b>  | <b>37</b> |
| <b>I.6 - COMPARAISON DES COURBES SIMULÉES ET DES COURBES RÉELLES</b>  | <b>38</b> |
| I.6.1 - MISE EN FORME DES COURBES DE SIGNAL RÉFLÉCHI FOURNIES PAR LE TRASE  | 38        |
| I.6.2 - RÉSULTATS DU MODÈLE   | 41        |
| <b>CONCLUSION DE LA PREMIÈRE PARTIE</b>   | <b>46</b> |
| <b>2<sup>ÈME</sup> PARTIE : INVERSION DES COURBES DE SIGNAL RÉFLÉCHI</b>  | <b>47</b> |
| <b>II.1 - INVERSION DES COURBES DE SIGNAL RÉFLÉCHI PAR "LAYER-PEELING ALGORITHM"</b>  | <b>48</b> |
| II.1.1 - PRINCIPE   | 48        |
| II.1.2 – INTRODUCTION D'UN SEUIL POUR LES COEFFICIENTS DE RÉFLEXION   | 52        |
| II.1.3 - MISE EN ŒUVRE DE L'INVERSION   | 54        |
| II.1.4 - RÉSULTATS  | 57        |
| II.1.5 - SYNTHÈSE   | 66        |
| <b>II.2 – L'IDENTIFICATION DE PROFILS HYDRIQUES PAR L'OPTIMISATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE DE SIMULATION DE COURBES DE SIGNAL RÉFLÉCHI</b> | <b>66</b> |
| II.2.1 - LES MÉTHODES DÉTERMINISTES CLASSIQUES ET L'ALGORITHME DE LEVENBERG MARQUARDT   | 67        |
| II.2.2 - LES ALGORITHMES GÉNÉTIQUES   | 74        |
| <b>II.3 – CONCLUSION DE LA DEUXIÈME PARTIE</b>  | <b>86</b> |
| <b>3<sup>ÈME</sup> PARTIE : UTILISATION DU MODÈLE D'INVERSION EN MILIEU RÉEL</b>  | <b>89</b> |

---

|  |            |
|--|------------|
| <b>III.1 - DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL</b>   | <b>90</b>  |
| III.1.1 – SITE DE MESURES  | 90         |
| III.1.2 – INSTRUMENTATION  | 92         |
| <b>III.2 – UN MODÈLE D'INVERSION ANALYTIQUE</b>                                    | <b>94</b>  |
| <b>III.3 - COMPARAISON DES PROFILS HYDRIQUES INVERSÉS AVEC LES PROFILS MESURÉS</b> | <b>96</b>  |
| <b>III.4 – APPLICATION DES MODÈLES AU SUIVI DE LA RÉSERVE UTILE DU SOL</b>         | <b>101</b> |
| III.4.1 - MÉTHODES DE CALCUL DU BILAN HYDRIQUE                                     | 101        |
| III.4.2 – SUIVI DE BILAN HYDRIQUE À PARTIR DE PROFILS                              | 103        |
| III.4.3 – SUIVI DE LA RÉSERVE HYDRIQUE   | 104        |
| <b>CONCLUSION GÉNÉRALE</b>   | <b>109</b> |
| <b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>   | <b>111</b> |
| <b>ANNEXES</b>   | <b>118</b> |

# Introduction

Modéliser la consommation en eau des plantes et caractériser le comportement hydrique des sols sont des étapes essentielles pour calculer au plus juste les doses d'irrigation des cultures et évaluer les risques de pollution des nappes sous-jacentes, principaux enjeux agronomiques d'aujourd'hui. S'agissant de milieux naturels, les données nécessaires pour atteindre ces objectifs sont particulièrement délicates à obtenir de par l'hétérogénéité spatiale de ces milieux et les conditions de mesures difficiles. Les mesures d'humidité du sol constituent encore aujourd'hui un frein sérieux à la connaissance de ces phénomènes. En effet elles sont nécessaires pour évaluer la réserve en eau du sol et effectuer des bilans hydriques, pour comprendre et quantifier les flux hydriques et de solutés, pour repérer la migration des fronts ou estimer la conductivité hydraulique des sols. Pour répondre à ces questions essentielles on ne peut plus se contenter de données approximatives ou de surface. On a en particulier besoin de connaître la répartition verticale de l'humidité dans le sol, ceci avec une bonne précision, de façon rapide, non destructive et automatisée pour des suivis continus.

La détermination de l'humidité par la méthode de prélèvement de sol, dite "thermogravimétrique", ne répond plus aujourd'hui à ces exigences, bien qu'elle demeure la méthode de référence pour contrôler et étalonner les autres techniques de mesures. Les sondes à neutrons ont partiellement répondu à ces attentes dans les années 60-70 (Gardner and Kirkham, 1952 ; Van Bavel, 1963) mais leurs mesures restent plus ou moins précises, leur utilisation est relativement lourde et surtout leur source radioactive pose des problèmes sanitaires et réglementaires de plus en plus contraignants.

Depuis une quinzaine d'années ont été développées en parallèle des techniques électriques (mesures de résistance) (Fletcher Armstrong et al., 1985) et électromagnétiques (sondes capacitatives) (Gaudu et al., 1993) mais qui posent encore des problèmes de précision et de fiabilité. La réflectométrie dans le domaine temporel (TDR : Time Domain Reflectometry en anglais), technique électromagnétique démocratisée plus récemment, se montre plus performante et est en plein développement depuis une dizaine d'années.

Il s'agit d'une technique utilisée à l'origine dans le domaine des télécommunications pour contrôler l'état des câbles électriques (localisation des ruptures) et adaptée à l'agronomie et l'hydrologie pour la mesure de l'humidité des sols (Topp et al., 1980). Elle semble répondre assez bien aux attentes de la recherche par ses applications multiples : mesure

d'humidité volumique, mesure d'eau libre dans les sols gelés (Spaans and Baker, 1995 ; Van Der Keur, 1995), de conductivité électrique (Dasberg and Dalton, 1985 ; Topp et al., 1988), de flux de solutés (Kachanoski and Ward, 1995 ; Risler et al., 1996). De plus elle est automatisable, multiplexable et facile de mise en œuvre sur le terrain. Son principe de mesure repose sur la détermination de la vitesse de propagation de micro-ondes le long de guides d'ondes enfoncés dans le sol, vitesse fortement corrélée à l'humidité volumique. On n'obtient cependant encore qu'une mesure globale localisée le long de ces guides.

Les appareils disponibles sur le marché permettent d'utiliser des guides relativement longs (1 m voir plus), et de mesurer l'amplitude du signal temporel réfléchi au fur et à mesure de la propagation du signal émis émise par l'appareil, le long de ces guides. Sachant que c'est l'humidité du sol qui influe principalement sur cette amplitude, notre objectif est d'analyser avec précision cette courbe de réflexion pour déterminer la répartition de l'humidité, et non plus sa valeur moyenne, et calculer ainsi un profil hydrique de sol à partir d'une seule mesure. Cette perspective constituerait un progrès métrologique considérable en permettant par exemple l'insertion aisée des sondes depuis la surface sans avoir à creuser le sol pour en enterrer, l'économie de leur nombre nécessaire pour avoir un profil d'humidité, l'accès à l'humidité du sol sur trois dimensions à partir de l'implantation verticale de sondes selon un quadrillage de la surface du sol, et ceci de façon non destructive.

Notre problème est un problème assez "classique", souvent associé aux techniques de sondage, que l'on rencontre dans des domaines aussi variés que l'électronique pour la conception de filtres digitaux ou la mesure d'impédance de circuits, la géophysique pour l'étude des structures géologiques, la détection sous-marine... On envoie une onde dans un milieu de configuration inconnue, onde qui peut être électromagnétique, mais aussi acoustique, et on mesure la réponse du milieu. Dans la plupart des cas, on ne peut pas espérer retrouver cette configuration à partir de cette réponse sans une connaissance précise des phénomènes de propagation du signal. C'est pourquoi nous avons adopté une démarche consistant à aborder dans un premier temps le problème direct, c'est à dire la simulation de la réponse d'un milieu de configuration connue au signal électromagnétique émis par un réflectomètre. Ceci afin de valider un processus de propagation du signal. C'est l'objet de la première partie de cette thèse.

Nous allons ainsi suivre une approche temporelle discrète nous amenant à modéliser la propagation d'un signal hyperfréquence dans un milieu stratifié. Cette étape va aboutir à un modèle numérique calculant, à partir d'un profil hydrique de sol donné, la courbe de signal réfléchi telle qu'elle est enregistrée par un réflectomètre.

Nous traiterons dans un deuxième temps l'inversion de ce problème, c'est à dire retrouver la configuration du milieu à partir de sa réponse au signal émis par le réflectomètre.

Nous allons pour cela avoir recours à des techniques auxquelles il est fait appel pour résoudre les problèmes inverses ("*inverse-scattering*" en anglais (Bruckstein and Kailath, 1987), ou plus précisément d'"*inverse profiling*" dans un cas unidimensionnel tel que le nôtre). Nous allons ainsi explorer dans la deuxième partie de cette thèse deux voies possibles permettant de remonter au profil hydrique de sol à partir d'une courbe de signal réfléchi mesurée.

La première voie consiste à inverser de façon déterministe le modèle de propagation selon une technique itérative calculant les valeurs d'humidité strate après strate (technique dite aussi de "*layer-peeling algorithm*"). La seconde voie est basée sur l'optimisation des paramètres du modèle de propagation par une technique originale : les algorithmes génétiques.

Nous étudierons les limites d'utilisation de ces techniques sur des milieux contrôlés.

Dans la troisième partie nous présenterons les résultats obtenus à partir de mesures en milieu réel. En particulier nous effectuerons un calcul de bilan hydrique sous canne à sucre.

# **1<sup>ère</sup> Partie : modélisation de la propagation des ondes en milieu stratifié**

***1.1 - Principes des mesures d'humidité du sol par réflectométrie dans le domaine temporel***

***1.2 - Les réflexions de l'onde***

***1.3 - Equations des lignes de transmission***

***1.4 - Mise en œuvre d'un modèle de simulation de courbes de signal réfléchi***

***1.5 - Dispositif expérimental***

***1.6 - Comparaison des courbes simulées et des courbes réelles***

***Conclusion de la première partie***

Nous présentons dans cette partie un modèle de simulation de courbes de signal réfléchi enregistrées par un réflectomètre, avec le profil hydrique de sol comme paramètre d'entrée. Nous établissons dans un premier temps ses bases théoriques à partir des équations des lignes de transmission et l'adaptions dans un deuxième temps pour que les résultats simulés soient les plus proches possibles de ceux obtenus avec notre réflectomètre.

## I.1 - Principes des mesures d'humidité du sol par réflectométrie dans le domaine temporel

Avant d'aborder la théorie de la propagation des ondes, rappelons les principes de la réflectométrie dans le domaine temporel appliquée aux mesures d'humidité des sols.

Les réflectomètres sont constitués d'un générateur de signal, d'un oscilloscope, d'un échantillonneur (qui permet à l'oscilloscope d'atteindre des fréquences d'échantillonnage de l'ordre de quelques GHz) (Figure 1), et de guides d'ondes (souvent 2 à 3 tiges métalliques parallèles que l'on enfonce dans le sol) jouant le rôle de sonde.

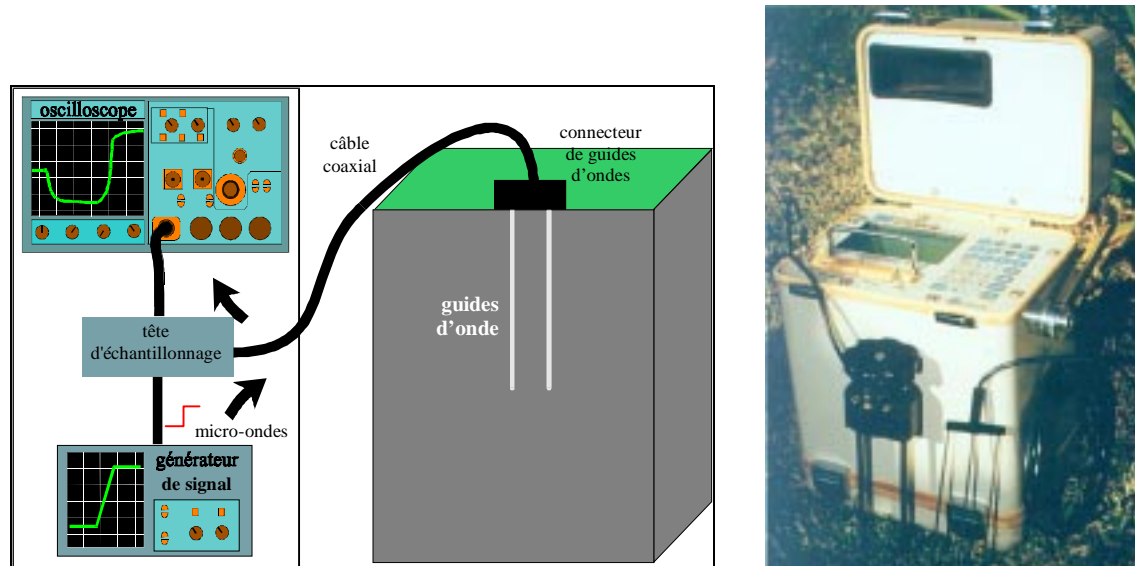
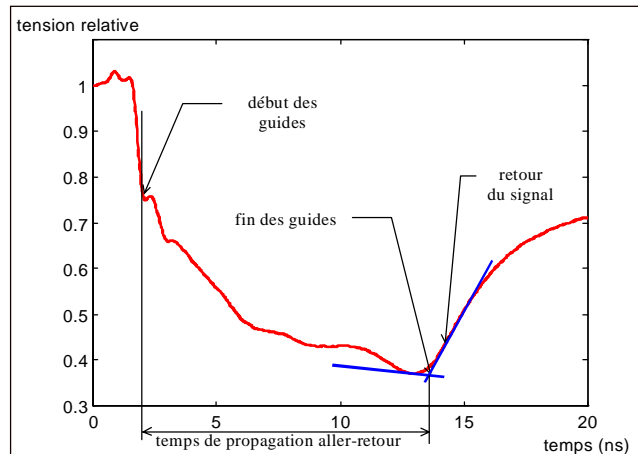


Figure 1 : constitution d'un réflectomètre - exemple du Trase System I<sup>1</sup>

Le générateur de signal émet une tension en échelon, de temps de montée d'environ 200ps (correspondant à une fréquence de quelques GHz), qui se propage via un câble coaxial le long des guides d'ondes. Arrivé à l'extrémité finale des guides, le signal est réfléchi vers

<sup>1</sup> Trase System I version 1800, SoilMoisture Eq. Corp. – Santa Barbara, USA

l'oscilloscope qui enregistre les variations d'amplitude de l'onde en fonction du temps, en début du câble. On obtient ainsi des courbes similaires à celle de la Figure 2.



**Figure 2 : exemple de courbe de signal réfléchi enregistrée par un réflectomètre**

On détermine le temps de propagation de l'onde en repérant l'instant de l'arrivée du signal au début des guides (le connecteur de guides provoque un léger décrochage aisément repérable sur la courbe) et l'instant de son retour après réflexion en bout de guides. Un algorithme souvent intégré dans l'appareil permet d'automatiser ce calcul (Heimovaara and Bouten, 1990 ; Klemunes et al., 1996). Ce temps varie selon la valeur de la permittivité relative du sol  $\epsilon_r$  (ou constante diélectrique). Sous l'hypothèse d'un milieu homogène et sans pertes (parfait), on peut écrire :

$$\epsilon_r = \left( \frac{cT}{2L} \right)^2 \quad (1)$$

avec  $c$  = vitesse de la lumière dans le vide ( $=3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ )

$T$  = temps de propagation aller-retour, mesuré à partir de la courbe de signal réfléchi

$L$  = longueur des guides d'ondes

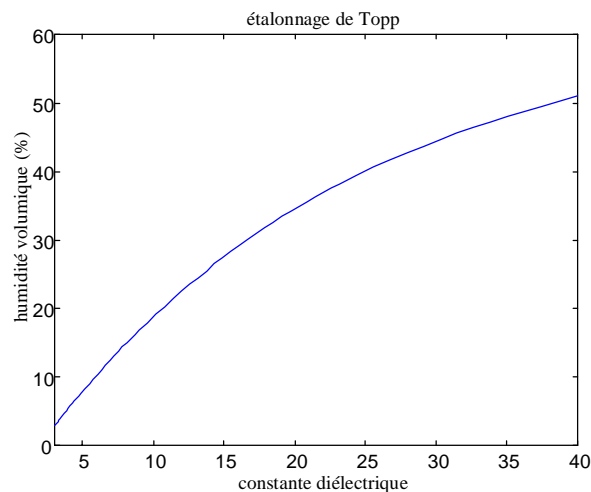
Remarque : la constante diélectrique correspond en régime harmonique à la partie réelle de la permittivité relative  $\epsilon_r = \epsilon' - j\epsilon''$ . Dans les sols, on considère que cette constante diélectrique  $\epsilon'$  domine largement le terme imaginaire, on a  $\epsilon_r \approx \epsilon'$  (Hoekstra and Delaney, 1974).

La constante diélectrique effective du sol est fonction des constantes diélectriques de ses constituants, c'est à dire de l'air ( $\epsilon_r=1$ ), des particules minérales ( $\epsilon_r \in [3;5]$ ) et de l'eau ( $\epsilon_r=80$ ). La contribution de celle de l'eau étant prépondérante devant celle des autres constituants, c'est la teneur relative en eau qui impose la constante diélectrique du sol.

Un étalonnage permet de relier la teneur relative en eau et la constante diélectrique. Il en existe différents types, citons en particulier les modèles semi-déterministes basés sur les lois de mélanges (Roth et al., 1990), et les modèles empiriques consistant à ajuster une fonction (polynomiale ou linéaire) sur des points expérimentaux (Topp et al., 1980 ; Roth et al., 1992). A chacun de choisir celui qui convient le mieux en fonction de la précision ou simplicité recherchée et des connaissances disponibles sur le site de mesures (Todoroff and Langellier, 1998 ; Zakri, 1997 ; Dirksen and Dasberg, 1993). Ces points n'étant pas l'objet de cette thèse, nous choisirons l'étalonnage dit « universel » de Topp et al. (1980) qui se résume à l'équation polynomiale suivante :

$$H_v = -5,3.10^{-2} + 2,92.10^{-2} \epsilon_r - 5,5.10^{-4} \epsilon_r^2 + 4,3.10^{-6} \epsilon_r^3 \quad (2)$$

(avec  $H_v$  = humidité volumique en  $m^3$  d'eau /  $m^3$  de sol)



**Figure 3 : représentation graphique de l'étalonnage de Topp et al. (1980)**

## I.2 - Les réflexions de l'onde

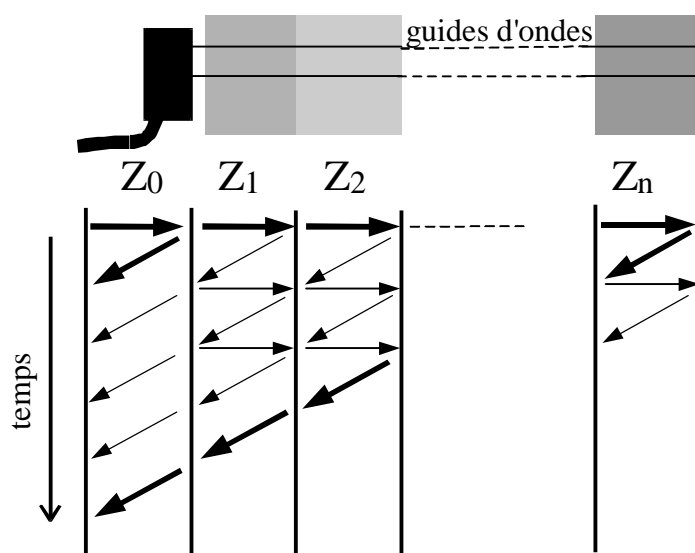
Comment, à partir de cette mesure globale peut-on accéder à un profil d'humidité ? C'est ce que nous allons voir en étudiant de plus près la propagation des ondes en milieu stratifié.

Nous avons vu que le signal est réfléchi lorsqu'il atteint la fin des guides. Il subit en fait des réflexions plus ou moins importantes lorsqu'il rencontre une variation d'impédance  $Z$  au cours de sa propagation comme nous allons le voir plus loin (De Clerck, 1982 ; Fellner-

Feldegg, 1969). Il est alors en partie transmis, et poursuit sa propagation le long de la ligne, et en partie réfléchi et repart en sens inverse.

Dans le cas de guides d'ondes enfoncés dans le sol, les discontinuités d'impédance sont multiples, créées par les différences d'humidité du sol le long des tiges. Après le passage d'une première discontinuité, le signal partiellement transmis va ainsi rencontrer une seconde discontinuité et donner naissance à nouveau à un signal transmis et un signal réfléchi, et ainsi de suite (Figure 4) (Yanuka et al., 1988 ; Oliver, 1964). La ligne est donc le siège de multiples échos se propageant dans les deux sens : vers la fin des guides pour les signaux transmis, et vers le début des guides pour les signaux réfléchis.

Notons que le circuit ouvert en fin de guides constitue une discontinuité majeure qui provoque la réflexion quasi-totale de l'onde incidente vers l'appareil. Nous ne nous intéresserons qu'au premier aller-retour de l'onde le long des guides. La charge en fin de guides n'est donc pas cruciale dans notre travail, nous la considérerons comme une impédance infinie.

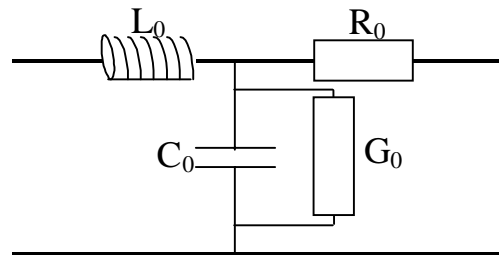


**Figure 4 : réflexions et transmissions successives de l'onde le long d'une ligne non uniforme**

Les lois de propagation des ondes qui découlent des équations de Maxwell ne permettent pas d'établir une relation simple entre un profil d'impédance, ou hydrique, et l'équation de la courbe de signal réfléchi. Nous utilisons alors une discrétisation spatiale du milieu en segments homogènes infinitésimaux (strates d'humidité et conductivité électrique constante) sur lesquels nous allons appliquer les lois des lignes et calculer pour chacun d'eux les échos transmis et réfléchis.

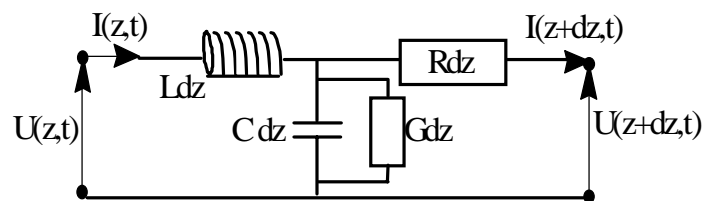
(On appellera écho, et non ondelette, toute fraction d'onde transmis ou réfléchi, ceci afin d'éviter toute ambiguïté avec la théorie des ondelettes ("wavelets"))

Dans le cadre de cette modélisation, les guides d'ondes traversant une strate du milieu de propagation peuvent être représentés par leur circuit électrique équivalent  $R_0, L_0, C_0, G_0$  (Figure 5) (Vander Vorst, 1995).



**Figure 5 : schéma électrique équivalent de guides d'ondes parallèles dans une strate de sol homogène**

On représente alors l'ensemble de l'épaisseur de sol traversée, de caractéristiques hydriques variables, par un assemblage en série de ces schémas élémentaires infinitésimaux de longueur  $dx$ , correspondant chacun à un segment homogène de milieu de propagation. Chacun de ces segments est caractérisé par une valeur de résistance  $R.dz$ , d'inductance  $L.dz$ , de capacité  $C.dz$  et de conductance  $G.dz$  (Figure 6).  $R, L, C$  et  $G$  sont les constantes réparties par unité de longueur.



**Figure 6 : schéma électrique équivalent d'un segment de propagation infinitésimal homogène**

### I.3 - Equations des lignes de transmission

Hypothèse H1 : nous considérons maintenant que les caractéristiques  $R, L, C, G$  du milieu de propagation, sont **stationnaires (indépendantes du temps)**.

Les équations des lignes appliquées au schéma de la Figure 6 s'écrivent en chaque point  $z$  de la ligne et à chaque instant  $t$  (voir par exemple Kraus, 1985) :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial z}(z, t) = -R(z)I(z, t) - L(z) \frac{\partial I}{\partial t}(z, t) \\ \frac{\partial I}{\partial z}(z, t) = -G(z)U(z, t) - C(z) \frac{\partial U}{\partial t}(z, t) \end{cases} \quad (3)$$

(U et I étant la tension et l'intensité du courant)

Dans le cas où  $R$ ,  $L$ ,  $C$  et  $G$  ne dépendent pas de  $z$ , ces équations sont aussi appelées équations des télégraphistes, en référence à leur premier domaine d'application.

### 1 - Introduction d'une onde montante et d'une onde descendante

Nous nous proposons de rechercher la solution pour  $U$  comme la superposition d'une onde montante  $U_+$  (se propageant dans le sens des  $z$  positifs) et d'une onde descendante  $U_-$  (se propageant dans le sens des  $z$  négatifs).

On pose 
$$\begin{cases} U(z, t) = U_+(z, t) + U_-(z, t) \\ I(z, t) = Y(z)[U_+(z, t) - U_-(z, t)] \end{cases} \quad (\text{Vander Vorst, 1995}) \quad (4)$$

(avec  $Y(z)$  : admittance).

Le système devient :

$$\begin{cases} \frac{\partial (U_+ + U_-)}{\partial z}(z, t) = -R(z)Y(z)(U_+ - U_-)(z, t) - L(z) \frac{\partial Y(z)(U_+ - U_-)}{\partial t}(z, t) \\ \frac{\partial Y(z)(U_+ - U_-)}{\partial z}(z, t) = -G(z)(U_+ + U_-)(z, t) - C(z) \frac{\partial (U_+ + U_-)}{\partial t}(z, t) \end{cases} \quad (5)$$

Dans la suite, pour des raisons de clarté, nous écrirons respectivement  $R$ ,  $L$ ,  $C$ ,  $G$  pour  $R(z)$ ,  $L(z)$ ,  $C(z)$  et  $G(z)$ , et de même  $U_+$  et  $U_-$  pour  $U_+(z, t)$  et  $U_-(z, t)$ .

Après développement :

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial U_+}{\partial z} + LY \frac{\partial U_+}{\partial t} \right) + \left( \frac{\partial U_-}{\partial z} - LY \frac{\partial U_-}{\partial t} \right) = -RY(U_+ - U_-) \\ \frac{\partial Y}{\partial z} U_+ + Y \frac{\partial U_+}{\partial z} + C \frac{\partial U_+}{\partial t} - \frac{\partial Y}{\partial z} U_- - Y \frac{\partial U_-}{\partial z} + C \frac{\partial U_-}{\partial t} = -G(U_+ + U_-) \end{cases} \quad (6)$$

Nous pouvons réécrire ce système sous la forme :

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial U_+}{\partial z} + LY \frac{\partial U_+}{\partial t} \right) + \left( \frac{\partial U_-}{\partial z} - LY \frac{\partial U_-}{\partial t} \right) = -RY(U_+ - U_-) \\ \left( \frac{\partial U_+}{\partial z} + \frac{C}{Y} \frac{\partial U_+}{\partial t} \right) - \left( \frac{\partial U_-}{\partial z} - \frac{C}{Y} \frac{\partial U_-}{\partial t} \right) = \left( -\frac{G}{Y} - \frac{\partial Y}{Y \partial z} \right) U_+ + \left( -\frac{G}{Y} + \frac{\partial Y}{Y \partial z} \right) U_- \end{cases} \quad (7)$$

## 2 - Condition de non-distorsion

Pour simplifier la résolution de ce système, nous posons l'hypothèse restrictive

$$L(z)Y(z) = \frac{C(z)}{Y(z)} \text{ ou encore } \frac{1}{Y^2} = \frac{L}{C} \quad (8)$$

Remarque : l'impédance en régime harmonique est égale à :

$$Z(j\omega) = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}.$$

$$\text{Si } \frac{L}{R} = \frac{C}{G} \text{ alors } Z(j\omega) = \frac{1}{Y(j\omega)} = \sqrt{\frac{L\left(\frac{R}{L} + j\omega\right)}{C\left(\frac{G}{C} + j\omega\right)}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{R}{G}}.$$

$$\text{Autre conséquence : } \frac{G}{Y} = RY$$

Hypothèse H2 : par analogie avec le régime harmonique, nous reconnaissons ici une condition dite de **non-distorsion**, plus connue sous la forme **L/R=C/G** (Vander Vorst, 1995).

On a alors, après addition d'une part et soustraction d'autre part des deux équations du système (7) :

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial U_+}{\partial z} + \frac{C}{Y} \frac{\partial U_+}{\partial t} \right) = \frac{1}{2} \left[ U_+ \left( -\frac{G}{Y} - RY - \frac{\partial Y}{Y \partial z} \right) + U_- \left( -\frac{G}{Y} + RY + \frac{\partial Y}{Y \partial z} \right) \right] \\ \left( \frac{\partial U_-}{\partial z} - LY \frac{\partial U_-}{\partial t} \right) = \frac{1}{2} \left[ U_+ \left( \frac{G}{Y} - RY + \frac{\partial Y}{Y \partial z} \right) + U_- \left( \frac{G}{Y} + RY - \frac{\partial Y}{Y \partial z} \right) \right] \end{cases} \quad (9)$$

Ces équations ont la forme d'équations différentielles de propagation. On peut donc identifier  $v=v(z)$ =vitesse de propagation des ondes  $U_+$  et  $U_-$  à l'abscisse  $z$ , et poser

$$\frac{1}{v} = LY = \frac{C}{Y}. \text{ Il vient :}$$

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial U_+}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial U_+}{\partial t} \right) = \frac{1}{2} \left[ U_+ \left( -2RY - \frac{\partial Y}{Y \partial z} \right) + U_- \frac{\partial Y}{Y \partial z} \right] \\ \left( \frac{\partial U_-}{\partial z} - \frac{1}{v} \frac{\partial U_-}{\partial t} \right) = \frac{1}{2} \left[ U_+ \frac{\partial Y}{Y \partial z} + U_- \left( 2RY - \frac{\partial Y}{Y \partial z} \right) \right] \end{cases} \quad (10)$$

Soit encore,

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial U_+}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial U_+}{\partial t} \right) = \frac{1}{2} \left[ U_+ \left( -2RY - \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \right) + U_- \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \right] \\ \left( \frac{\partial U_-}{\partial z} - \frac{1}{v} \frac{\partial U_-}{\partial t} \right) = \frac{1}{2} \left[ U_+ \frac{\partial \ln Y}{\partial z} + U_- \left( 2RY - \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \right) \right] \end{cases} \quad (11)$$

### 3 – Utilisation de la variable de Laplace

Pour résoudre ce système, utilisons la transformation de Laplace par rapport au temps et remplaçons  $U_{\pm}(z,t)$  par sa transformée  $\hat{U}_{\pm}(z,p)$ . Le système devient :

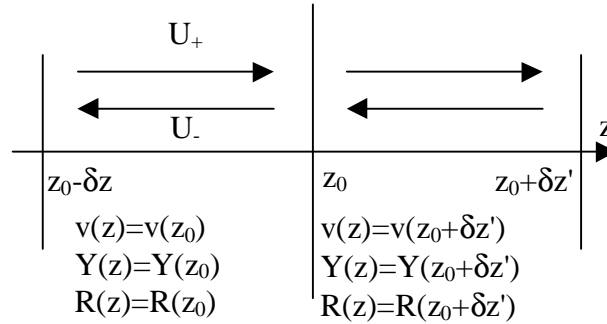
$$\begin{cases} \left( \frac{\partial \hat{U}_+}{\partial z} + \frac{1}{v} p \hat{U}_+ \right) = \frac{1}{2} \left( -\frac{\partial \ln Y}{\partial z} \hat{U}_+ + \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \hat{U}_- \right) \\ \left( \frac{\partial \hat{U}_-}{\partial z} - \frac{1}{v} p \hat{U}_- \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \hat{U}_+ - \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \hat{U}_- \right) \end{cases} \quad (12)$$

ou encore

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{U}_+}{\partial z} + \hat{U}_+ \left( \frac{p}{v} + RY + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \hat{U}_- \\ \frac{\partial \hat{U}_-}{\partial z} + \hat{U}_- \left( \frac{p}{v} + RY - \frac{1}{2} \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial \ln Y}{\partial z} \hat{U}_+ \end{cases} \quad (13)$$

#### 4 – Solutions locales du système

Résolvons ces équations différentielles sur l'intervalle  $[z_0 - \delta z ; z_0]$  d'une part et sur l'intervalle  $[z_0 ; z_0 + \delta z']$  d'autre part (la notation  $\delta z$  représente un segment de ligne de propagation que l'on peut considérer comme un accroissement de  $z$ ) (voir Figure 7).



**Figure 7 : représentation des paramètres de la ligne en  $z$**

Hypothèse H3 : on considère  $\delta z$  suffisamment petit devant la longueur de la ligne pour considérer le milieu comme homogène.

Donc  $\frac{d \ln Y}{d z} = 0$ .

Il vient 
$$\begin{cases} \frac{d \hat{U}_+}{\hat{U}_+} = -\left(\frac{p}{v} + RY\right) dz \\ \frac{d \hat{U}_-}{\hat{U}_-} = \left(\frac{p}{v} + RY\right) dz \end{cases} \quad (14)$$

Les solutions générales sont :

- Pour  $z \in [z_0 - \delta z ; z_0]$ ,  $v(z)=v(z_0)$ ,  $Y(z)=Y(z_0)$ ,  $R(z)=R(z_0)$

$$\begin{cases} \hat{U}_+(z, p) = \hat{U}_+(z_0 - \delta z, p) e^{-\left(\frac{p}{v(z_0)} + RY(z_0)\right)(z - z_0 + \delta z)} \\ \hat{U}_-(z, p) = \hat{U}_-(z_0, p) e^{\left(\frac{p}{v(z_0)} + RY(z_0)\right)(z - z_0)} \end{cases} \quad (15)$$

- Et pour  $z \in [z_0 ; z_0 + \delta z']$ ,  $v(z)=v(z_0 + \delta z')$ ,  $Y(z)=Y(z_0 + \delta z')$ ,  $R(z)=R(z_0 + \delta z')$

$$\begin{cases} \hat{U}_+(z, p) = \hat{U}_+(z_0, p) e^{-\left(\frac{p}{v(z_0 + \delta z')} + RY(z_0 + \delta z')\right)(z - z_0)} \\ \hat{U}_-(z, p) = \hat{U}_-(z_0 + \delta z', p) e^{\left(\frac{p}{v(z_0 + \delta z')} + RY(z_0 + \delta z')\right)(z - z_0 - \delta z')} \end{cases} \quad (16)$$

## 5 - Continuité à la frontière

La continuité de la tension et de l'intensité du courant impose que l'on doit avoir en  $z=z_0$

$$\begin{cases} \hat{U}(z_0^-, p) = \hat{U}(z_0^+, p) \\ \text{et } \hat{I}(z_0^-, p) = \hat{I}(z_0^+, p) \end{cases} \quad \text{soit encore}$$

$$\begin{cases} \hat{U}_+(z_0^-, p) + \hat{U}_-(z_0^-, p) = \hat{U}_+(z_0^+, p) + \hat{U}_-(z_0^+, p) \\ Y(z) (\hat{U}_+(z_0^-, p) - \hat{U}_-(z_0^-, p)) = Y(z) (\hat{U}_+(z_0^+, p) - \hat{U}_-(z_0^+, p)) \end{cases} \quad (17)$$

Réécrivons ce système à partir des systèmes d'équations (15) et (16). Il vient :

$$\begin{cases} \hat{U}_+(z_0 - \delta z, p) e^{-\left(\frac{p}{v(z_0)} + RY(z_0)\right) \delta z} + \hat{U}_-(z_0, p) = \\ \hat{U}_+(z_0, p) + \hat{U}_-(z_0 + \delta z', p) e^{-\left(\frac{p}{v(z_0 + \delta z')} + RY(z_0 + \delta z')\right) \delta z'} \\ Y(z_0) \left[ \hat{U}_+(z_0 - \delta z, p) e^{-\left(\frac{p}{v(z_0)} + RY(z_0)\right) \delta z} - \hat{U}_-(z_0, p) \right] = \\ Y(z_0 + \delta z') \left[ \hat{U}_+(z_0, p) - \hat{U}_-(z_0 + \delta z', p) e^{-\left(\frac{p}{v(z_0 + \delta z')} + RY(z_0 + \delta z')\right) \delta z'} \right] \end{cases} \quad (18)$$

Isolons  $\hat{U}_+(z, p)$  et  $\hat{U}_-(z, p)$  dans deux équations indépendantes. Pour simplifier l'écriture,

$$\text{notons} \quad \begin{cases} a_1 = \hat{U}_+(z_0 - \delta z, p) e^{-\left(\frac{p}{v(z_0)} + RY(z_0)\right) \delta z} \\ a_2 = \hat{U}_+(z_0, p) \\ b_1 = \hat{U}_-(z_0, p) \\ b_2 = \hat{U}_-(z_0 + \delta z', p) e^{-\left(\frac{p}{v(z_0 + \delta z')} + RY(z_0 + \delta z')\right) \delta z'} \end{cases}$$

$$\text{Le système s'écrit alors} \quad \begin{cases} a_1 + b_1 = a_2 + b_2 \\ Y(z_0)(a_1 - b_1) = Y(z_0 + \delta z')(a_2 - b_2) \end{cases} \quad (19)$$

On forme les deux systèmes suivants :

$$\begin{cases} Y(z_0)(a_1 + b_1) = Y(z_0)(a_2 + b_2) \\ Y(z_0)(a_1 - b_1) = Y(z_0 + \delta z')(a_2 - b_2) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} Y(z_0 + \delta z')(a_1 + b_1) = Y(z_0 + \delta z')(a_2 + b_2) \\ Y(z_0)(a_1 - b_1) = Y(z_0 + \delta z')(a_2 - b_2) \end{cases} \quad (20)$$

En additionnant les deux équations du système de gauche et soustrayant celles du système de droite on obtient :

$$\begin{cases} 2Y(z_0)a_1 = (Y(z_0) + Y(z_0 + \delta z'))a_2 + (Y(z_0) - Y(z_0 + \delta z'))b_2 \\ (Y(z_0 + \delta z') - Y(z_0))a_1 + (Y(z_0 + \delta z') + Y(z_0))b_1 = 2Y(z_0 + \delta z')b_2 \end{cases} \quad (21)$$

d'où

$$\begin{cases} a_2 = \frac{2Y(z_0)a_1 - (Y(z_0) - Y(z_0 + \delta z'))b_2}{Y(z_0) + Y(z_0 + \delta z')} \\ b_1 = \frac{2Y(z_0 + \delta z')b_2 + (Y(z_0) - Y(z_0 + \delta z'))a_1}{Y(z_0) + Y(z_0 + \delta z')} \end{cases} \quad (22)$$

## 6 - Hypothèse de milieu lentement variable

Hypothèse H4 : Pour aller plus loin dans la résolution de ce système, nous allons faire l'hypothèse fréquemment employée en propagation des ondes d'un **milieu lentement variable**.

Cette hypothèse correspond, d'un point de vue global, à un milieu dont les caractéristiques sont dérivables.

On considère  $Y(z_0)$  peu différent de  $Y(z_0 + \delta z')$ . En première approximation on accepte comme valable le modèle d'ordre 1 de la variation :  $Y(z_0 + \delta z') - Y(z_0) \approx \delta z' \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}$ .

Le système devient :

$$\begin{cases} a_2 = \frac{2Y(z_0)}{2Y(z_0) + \delta z' \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} a_1 + \frac{\delta z' \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}}{2Y(z_0) + \delta z' \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} b_2 \\ b_1 = \frac{2Y(z_0) + 2\delta z' \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}}{2Y(z_0) + \delta z' \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} b_2 - \frac{\delta z' \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}}{2Y(z_0) + \delta z' \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} a_1 \end{cases} \quad (23)$$

Divisons les équations par  $2Y(z)$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_2 = \frac{1}{1 + \frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} a_1 + \frac{\frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}}{1 + \frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} b_2 \\ b_1 = \left( \frac{1}{1 + \frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} + \frac{\frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}}{1 + \frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} \right) b_2 - \frac{\frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}}{1 + \frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} a_1 \end{array} \right. \quad (24)$$

Quand  $\left| \frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0} \right|$  est très petit devant 1, c'est à dire  $\frac{1}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \delta z' \ll 1$  (nous

vérifierons cette condition plus tard), on peut remplacer  $\frac{1}{1 + \frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}}$  par son

développement limité au premier ordre :  $\frac{1}{1 + \frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}} \approx 1 - \frac{\delta z'}{2} \frac{1}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0}$ .

$$\text{Il vient : } \left\{ \begin{array}{l} a_2 = \left( 1 - \frac{\delta z'}{2Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0} \right) a_1 + \frac{\delta z'}{2Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0} \left( 1 - \frac{\delta z'}{2Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0} \right) b_2 \\ b_1 = \left( 1 - \frac{\delta z'}{2Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0} + \frac{\delta z'}{Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0} \right) b_2 - \frac{\delta z'}{2Y(z_0)} \left( \frac{dY}{dz} \right)_{z_0} a_1 \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\text{C'est à dire : } \left\{ \begin{array}{l} a_2 = \left( 1 - \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \right) a_1 + \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} b_2 \\ b_1 = \left( 1 + \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \right) b_2 - \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} a_1 \end{array} \right. \quad (26)$$

L'expression complète est donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{U}_+(z_0, p) = \left( 1 - \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \right) \hat{U}_+(z_0 - \delta z, p) e^{-\left( \frac{p}{v(z_0)} + RY(z_0) \right) \delta z} + \\ \quad \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \hat{U}_-(z_0 + \delta z', p) e^{-\left( \frac{p}{v(z_0 + \delta z')} + RY(z_0 + \delta z') \right) \delta z'} \\ \hat{U}_-(z_0, p) = -\frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \hat{U}_+(z_0 - \delta z, p) e^{-\left( \frac{p}{v(z_0)} + RY(z_0) \right) \delta z} + \\ \quad \left( 1 + \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \right) \hat{U}_-(z_0 + \delta z', p) e^{-\left( \frac{p}{v(z_0 + \delta z')} + RY(z_0 + \delta z') \right) \delta z'} \end{array} \right. \quad (27)$$

## 7 - Retour à la forme temporelle

Rappelons que la transformée de Laplace inverse de  $\hat{U}(z_0, p) e^{-\frac{p}{v(z_0)} \delta z}$  est  $U\left(z_0, t - \frac{\delta z}{v(z_0)}\right)$ .

On a donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_+(z_0, t) = \left( 1 - \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \right) U_+(z_0 - \delta z, t - \frac{\delta z}{v(z_0)}) e^{-RY(z_0) \delta z} + \\ \quad \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} U_-(z_0 + \delta z', t - \frac{\delta z'}{v(z_0 + \delta z')}) e^{-RY(z_0 + \delta z') \delta z'} \\ U_-(z_0, t) = -\frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} U_+(z_0 - \delta z, t - \frac{\delta z}{v(z_0)}) e^{-RY(z_0) \delta z} + \\ \quad \left( 1 + \frac{\delta z'}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \right) U_-(z_0 + \delta z', t - \frac{\delta z'}{v(z_0 + \delta z')}) e^{-RY(z_0 + \delta z') \delta z'} \end{array} \right. \quad (28)$$

## 8 – Interprétation du système

Si l'on pose :

$$-\frac{1}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} = \rho(z_0) \quad (29)$$

Soit encore  $\rho(z_0) = -\frac{1}{2} \frac{d}{dz} \left[ \ln \frac{Z_{\text{ref}}}{Z(z_0)} \right] = \frac{1}{2 Z(z_0)} \left( \frac{dZ}{dz} \right)_{z_0}$ , où  $Z(z_0)$  est l'impédance

linéique à la cote  $z_0$   $\left( Z(z_0) = \sqrt{\frac{L(z_0)}{C(z_0)}} \right)$ , et  $Z_{\text{ref}}$  une valeur d'impédance de référence

introduite pour des raisons d'homogénéité de l'équation.

Nous définissons  $\rho(z_0)$  comme le coefficient linéique de réflexion de la ligne à la cote  $z_0$ .

En effet, travaillant en milieu discrétisé, c'est à dire constitué d'une succession de segments d'épaisseur finie  $\delta z$ , homogènes, nous pouvons écrire au 1<sup>er</sup> ordre

$$\rho(z) = \frac{\delta Z(z)}{2Z(z) \delta z}$$

Soit encore, en appelant  $Z_i$  l'impédance de l'  $i^{\text{ème}}$  segment, on se rapproche de la forme plus répandue :

$$\rho_{i+1} = \frac{Z_{i+1} - Z_i}{Z_{i+1} + Z_i} \quad (30)$$

Nous retrouvons la définition du coefficient de réflexion en régime harmonique.

Le système s'écrit :

$$\begin{cases} U_+(z_0, t) = (1 + \rho(z_0)\delta z')U_+(z_0 - \delta z, t - \frac{\delta z}{v(z_0)})e^{-RY(z_0)\delta z} - \rho(z_0)\delta z'U_-(z_0 + \delta z', t - \frac{\delta z'}{v(z_0 + \delta z')})e^{-RY(z_0 + \delta z')\delta z'} \\ U_-(z_0, t) = \rho(z_0)\delta z'U_+(z_0 - \delta z, t - \frac{\delta z}{v(z_0)})e^{-RY(z_0)\delta z} + (1 - \rho(z_0)\delta z')U_-(z_0 + \delta z', t - \frac{\delta z'}{v(z_0 + \delta z')})e^{-RY(z_0 + \delta z')\delta z'} \end{cases} \quad (31)$$

Nous pouvons généraliser ce système pour tout  $z$  appartenant au domaine d'étude.

Transcrivons graphiquement ces équations sur le schéma en rayons suivant :

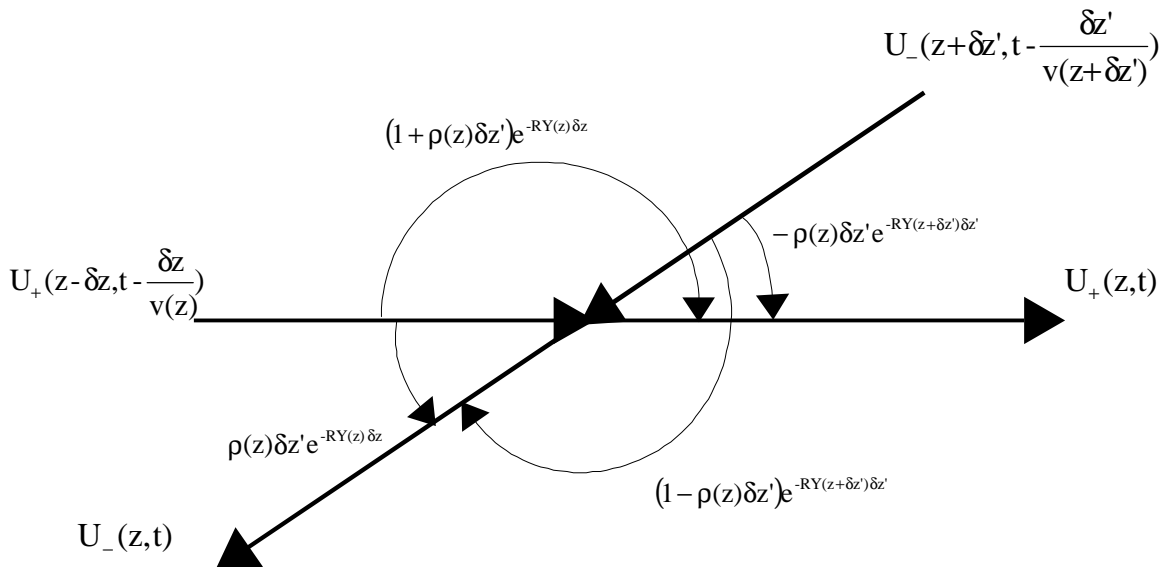


Figure 8 : diagramme en rayons des réflexions et transmissions de l'onde à la cote  $z$

Chaque jonction entre segments apparaît donc caractérisée par les coefficients de réflexion  $\rho(z)$  ( $-1 \leq \rho \leq 1$ ) affectant l'onde montante  $U_+$  et  $-\rho(z)$  affectant l'onde descendante  $U_-$ , et les coefficients de transmission  $(1+\rho(z))$  affectant l'onde montante  $U_+$  et  $(1-\rho(z))$  affectant l'onde descendante  $U_-$ .

Le facteur exponentiel est un terme d'amortissement, ici sans distorsion ou sans dispersion (voir Eq.(8)).

Nous posons  $\alpha(z) = R(z)Y(z)$ .

$$\text{Sachant que } Y(z) = \sqrt{\frac{C(z)}{L(z)}} \text{ et avec } \left\{ \begin{array}{l} C(z) = \frac{\pi \epsilon(z)}{K} = \frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r(z)}{K} \\ \text{et } L(z) = \frac{\mu(z)}{\pi} K = \frac{\mu_0 \mu_r(z)}{\pi} K \end{array} \right. \quad (\text{Vander Vorst, 1994}).$$

( $\epsilon$  est la permittivité de la ligne,  $\mu$  sa perméabilité magnétique,

$\epsilon_r$  est la permittivité relative de la ligne,  $\mu_r$  sa perméabilité magnétique relative,  $\mu_r = 1$

$\epsilon_0$  est la permittivité du vide ( $\epsilon_0 = 8.85410^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ ),  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide ( $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ ) et  $K$  une constante, fonction des dimensions géométriques de la ligne)

Ces équations sont définies en régime harmonique pour une pulsation  $\omega$  donnée. Nous pouvons les utiliser sous cette forme car nous avons fait l'hypothèse d'un milieu stationnaire, c'est à dire  $\epsilon$  et  $\mu$  indépendants du temps.

$$\text{On a } Y(z) = \pi \sqrt{\frac{\epsilon_0}{K^2 \mu_0}} \epsilon_r(z)$$

Le coefficient d'amortissement introduit plus haut peut donc s'écrire :

$$\alpha(z) = \text{constante} \cdot R(z) \sqrt{\epsilon_r(z)} \quad (32)$$

En plus des phénomènes de transmission et de réflexion de l'onde, le signal est donc amorti à chaque traversée de segment par un coefficient  $e^{-\alpha(z)\delta z}$ .

## I.4 - Mise en œuvre d'un modèle de simulation de courbes de signal réfléchi

### I.4.1 – Algorithme de propagation

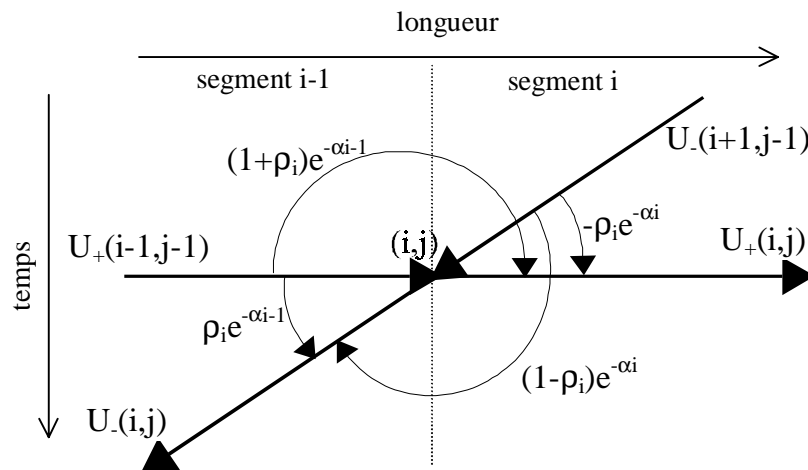
Nous avons modélisé le milieu de propagation en une succession de segments de longueurs infiniment petites. Pour faciliter la mise en place d'un algorithme de calcul, on peut définir l'épaisseur des strates avec la condition :

$$\frac{\delta z}{v(z)} = \frac{\delta z'}{v(z + \delta z')} = \delta t = \theta = \text{constante} \quad (33)$$

Les strates sont donc d'épaisseur variable, mais de temps de traversée constant  $\theta$ . C'est le pas de calcul du modèle ; ce qui revient à discrétiser le temps en intervalles constants  $\{t_1, t_2, \dots, t_j, t_{j+1}, \dots, t_m\}$ .

De même le milieu de propagation est considéré comme une succession finie de strates  $\{s_1, s_2, \dots, s_i, s_{i+1}, \dots, s_n\}$  caractérisées par des coefficients de réflexion  $\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_i, \rho_{i+1}, \dots, \rho_n\}$  et des coefficients d'amortissement  $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_n\}$ <sup>2</sup>.

Dans ces conditions, on peut donc écrire le schéma de la Figure 8 pour les strates  $s_i$  et  $s_{i+1}$  au temps  $t_j$  :



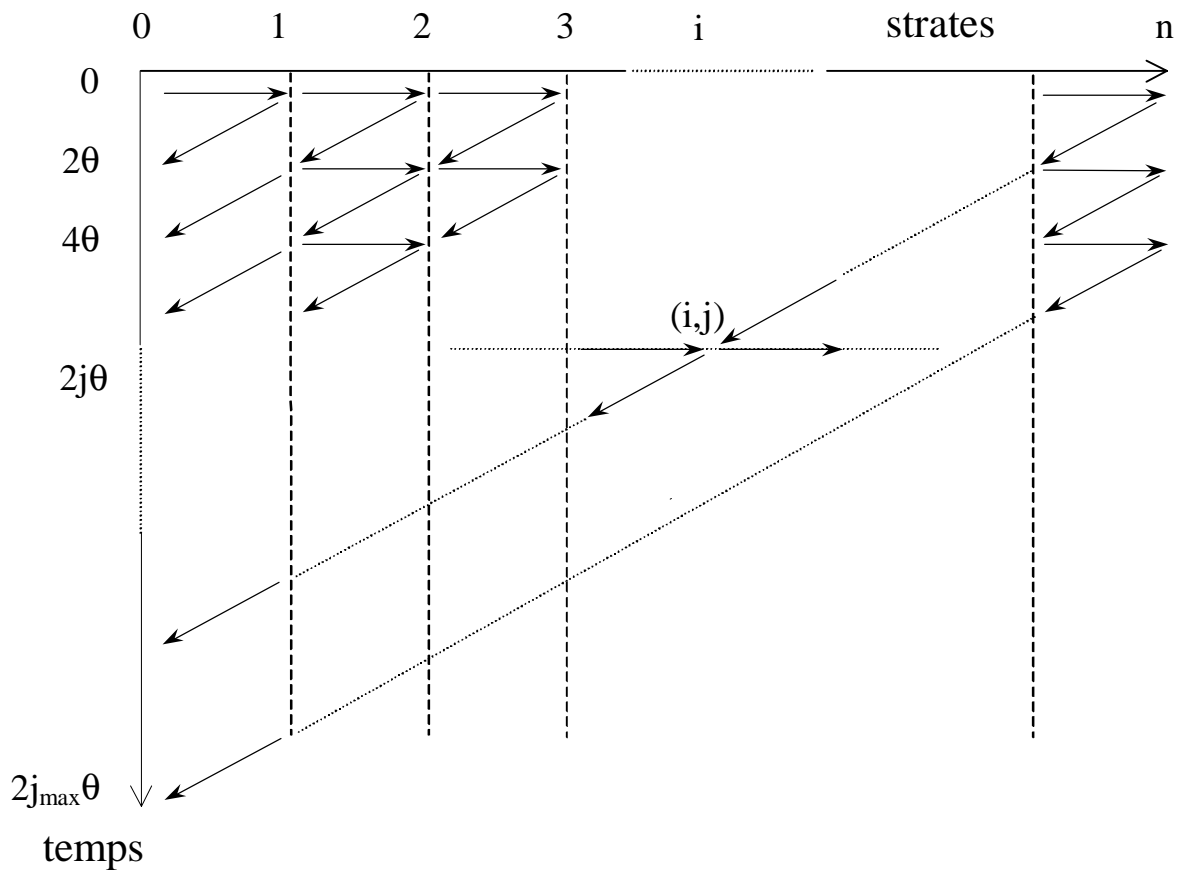
**Figure 9 : diagramme des échos réfléchis et transmis de l'onde, adapté à des échelles de temps et de longueur discrétisées**

<sup>2</sup> Les coefficients  $\rho_i$  et  $\alpha_i$  s'entendent par unité de longueur

Les équations de propagation s'écrivent :

$$\begin{cases} U_+(i, j) = (1 + \rho_i) e^{-\alpha_{i-1}} U_+(i-1, j-1) - \rho_i e^{-\alpha_i} U_-(i+1, j-1) \\ U_-(i, j) = \rho_i e^{-\alpha_{i-1}} U_+(i-1, j-1) + (1 - \rho_i) e^{-\alpha_i} U_-(i+1, j-1) \end{cases} \quad (34)$$

En généralisant ce diagramme à toutes les strates du milieu de propagation, on peut aisément représenter l'ensemble des échos de l'onde sur la longueur de la ligne et pour n'importe quel temps comme le montre la Figure 10.



**Figure 10 : diagramme des échos réfléchis et transmis le long de la ligne au cours du temps**

Cette représentation s'adapte bien à des algorithmes de calculs numériques, en effet ce schéma est transposable en un tableau de valeurs sur lesquelles on peut appliquer les équations (34) de façon itérative<sup>3</sup>.

<sup>3</sup> Nous avons programmé le modèle sous MATLAB 5, plate-forme de calcul numérique assez répandue, particulièrement adaptée au développement de modèles, et dont le langage de programmation est très souple et proche de l'écriture mathématique.

Le signal mesuré en début de ligne est la superposition des échos réfléchis issus des multiples réflexions subies par l'onde au niveau des différents segments.

Un signal impulsionnel transmis en début de ligne ( $U_+(0,0)=1$ ) génère des échos en  $z=0$  représentés par la suite  $\{U_-(1,j) ; j \geq 0\}$  (1<sup>ère</sup> colonne du diagramme de la Figure 10). Celle-ci permet de construire la réponse impulsionnelle  $h_r(t)$  du système en  $x=0$  :

$$h_r(t) = \sum_{i=0}^{+\infty} U_-(1,i) \delta(t - (2i+2)\theta) , \quad t \geq 0 \quad (\text{avec } \delta(t), \text{ distribution de Dirac}) \quad (35)$$

Le signal réfléchi (la réponse indicielle) en  $z=0$  à la suite d'un signal émis  $e(t)$  (échelon de tension) est alors le produit de convolution de la réponse impulsionnelle par  $e(t)$  :

$$r(t) = h_r(0,t) * e(t) \quad (* : \text{produit de convolution}) \quad (36)$$

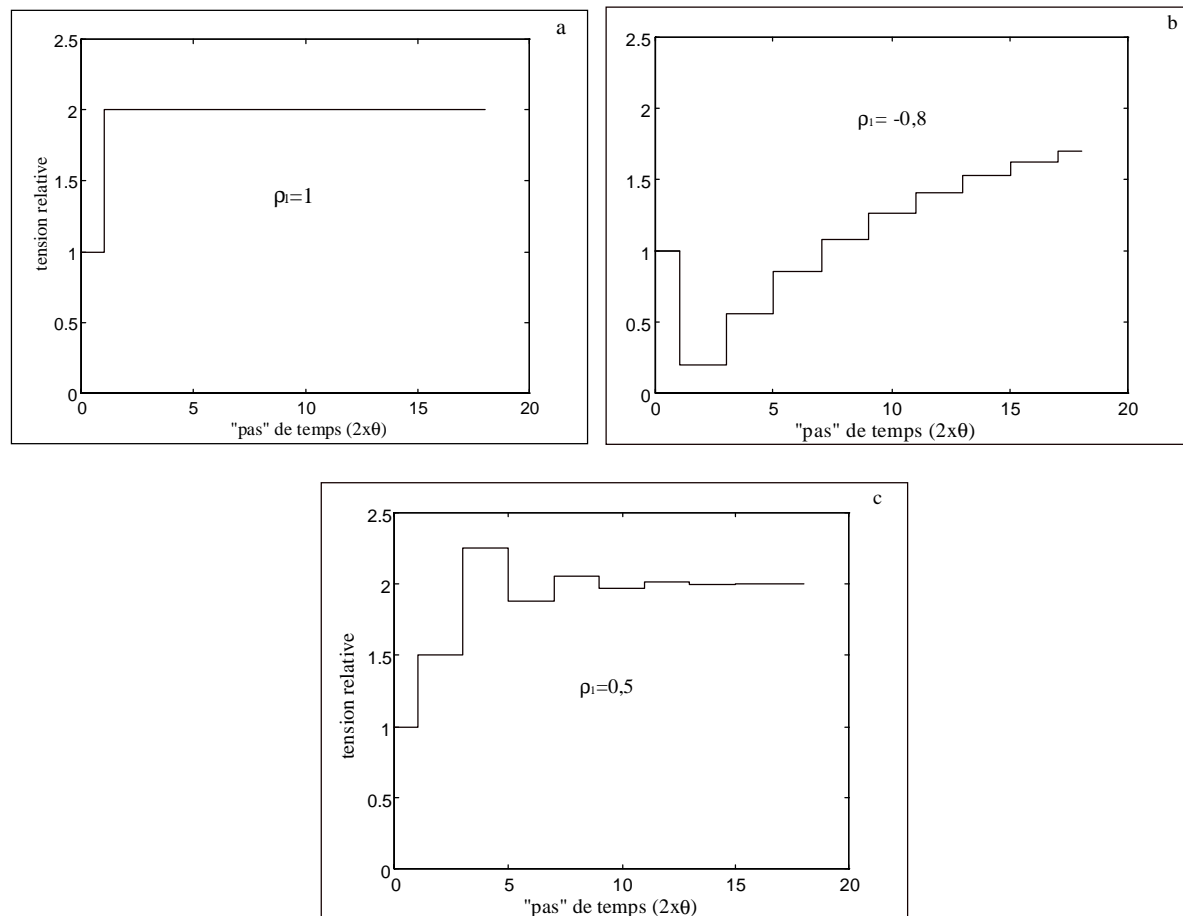
Pour calculer le signal réfléchi sur une durée  $2j_{\max}\theta$  dans un milieu de propagation discrétisé en  $n$  segments, le calcul des échos incidents, transmis et réfléchis  $U_+(i,j)$  et  $U_-(i,j)$  ( $1 \leq i \leq n$ ,  $1 \leq j \leq j_{\max}$ ) s'effectue à l'intérieur d'un tableau de  $n$  colonnes et  $2j_{\max}$  lignes (une ligne pour  $U_+(i,j)$  et une ligne pour  $U_-(i,j)$ ), similaire au diagramme de la Figure 10.

Le réflectomètre connecté en début de guides mesure la superposition du signal émis et du signal réfléchi. On représente donc  $s(t)=r(t)+e(t)$ .

### Exemples avec une ligne constituée de deux segments

Simulons un générateur fournissant un signal en échelon (distribution de Heaviside) de valeur de tension = 2 sur une ligne constituée de deux segments, et dont le premier segment possède une impédance adaptée à celle du générateur. Supposons que la réflexion en fin de ligne est totale ( $\rho_2=1$ ).

Voici trois exemples de simulation sans amortissement ( $\alpha_i=0$ ) de courbe de signal réfléchi, pour trois valeurs différentes d'impédance du second segment. Le coefficient de réflexion  $\rho_1$  correspondant entre les deux segments est choisi égal à  $\rho_1=1$ ,  $\rho_1=-0,8$  et  $\rho_1=0,5$ .



**Figure 11 : simulation de signaux réfléchis dans le cas d'une ligne constituée de 2 segments pour différents coefficients de réflexion**

On vérifie que la tension initiale vaut la moitié de celle fournie par le générateur (le premier segment de la ligne a la même impédance que celle du générateur : la tension est divisée par 2) et que la tension finale tend asymptotiquement, au fur et à mesure de l'arrivée des échos, vers la valeur de la tension fournie par le générateur.

### I.4.2 - Adaptation à un cas réel : le réflectomètre Trase<sup>4</sup>

Ces résultats sont une première approche comparés à des courbes de signal réfléchi réelles (Figure 2). Afin qu'ils soient comparables, nous allons affiner le modèle en :

- augmentant le nombre de strates et en les paramétrant à partir de leur humidité volumique,
- intégrant des caractéristiques techniques du réflectomètre Trase (le signal émis réel, les imperfections des circuits internes et du câble coaxial), le connecteur de guides d'ondes intégrant un balun<sup>5</sup> (Spaans and Baker, 1993), et la géométrie de ceux-ci,

- appliquant un filtre passe-bas (de type Butterworth d'ordre 1) à la courbe calculée pour reproduire les effets de filtrage des circuits de l'appareil et du câble coaxial.

#### I.4.2.1 - Réglage du pas de temps et paramétrage du modèle

Les strates sont délimitées par le pas de temps  $\theta$  du modèle. On peut réduire ce pas de temps dans les limites acceptables en regard du temps de calcul et de la mémoire disponible sur l'ordinateur. On peut couramment le fixer à des valeurs de l'ordre de la dizaine de picoseconde, et donc atteindre le millier de strates sur une fenêtre d'observation telle que proposée par le réflectomètre Trase. Exemple :  $\theta=40$  ps avec une fenêtre d'observation de 40 ns ; on obtient donc 1000 échos réfléchis  $U.(1,j)$ , donnant lieu à 1000 points sur la courbe de signal réfléchi. Le temps de calcul est raisonnable, de l'ordre de la vingtaine de secondes sur un Pentium II / 266MHz, mais il n'est pas nécessaire d'afficher une telle précision, une courbe d'une centaine de points est suffisante, et le temps de calcul est alors de l'ordre de la seconde.

Le modèle calcule les échos réfléchis à partir de la description des strates, c'est à dire des suites  $\{\rho_i\}$  et  $\{\alpha_i\}$  (voir Eq.(34)) Pour simuler la courbe de signal réfléchi correspondant à une mesure dans un sol donné, il serait beaucoup plus simple de donner au modèle le profil d'humidité  $H_v(z)$  du sol.

#### Correspondance profondeur $\leftrightarrow$ numéro des strates

A partir du profil d'humidité  $H_v(z)$ , on calcule d'abord  $\epsilon_r(z)$  via la relation d'étalonnage (voir Eq. (2)).

La vitesse de propagation de l'onde est liée à la constante diélectrique  $\epsilon_r$  de cette ligne :

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad \text{avec } c = \text{vitesse de la lumière dans le vide } (3.10^8 \text{ m.s}^{-1})$$

(variante de l'Eq.1)

On détermine alors la vitesse de propagation  $v$  en fonction de la position sur la ligne, et par intégration les temps mis par l'onde pour atteindre la position  $\ell$  :

$$t_{\text{cum}} = \int_0^{\ell} \frac{dz}{v} = \int_0^{\ell} \frac{\sqrt{\epsilon_r(z)} dz}{c}$$

<sup>4</sup> Trase System I modèle 6050 X1, version 1800, SoilMoisture Eq. Corp. – Santa Barbara, USA

<sup>5</sup> adaptateur d'impédance et répartiteur du signal dans le cas de guides constitués de deux tiges métalliques parallèles

On peut ainsi calculer des couples de correspondance  $(t_i, l_i)$  suffisamment rapprochés, et par interpolation linéaire, les positions  $l_k$  atteintes au bout de chaque strate (temps de propagation aller  $\theta$ ). On a alors le profil temporel  $Hv(i\theta)$ .

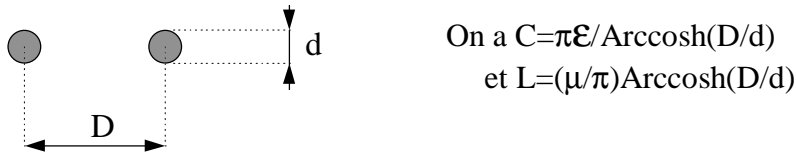
### Correspondance $Hv \leftrightarrow \rho$

On calcule l'impédance des guides à partir de la constante diélectrique du milieu (obtenue via la relation d'étalonnage). On a :

$$Z = \frac{Z_g}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (37)$$

où  $Z_g$  est une constante, c'est l'impédance caractéristique de la ligne (ou encore l'impédance dans le vide).

Par exemple dans le cas d'une ligne de type bifilaire (Vander Vorst, 1995) :



**Figure 12 : schéma en coupe transversale d'une ligne bifilaire**

L'impédance caractéristique de cette ligne est donc:

$$Z_g = \sqrt{\frac{\mu_0}{\pi^2 \epsilon_0}} \text{Arccosh}\left(\frac{D}{d}\right) = 119.9 \ln\left(\frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d}\right)^2 - 1}\right) \quad (38)$$

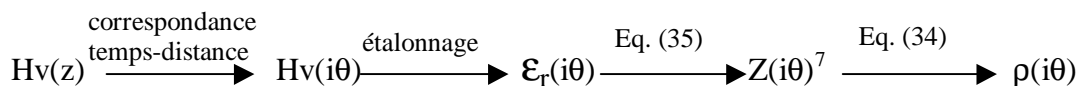
Travaillant avec des guides de 8 mm de diamètre et espacés de 5 cm, nous obtenons dans notre cas  $Z_g = 302 \Omega$ .

On applique ensuite la définition du coefficient de réflexion :  $\rho_{i+1} = \frac{Z_{i+1} - Z_i}{Z_{i+1} + Z_i}$

### Synthèse

- On transforme l'échelle de longueur  $z$  en échelle de temps (ou de numéro de strate via  $\theta$ ).  
On obtient un profil temporel  $Hv(i\theta)$ .

- On calcule le profil de coefficients de réflexion  $\rho(i\theta)$  à partir du profil hydrique  $H_v(i\theta)$ <sup>6</sup>.



- De même on fournit au modèle un profil de coefficients d'amortissement  $\alpha(z)$ .

#### I.4.2.2 - Prise en compte des caractéristiques techniques du réflectomètre Trase

##### Le signal émis

Une mesure directe à partir d'une courbe de réflexion montre qu'il s'agit d'un échelon de tension dont le temps de montée est d'environ 200 ps. Le palier présente de légères perturbations que l'on attribue aux fluctuations du générateur, à des discontinuités d'impédances des circuits et du câble. Nous choisissons de conserver telle quelle la portion de signal correspondant à l'établissement du palier de tension, puis de la prolonger par une tension constante éliminant ainsi les perturbations.

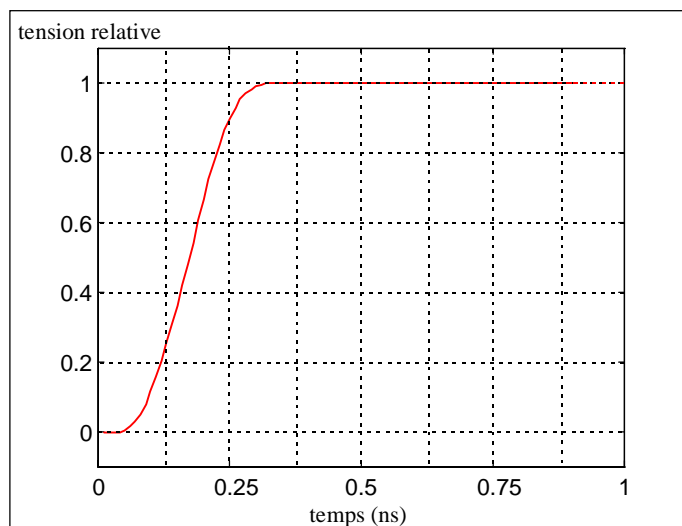


Figure 13 : échelon en tension corrigé

##### Les circuits internes et l'adaptateur d'impédance

La ligne de transmission complète comprend les circuits électroniques du générateur de signal, de la tête d'échantillonnage, de l'oscilloscope, le câble coaxial et le connecteur de guides d'ondes (voir Figure 1). Ces discontinuités de la ligne (soudures électriques, connexions, petits défauts de fabrication) provoquent des réflexions parasites et multiples du

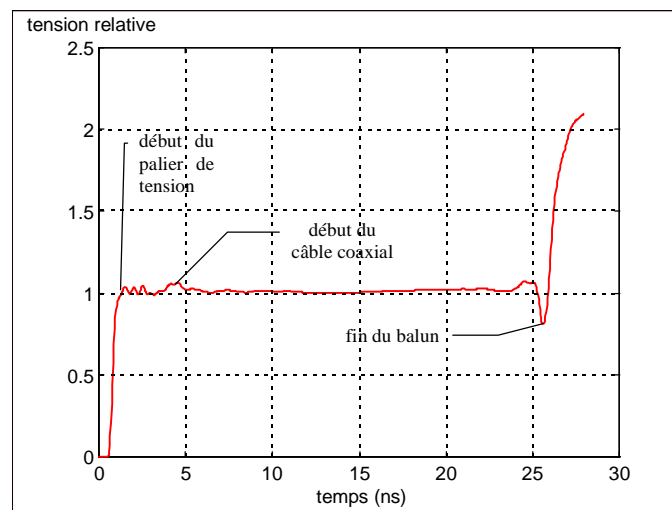
<sup>6</sup> On choisira  $H_v(i\theta)$  au centre de chaque segment, c'est à dire pour  $(z_i + z_{i+1})/2$

<sup>7</sup> On pose  $Z_0 = \text{impédance du début de la ligne} = \text{impédance du câble coaxial} = 50 \text{ Ohms}$ .

signal produisant des échos sur la partie du signal correspondant à l'aller-retour des ondes le long des guides. Nous allons intégrer ces irrégularités dans le modèle afin qu'il simule des courbes de réflexion les plus fidèles possible.

Remarque : le balun est un adaptateur d'impédance ici de type 1:4 qui multiplie les impédances aval de la ligne par son rapport d'adaptation. Pour le calcul des coefficients de réflexion, dans notre cas, cela revient à diviser les impédances situées après le balun par 4, ou à multiplier les impédances amont par 4. C'est cette dernière option que nous retenons en indiquant au modèle une impédance de début de ligne de 200 Ohms au lieu de 50 Ohms.

Une mesure directe avec le câble coaxial et le balun, mais sans guides d'ondes permet d'accéder à la réponse impulsionnelle de cette portion de ligne. On considère cette fois la portion de signal commençant dès le début du palier et se terminant à la fin du balun (voir Figure 14).



**Figure 14 : mesure du signal le long des circuits internes et du balun**

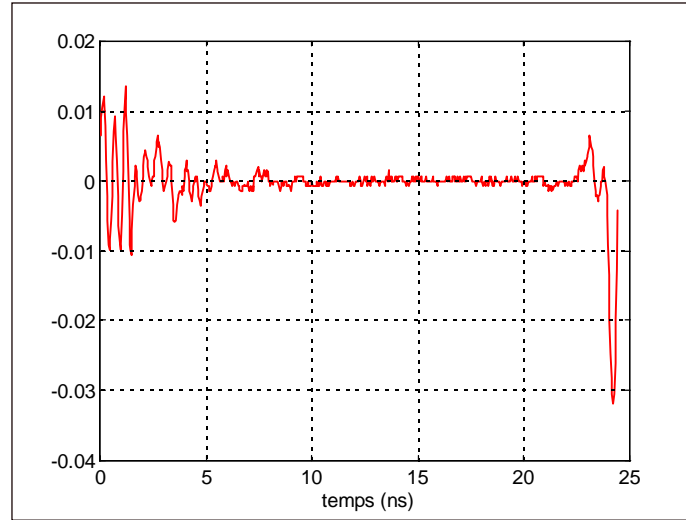
En première approximation, si l'on considère que le signal émis est un échelon parfait, la réponse impulsionnelle de cette portion de ligne s'obtient par la dérivée du signal.

En effet si  $r(t)$  est le signal réfléchi (réponse indicielle),  $h(t)$  la réponse impulsionnelle et  $e(t)$  le signal en échelon, on a  $r(t)=h(t)*e(t)$

Alors  $r'(t)=h(t)*e'(t)=h(t)*\delta(t)$ .

$\delta(t)$  étant une distribution de Dirac, élément neutre du produit de convolution, on a bien  $h(t)=r'(t)$ .

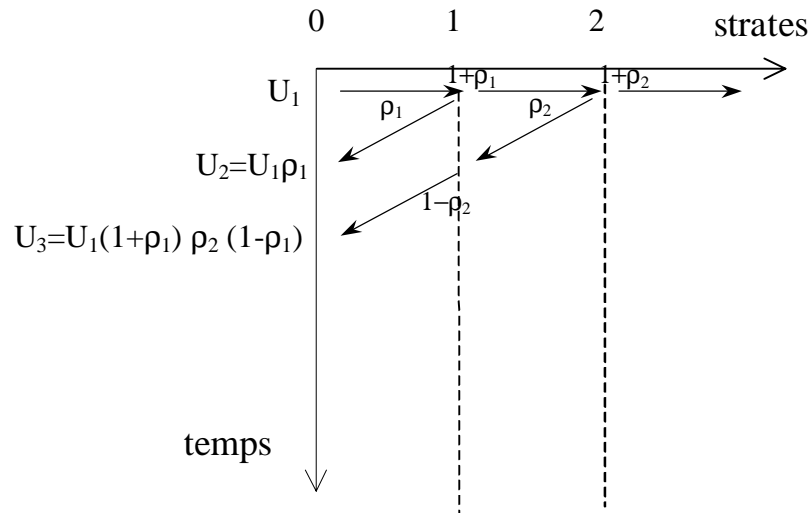
La réponse impulsionnelle approchée de la ligne hors guides d'ondes est donc la suivante :



**Figure 15 : réponse impulsionnelle des circuits, du câble et du balun**

Montrons maintenant que nous pouvons assimiler dans ce cas la réponse impulsionnelle au profil de coefficients de réflexion.

S'agissant d'une propagation dans les circuits internes de l'appareil et dans le câble, on peut considérer l'amortissement comme nul et les coefficients de réflexions très faibles. En appliquant les équations (31) on en déduit l'expression des premiers échos de la réponse impulsionnelle :



**Figure 16 : expression des 1<sup>ers</sup> échos de la réponse impulsionnelle**

Par récurrence, et en négligeant les réflexions secondaires, on en déduit l'expression :

$$U_i = U_1 \rho_i \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \rho_j^2) \quad (\text{Aubic and Bottreau, 1982}) \quad (39)$$

Si on suppose  $|\rho_i| \ll 1$ , l'expression devient  $\boxed{U_i \approx \rho_i U_1}$

Ayant normalisé l'impulsion à un "Dirac" d'amplitude 1 (donc  $U_1=1$ ), on peut utiliser la réponse impulsionnelle de cette portion de ligne comme profil de coefficients de réflexion correspondant à la ligne de transmission précédant les guides d'ondes.

Pour en revenir au modèle, on insère donc ce profil avant le profil de coefficients de réflexion calculé correspondant aux guides d'ondes dans le sol.

On vérifie que les valeurs de ces coefficients sont très faibles. Par ailleurs, le pas de temps  $\theta$  couramment utilisé correspond à des épaisseurs de strates très faibles ( $\delta z$  de l'ordre du centimètre). La condition  $\frac{1}{2} \left( \frac{d \ln Y}{dz} \right)_{z_0} \delta z' \ll 1$  (équivalente à  $-\rho(z) \delta z' \ll 1$ ) posée page 22 est donc bien vérifiée.

#### I.4.2.3 - Filtrage passe-bas

Afin de limiter le bruit de calcul numérique et d'imiter l'effet de lissage de la courbe de réflexion créé par le câble coaxial et les différentes connexions des circuits électroniques, nous appliquons un filtre passe-bas sur la courbe calculée. Nous choisissons pour cela un filtre de Butterworth de type passe-bas du premier ordre. C'est un filtre relativement simple et standard, caractérisé par une courbe de réponse plate dans la bande passante.

Après différents essais et comparaisons avec des courbes réelles, nous choisissons une fréquence de coupure  $f_c = 1/(8\theta)$ <sup>8</sup>.

### I.4.3 - Algorithme de calcul

Il est peut-être nécessaire maintenant, et avant de passer aux résultats concrets, de résumer les différentes étapes de calcul du modèle. Voici sur la figure suivante l'algorithme simplifié de ce dernier.

---

<sup>8</sup>  $\theta$  est le pas de temps du modèle, c'est aussi la période d'échantillonnage de la courbe calculée

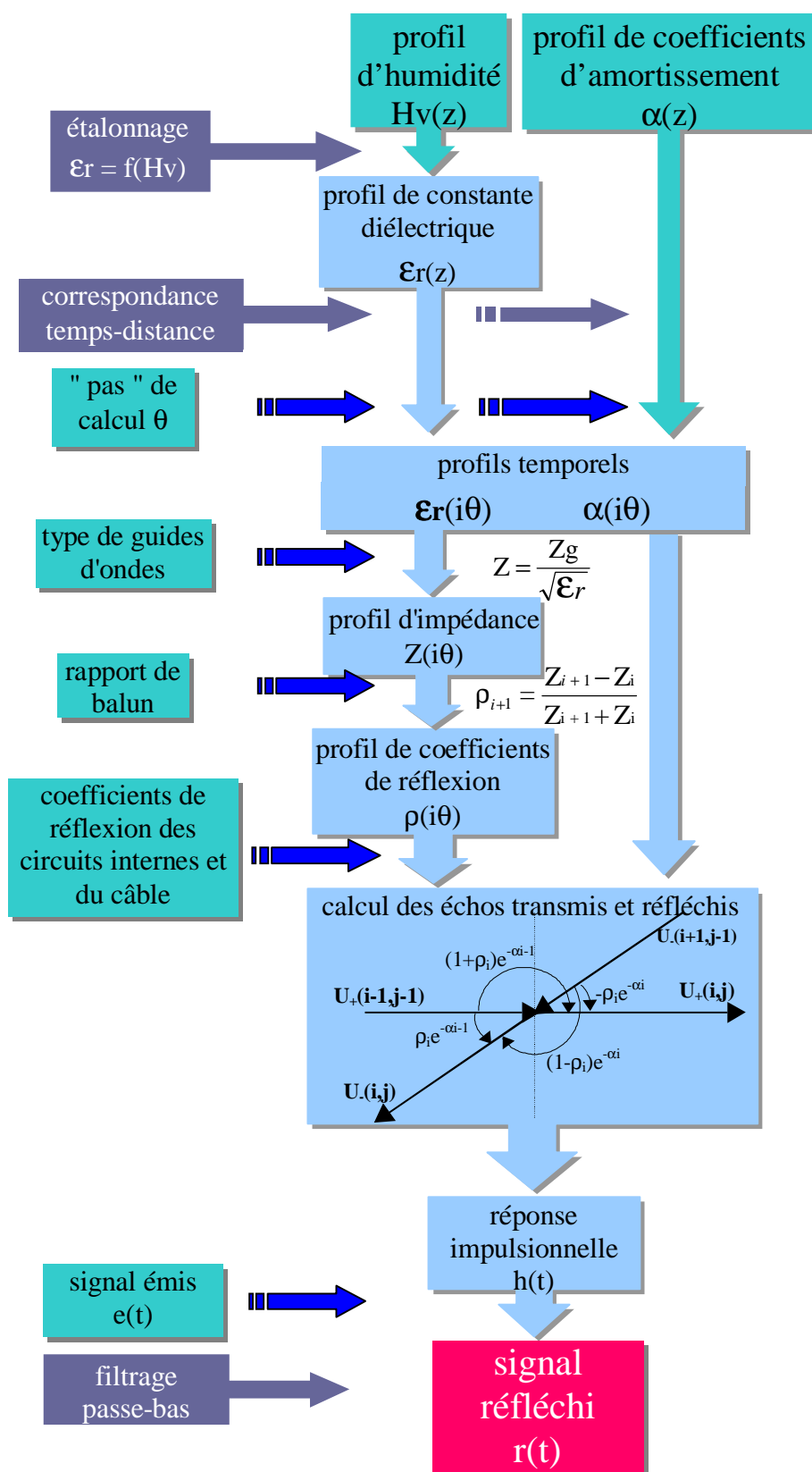


Figure 17 : algorithme du modèle de calcul de courbes de signal réfléchi

## I.5 - Dispositif expérimental

Afin de valider ce modèle, nous avons construit un dispositif simple de laboratoire destiné à recevoir des milieux connus et contrôlés dans lesquels nous pouvons enfoncer une paire de guide d'ondes pour mesurer les courbes de signal réfléchi.

Il s'agit d'une colonne en plexiglass® d'un peu plus de 70 cm de haut et de 20 cm de côtés (Figure 18). Les guides d'ondes peuvent être enfoncés depuis la surface ou depuis le bas à travers des orifices adaptés dans le fond de la colonne.

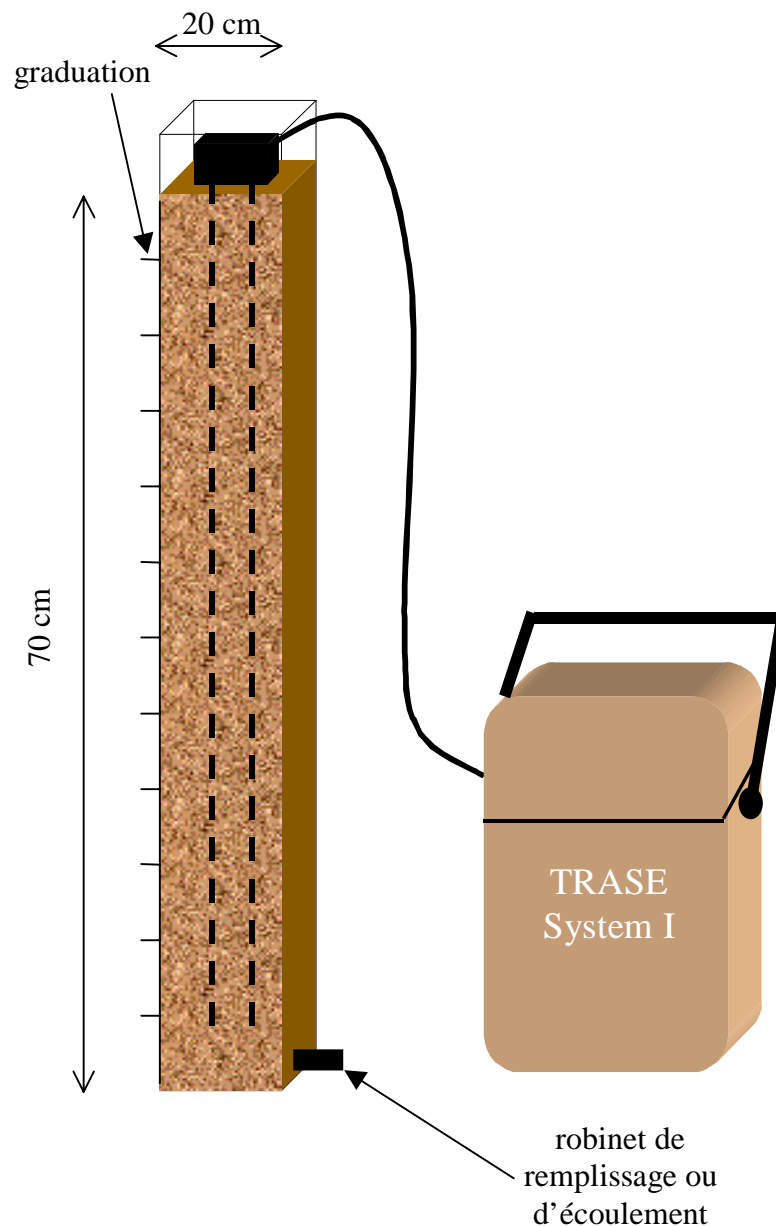


Figure 18 : dispositif de mesure de courbes de signal réfléchi dans des milieux contrôlés

Nous avons ainsi effectué des mesures dans du sable de granulométrie relativement homogène (0,2 à 2 mm) plus ou moins saturé en introduisant de l'eau par la base. On obtenait ainsi un milieu constitué de deux strates : une strate de sable saturé au fond, et une strate de sable sec au-dessus, dont la limite était nettement visible sur les parois de la colonne. Les humidités respectives des strates étaient déterminées par une mesure réflectométrique « classique » avec les guides de 70 cm avant l'introduction d'eau pour le sable sec, et après saturation totale de la colonne pour le sable saturé.

---

## **I.6 - Comparaison des courbes simulées et des courbes réelles**

### **I.6.1 - Mise en forme des courbes de signal réfléchi fournies par le Trase**

Pour comparer les courbes simulées et les courbes réelles du signal réfléchi, une mise en forme préalable de ces dernières est nécessaire.

Précisons qu'elles sont constituées de 1000 points<sup>9</sup> ; chaque point est une mesure de la tension en début de la ligne. Cette mesure est effectuée après chacun des 1000 échelons émis et au bout d'un certain temps après le départ du signal ; ce temps est incrémenté par le système d'échantillonnage d'une valeur constante (période d'échantillonnage) d'une mesure à la suivante. La courbe finale fournie par l'appareil est la moyenne de plusieurs courbes ainsi mesurées (Trase System I Operating instructions).

Les courbes sont transférées sur PC via l'interface série RS-232 sous forme de fichier texte. Ces fichiers sont constitués des coordonnées de chacun des 1000 points de la courbe, disposés en deux colonnes : la première contient les abscisses (temps) et la seconde les ordonnées (tension). La tension est codée en valeur numérique sur 12 bits (valeurs numériques de 0 à 4095) par le convertisseur de l'appareil.

- Les abscisses fournies sont les temps aller-simples (en ns) de l'onde le long de la ligne (plus pratique pour l'analyse "classique" du signal). Pour avoir les temps de mesure réels et pouvoir les comparer avec les résultats du modèle nous multiplions donc par deux ces valeurs.

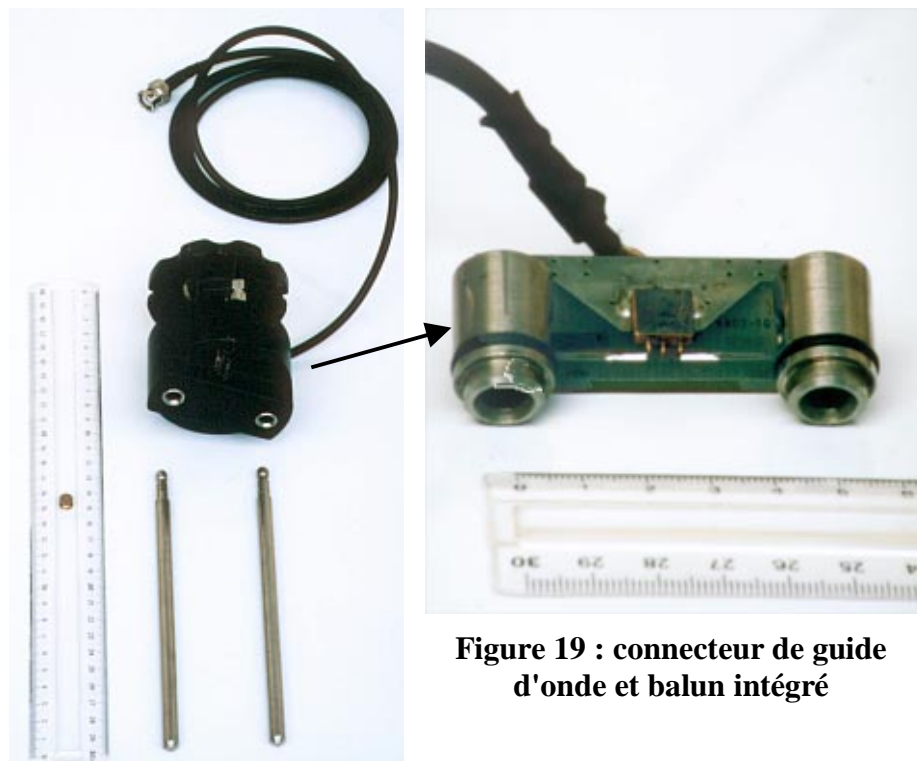
---

<sup>9</sup> les versions ultérieures du Trase System I, et le Trase BE fournissent des courbes de 1200 points, sous forme de fichier d'une seule colonne, sans abscisses mais avec un en-tête permettant de les reconstituer.

- Les ordonnées posent plus de problèmes, en effet la conversion des tensions du signal en valeurs numériques (théoriquement comprises entre 0 et 4096) ne suit pas une loi constante ; l'appareil applique un gain et un offset, variables tous les deux, en fonction de l'amplitude de la courbe pour adapter son affichage à l'écran. Afin de comparer cette amplitude avec les courbes calculées par notre modèle nous devons donc normaliser les courbes réelles en rapportant la hauteur de l'échelon émis à la valeur 1 (le modèle simule des courbes de signal réfléchi pour un signal d'amplitude unitaire), et en ramenant la valeur de son départ à zéro (ligne au repos avant l'émission de l'échelon). La fenêtre de mesure du signal réfléchi doit donc être choisie telle que le signal émis soit visible en entier sur la courbe mesurée.

### Problème du "balun"

Comme nous l'avons vu plus haut, le connecteur de guides d'ondes intègre un adaptateur d'impédance (balun) de type 1:4 (Figure 19)

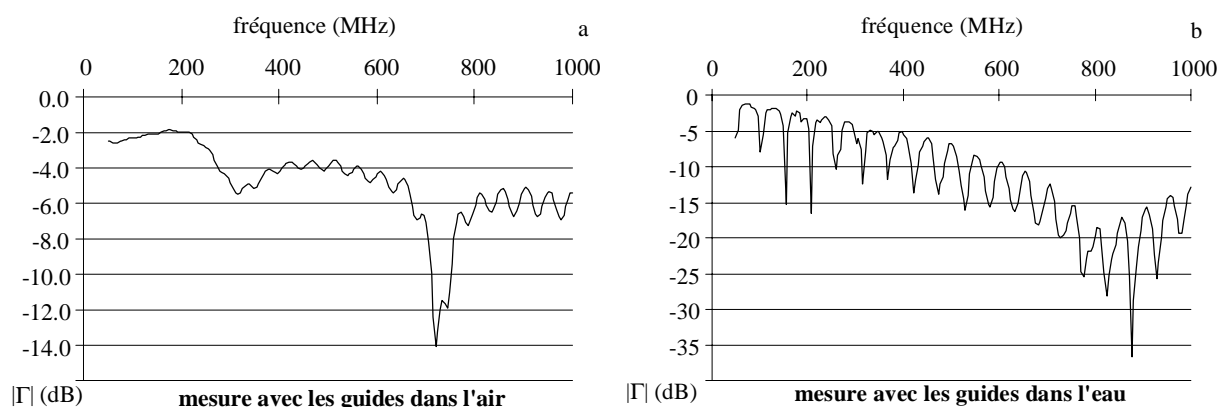


**Figure 19 : connecteur de guide d'onde et balun intégré**

Ce rapport devrait être constant quelle que soit la fréquence du signal. Or des mesures faites avec un analyseur de réseau (ou vectoriel) sur le câble coaxial suivi du connecteur et des guides montrent un spectre de réflexion assez irrégulier (Figure 20).

Cela signifie que le rapport de transformation n'est pas le même pour toutes les fréquences. Or le réflectomètre émet un signal en échelon qui correspond à un large spectre de fréquence (de 0 à quelques GHz).

Par ailleurs, la ligne de transmission insérée dans le milieu de mesure joue le rôle d'un filtre vis-à-vis de ce signal, filtre dont les caractéristiques varient selon l'humidité (ou impédance) du milieu. Ce ne sont alors pas les mêmes fréquences qui sont réfléchies à l'appareil. Le balun ne va donc pas non plus présenter rigoureusement le même rapport de transformation d'un milieu à un autre.



**Figure 20 : comparaison du spectre du coefficient de réflexion  $\Gamma$  entre une mesure dans l'air et une mesure dans l'eau**

On voit Figure 20 à quel point le coefficient de réflexion varie d'une part en fonction de la fréquence et d'autre part en fonction du milieu de mesure.

Ce comportement génère une forte incertitude sur l'ajustement du rapport de balun. Nous avons pu constater que ce rapport de 4 était respecté pour des mesures dans des milieux secs (air, sable sec), mais qu'il diminuait sensiblement pour des mesures en milieu plus humide (la plupart des cas de mesure dans le sol). L.A. Pereira Dos Santos (1997) a observé le même phénomène avec un Trase version 2000 et a supposé que l'appareil appliquait un facteur d'échelle de 0.74 sur l'amplitude verticale des courbes lorsque l'impédance des guides était inférieure à 40 Ohms. La comparaison avec les courbes mesurées avec un réflectomètre Tektronix<sup>10</sup> dans les mêmes conditions et la même ligne de transmission montre que les amplitudes verticales sont quasi identiques entre les deux appareils. Cet effet est donc bien imputable au balun et non à l'appareil.

Nous sommes obligés dans ces conditions **d'estimer empiriquement la valeur du rapport de balun.**

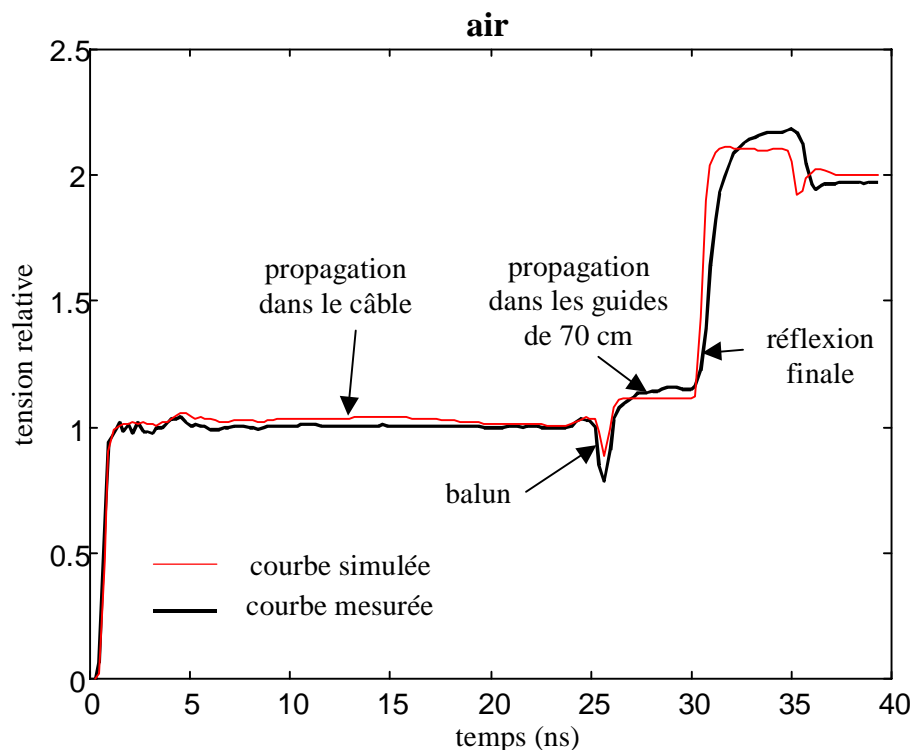
<sup>10</sup> Tektronix 1502B metallic cable tester, Tektronix Inc., Beaverton - USA.

Dans un premier temps, et pour présenter les résultats de cette partie, nous ajusterons la valeur de ce paramètre au cas par cas.

## I.6.2 - Résultats du modèle

### Milieus homogènes

Avant de faire fonctionner le modèle sur des milieux stratifiés, comparons d'abord ses résultats dans deux milieux parfaitement déterminés que sont l'air et l'eau<sup>11</sup>.



**Figure 21 : comparaison entre une courbe réelle et une courbe simulée sans amortissement pour une mesure dans de l'air avec des guides de 70 cm**

L'exemple dans l'air (Figure 21) montre que les courbes réelles et simulées sont relativement bien superposées, à quelques différences près. On remarque notamment que la courbe réelle est plus arrondie que la courbe calculée.

En effet les calculs ne reproduisent pas parfaitement les imperfections de notre système de mesure (circuits électroniques de plus ou moins bonne qualité, source de réflexions parasites ou de fluctuations) même si nous avons intégré une partie des défauts de l'appareil. A ces imperfections viennent s'ajouter les pertes de signal le long de la ligne, pertes

<sup>11</sup> l'étalonnage de Topp n'étant pas défini pour les constantes diélectriques extrêmes de l'air ( $\epsilon_r=1$ ) et de l'eau ( $\epsilon_r=80$ ) nous avons donné au modèle le profil (constant) de constante diélectrique et non d'humidité volumique.

très imparfaitement prises en compte par l'amortissement sans distorsion que nous avons introduit dans le modèle.

Ces pertes peuvent en effet provenir de différents phénomènes affectant le signal au cours de sa propagation.

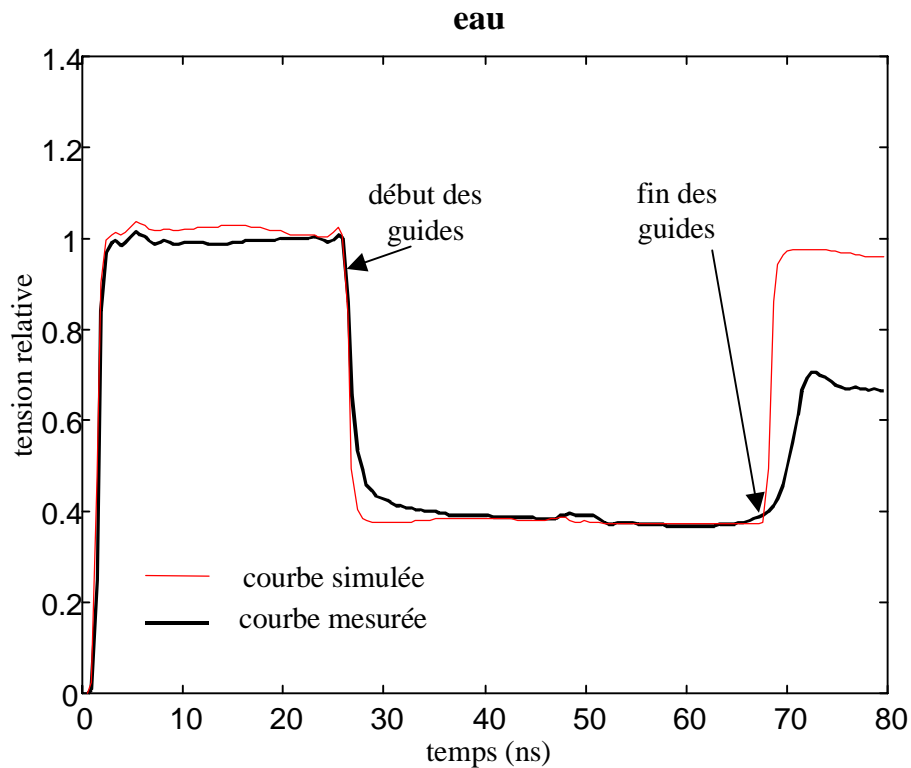
Ce sont notamment les phénomènes de relaxation de l'onde. Ils sont dus aux interactions moléculaires entre dipôles, interactions qui peuvent être plus ou moins fortes et qui sont à l'origine d'un temps de relaxation du milieu. Pour en tenir compte il faudrait ne pas considérer la constante diélectrique du milieu  $\epsilon_r$  comme constante dans le temps, mais connaître son spectre de relaxation (Fellner-Feldegg, 1969 ; Cole and Cole, 1941 ; Cole, 1955). Nous n'avons pour l'instant pas envisagé cette solution car elle implique des produits de convolution pour chaque strate, ce qui alourdit beaucoup trop les calculs du modèle.

Ces phénomènes de relaxation provoquent un retard de l'onde, retard variable selon la fréquence de l'onde. Dans le cas d'un signal en échelon, c'est un spectre continu qui est émis. La relaxation a pour effet d'étaler légèrement dans le temps le signal réfléchi. La courbe mesurée est alors le résultat de la superposition des réflexions des différentes fréquences (contenues dans l'échelon) se propageant à différentes vitesses, d'où son allure plus arrondie par rapport à la simulation.

Citons également les pertes en ligne. Elles peuvent être dues à la résistance électrique des guides. Si nous pouvons la négliger sur de petites longueurs, elle peut cependant intervenir avec des guides de 70 cm de long. Ces pertes peuvent également être dues à la conductivité électrique du milieu, conductivité plus ou moins forte selon la concentration en ions dans le sol, et qui génère une admittance de fuite entre les deux conducteurs. L'amplitude du signal diminue alors au cours de sa propagation. Le retour du front d'ondes après la première réflexion en bout de guides ne produit alors pas un saut de tension aussi important que dans le cas d'une propagation sans pertes (Dalton and Van Genuchten, 1986). Dans certains cas extrêmes on peut ne plus distinguer la remontée du signal correspondant à la fin des guides. La courbe de réflexion est plate et tend vers celle que l'on mesurerait en court-circuit.

La Figure 24 illustre clairement l'effet atténuateur des ions : l'amplitude finale du signal est plus faible dans le cas d'une mesure avec de l'eau ordinaire que dans le cas d'une mesure avec de l'eau osmosée, moins conductrice (conductivité électrique  $\sigma$  de l'ordre de  $3.10^{-7}$  S/cm au lieu de  $6.10^{-5}$  S/cm pour l'eau du robinet). Les différentes valeurs d'amplitude du signal au moment de l'arrivée de l'onde en début de guides, en fin de guides, et après la fin

des oscillations permettent d'ailleurs de déterminer la conductivité électrique du milieu de propagation (Ward et al., 1994 ; Heimovaara et al., 1995).



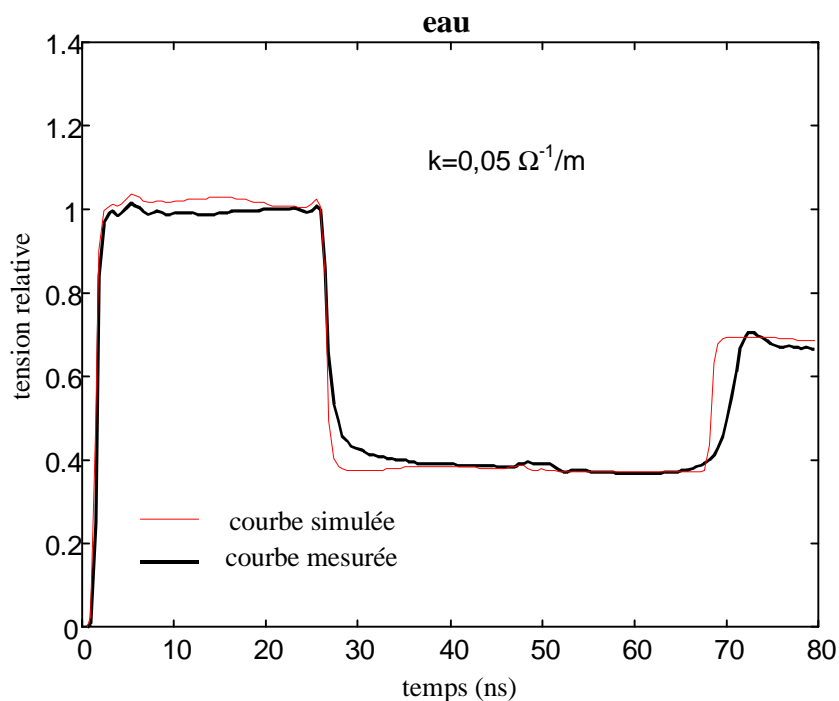
**Figure 22 : comparaison entre une courbe réelle et une courbe simulée sans amortissement pour une mesure dans de l'eau avec des guides de 70 cm**

Une mesure dans l'eau ordinaire (Figure 22) montre que la réflexion finale calculée est supérieure à la réflexion finale observée sur la courbe réelle. La conductivité électrique du milieu de propagation (ici eau du robinet) est de  $60 \mu\text{S/cm}$  (à  $25^\circ\text{C}$ ). Essayons de simuler la même courbe mais avec amortissement cette fois en choisissant un profil de coefficients  $\alpha(z)$ . Ayant défini un amortissement sans distorsion purement mathématique il est difficile d'établir une relation entre des caractéristiques du sol (conductivité électrique notamment) et la valeur de cet amortissement, nous allons procéder par tâtonnements. Choisissons pour simplifier  $R(z)=\text{constante}$  dans l'Eq.(32), ce qui revient à déterminer un profil de type :

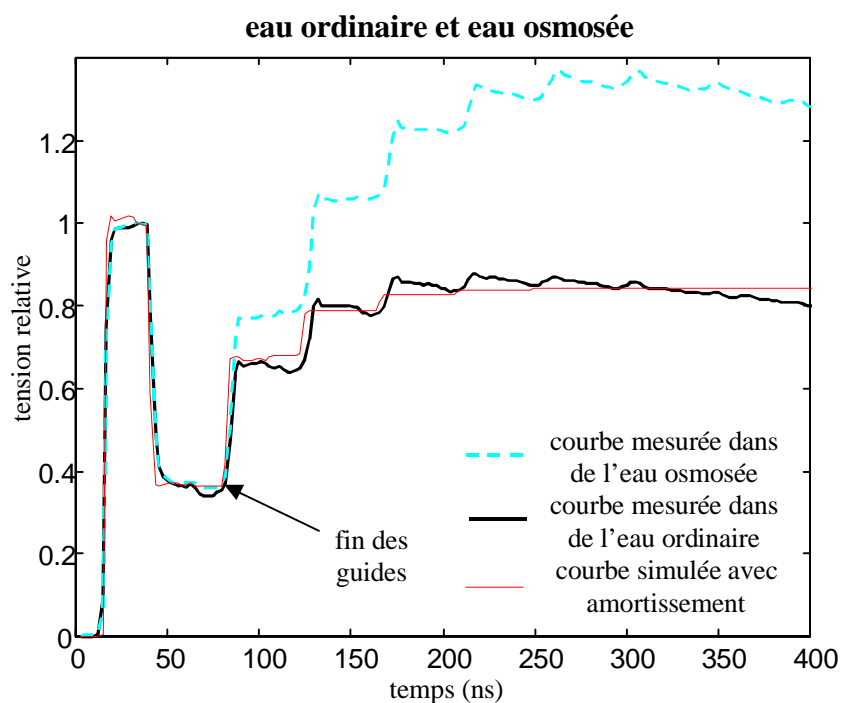
$$\alpha(z) = k_x \sqrt{\epsilon_r(z)}$$

La Figure 23 montre qu'avec un coefficient  $k$  de l'ordre de  $0,05 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$  on obtient une courbe simulée presque identique à la précédente mais présentant une réflexion finale quasiment superposée à celle de la courbe réelle. Une fenêtre d'observation plus large (Figure 24) confirme ce résultat : la courbe simulée avec amortissement coïncide mieux que celle sans

amortissement avec la courbe mesurée dans l'eau du robinet, en particulier sur la portion correspondant aux réflexions secondaires. Il semble donc bien que l'amortissement sans distorsion permettent de prendre en compte certains effets de perte du signal par conduction dans le milieu.



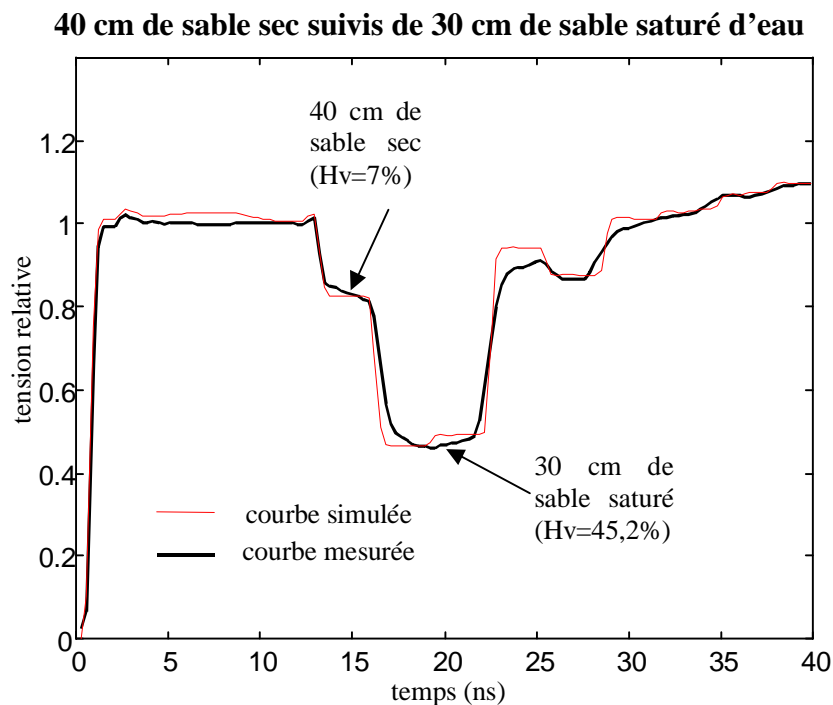
**Figure 23 : comparaison entre une courbe réelle et une courbe simulée avec amortissement sans distorsion pour une mesure dans de l'eau avec des guides de 70 cm**



**Figure 24 : effet de la conductivité électrique de l'eau et de l'amortissement sans distorsion sur les courbes mesurées et simulée**

## Milieus stratifiés

Comparons maintenant les résultats du modèle avec des courbes mesurées en milieu stratifié. Choisissons un milieu bicouche reconstitué dans notre colonne de Plexiglass®. Les guides d'onde sont enfoncés depuis le haut, et le sable est saturé depuis le bas de la colonne. La Figure 25 compare la courbe de signal réfléchi mesurée avec la courbe simulée pour 30 cm de sable saturé d'eau surmonté de 40 cm de sable sec.



**Figure 25 : comparaison entre une courbe réelle et une courbe simulée (avec amortissement) dans un milieu stratifié : 40 cm de sable sec suivis de 30 cm de sable saturé d'eau**

On retrouve la même tendance que précédemment, à savoir une allure plus arrondie de la courbe réelle. La courbe mesurée est cependant bien superposée à la courbe réelle, aussi bien en ce qui concerne les amplitudes des paliers correspondant aux deux strates de sable que les amplitudes correspondant aux réflexions secondaires<sup>12</sup> (après la première réflexion en fin des guides).

En outre les résultats réels et modélisés sont parfaitement synchrones le long de l'axe de temps, les variations d'amplitudes ont lieu en même temps sur les courbes simulées et les courbes réelles.

<sup>12</sup> Le coefficient d'amortissement  $k$  est ajusté ici à la valeur  $0.10 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$

Il semble donc que l'hypothèse H4 de fonctionnement du modèle pour un milieu lentement variable (page 21) ne soit pas trop restrictive puisque les résultats restent valables malgré la brusque transition entre la strate de sable sec et la strate de sable saturé d'eau.

---

## Conclusion de la première partie

La comparaison des résultats de simulation du modèle avec les courbes de signal réfléchi enregistrées dans différents milieux simples contrôlés montre une bonne superposition des courbes réelles et simulées. Ces résultats permettent donc de valider ce modèle, ainsi que les équations de propagation mises en place, dans la limite où le sol est non ou faiblement dispersif.

Il faut cependant noter les difficultés d'adaptation du modèle pour reproduire des mesures effectuées avec un matériel de mesure de qualité moyenne car de conception déjà ancienne et présentant des fluctuations importantes d'un milieu de mesure à un autre. Par ailleurs, de nombreux aspects de son fonctionnement restent encore mystérieux et rendent la tâche d'ajustement du modèle ardue.

Nous disposons néanmoins d'un modèle précis et entièrement paramétrable (type de signal émis, type de balun, impédance du câble, type de guides d'ondes, fenêtre d'observation, période d'échantillonnage) qui permet de simuler des courbes de signal réfléchi enregistrées par n'importe quel réflectomètre. Il peut donc servir d'outil de développement d'un prototype de réflectomètre pour prédire les résultats que l'on obtiendrait avec différents types de pulseur, de guides d'ondes, etc...

## **2<sup>ème</sup> partie : inversion des courbes de signal réfléchi**

***II.1 – Inversion des courbes de signal réfléchi par "layer-peeling algorithm"***

***II.2 – L'identification de profils hydriques par l'optimisation des paramètres du modèle de simulation de courbes de signal réfléchi***

Nous venons de mettre en place un modèle de simulation de courbes de signal réfléchi qui nous a permis de valider les équations et le processus de propagation du signal émis en milieu hétérogène. Cette deuxième partie montre comment exploiter ces résultats afin "d'inverser" ces courbes et accéder au profil hydrique du milieu de propagation (le sol).

Deux voies principales s'offrent à nous :

- l'inversion déterministe des courbes à partir de l'algorithme et des équations développées dans la première partie, mais écrits en sens inverse. On calcule ainsi pas à pas, à partir de chaque point de la courbe, l'humidité successive des strates par un processus en cascade. Cette technique, plus connue sous le nom de "layer-peeling algorithm", est couramment utilisée en électronique (Tektronix, 1993), et géophysique (Mendel and Habibi-Ashrafi, 1980) pour calculer des profils d'impédance, de structures géologiques... Nous présentons alors quelques exemples d'inversion et les limites de cette technique.
- Une autre voie plus directe basée sur l'optimisation des paramètres (profil d'humidité des strates) du modèle développé dans la première partie, afin d'obtenir la meilleure correspondance entre la courbe de signal réfléchi simulée et la courbe mesurée. Nous nous ramènerons à un problème de minimisation non linéaire des écarts entre les deux courbes. Pour le résoudre nous aurons recours à une technique d'optimisation classique de type Levenberg-Marquardt et une technique plus originale basée sur des algorithmes génétiques.

---

## II.1 - Inversion des courbes de signal réfléchi par "layer-peeling algorithm"

### II.1.1 - Principe

Il s'agit de retrouver le profil d'humidité en utilisant les équations de propagation aux limites de strates établies dans la première partie. Reprenons les équations (34) :

$$\begin{cases} U_+(i, j) = (1 + \rho_i) e^{-\alpha_{i-1}} U_+(i-1, j-1) - \rho_i e^{-\alpha_i} U_-(i+1, j-1) \\ U_-(i, j) = \rho_i e^{-\alpha_{i-1}} U_+(i-1, j-1) + (1 - \rho_i) e^{-\alpha_i} U_-(i+1, j-1) \end{cases}$$

(i et j sont respectivement les indices des strates et des temps)

Présenté sous cette forme, ce système comporte trop d'inconnues. Nous allons montrer que connaissant le signal émis et le signal réfléchi à l'appareil, nous pouvons en déduire le profil de coefficients de réflexion  $\{\rho_i\}$  puis le profil d'humidité du sol à condition de connaître le profil de coefficients d'amortissement  $\{\alpha_i\}$ . N'ayant pas de connaissance a priori sur le milieu de mesure, et pour simplifier les équations nous faisons l'hypothèse d'un milieu **sans amortissement** ( $\alpha_i = 0$ ) (cependant la démarche est la même avec un profil  $\{\alpha_i\}$  connu, il suffit de conserver les termes  $e^{-\alpha_i}$  dans les équations ci-dessus). Les équations deviennent :

$$\begin{cases} U_+(i, j) = (1 + \rho_i)U_+(i-1, j-1) - \rho_i U_-(i+1, j-1) \\ U_-(i, j) = \rho_i U_+(i-1, j-1) + (1 - \rho_i)U_-(i+1, j-1) \end{cases} \quad (40)$$

Afin de résoudre le problème inverse posé, nous allons maintenant reprendre les étapes du calcul de la courbe de signal réfléchi présentée dans la première partie (voir Figure 17), mais en sens contraire. Présentons les principales étapes :

### 1 - Calcul de la réponse impulsionnelle de la ligne

Le calcul de la réponse impulsionnelle étant la dernière étape aboutissant au calcul de la courbe de signal réfléchi dans le modèle de simulation, c'est par-là que nous allons commencer l'inversion. La courbe fournie par un réflectomètre est le signal réfléchi superposé au signal émis  $e(t)$ , considéré comme une distribution de Heaviside (voir Figure 13) :

$$s(t) = e(t) + r(t)$$

Dans le modèle de calcul de l'onde réfléchie,  $r(t)$  est obtenue par convolution du signal émis avec la réponse impulsionnelle de la ligne  $h(t)$ . On devrait donc en sens inverse obtenir cette dernière par *déconvolution* de  $r(t)$  avec  $e(t)$  :

$$\text{On a } r(t) = h(t) * e(t) \quad (* \text{ est le produit de convolution})$$

Soit, en utilisant la transformée de Fourier de chaque signal :

$$R(v) = H(v) \times E(v) \quad (v \text{ est la variable fréquentielle temporelle}) \quad (\text{Roddier, 1993})$$

$$\text{d'où } H(v) = R(v)/E(v)$$

$h(t)$  s'obtient ensuite par la transformée de Fourier inverse de  $H(v)$ .

Différents essais ont montré que les résultats sont bien meilleurs par simple dérivation. En effet, malgré un temps de montée de l'ordre de 200 ps, on considère le signal émis comme un échelon parfait. La réponse impulsionnelle s'obtient alors en dérivant  $r(t)$  (voir paragraphe I.4.2.2 – Prise en compte des caractéristiques techniques du réflectomètre Trase).

## 2 - Calcul du profil de coefficients de réflexion

La réponse impulsionnelle de la ligne de transmission est représentée par la suite  $\{U_-(1,j) ; j \geq 0\}$  dans le diagramme des échos transmis et réfléchis. Connaissant cette suite, on a alors accès à  $\rho_1$  à partir de la deuxième équation du système (40), pour  $i=1$  et  $j=1$  :

$$\rho_1 = \frac{U_-(1,1)}{U_+(0,0)}$$

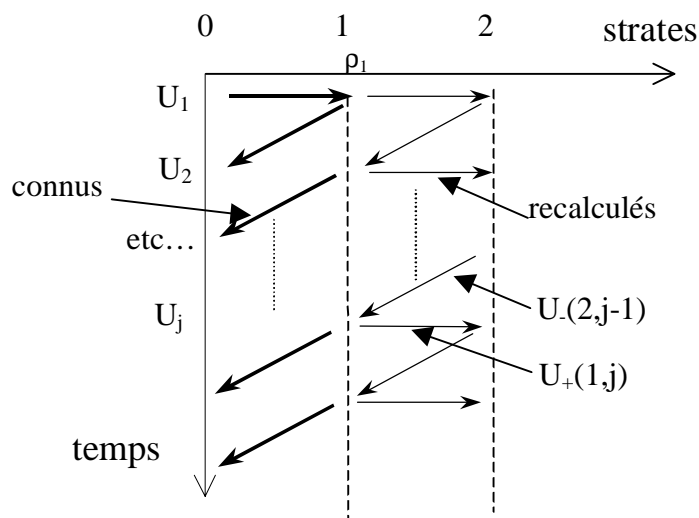
En effet  $U_-(2,0)=0$ , la ligne est au repos avant l'émission de l'impulsion, et il n'y a pas de source de signal venant de la droite.  $U_+(0,0)=1$  (c'est un "Dirac" normalisé représentant l'impulsion émise).  $U_-(1,1)$  est le premier point de la réponse impulsionnelle.

On peut alors calculer la suite  $\{U_-(2,j-1), j > 1\}$  (voir Figure 26) à partir de la première équation de (40) :

$$U_-(2,j-1) = \frac{U_-(1,j) - \rho_1 U_+(0,j-1)}{1 - \rho_1} \quad {}^{13}$$

et la suite  $\{U_+(1,j), j > 0\}$  à partir de la seconde.


Les deux premières colonnes du diagramme des échos réfléchis et transmis sont ainsi reconstituées.



**Figure 26 : reconstitution des 2 premières colonnes du diagramme des échos réfléchis et transmis**

<sup>13</sup>  $U_+(0,j-1)=0$  car il n'y a pas de réflexion d'onde vers la droite en début de ligne, le générateur est adapté à la ligne

On procède de même par itérations pour chaque segment suivant :



$$\rho_i = \frac{U_-(i,1)}{U_+(i-1,0)}$$

puis on calcule  $U_-(i+1, j-1) = \frac{U_-(i, j) - \rho_i U_+(i-1, j-1)}{1 - \rho_i}$

et  $U_+(i, j) = (1 + \rho_i) U_+(i-1, j-1) - \rho_i U_-(i+1, j-1)$

En fin de boucle, nous avons l'ensemble du profil de coefficients de réflexion  $\rho_i$ .

Cette résolution récurrente a valu à cette technique d'inversion le nom de "layer-peeling" (Bruckstein and Kailath, 1987), que l'on peut traduire en français par "épluchage des strates". En effet elle consiste à retirer les uns après les autres les effets de réflexion des strates sur le signal réfléchi correspondants aux strates suivantes.

### 3 - Calcul du profil d'humidité

L'équation (30) permet de calculer l'impédance  $Z_i$  à partir du profil de coefficient de réflexion :

$$Z_i = Z_{i-1} \frac{1 + \rho_i}{1 - \rho_i} \quad (41)$$

Le terme initial de cette suite est  $Z_0$ , l'impédance du début de ligne. Nous suivons les spécifications techniques de l'appareil qui indiquent une valeur de 50 Ohms pour le générateur et le câble coaxial. L'adaptateur d'impédance situé dans le connecteur de guides d'ondes modifie l'impédance de ces derniers vue depuis l'appareil. Cela revient à multiplier l'impédance amont ( $Z_0$ ) par le rapport de ce balun (voir remarque du paragraphe I.4.2.2 – Prise en compte des caractéristiques techniques du réflectomètre Trase).

Le profil de constante diélectrique est ensuite donné par l'équation (37) :  $\epsilon_{r_i} = \left( \frac{Z_g}{Z_i} \right)^2$

On obtient un profil discrétisé constitué d'une valeur par strate ; chaque strate est définie par un temps de propagation constant  $\theta$ . C'est donc un profil temporel.

Pour obtenir le profil en fonction de la distance le long de la ligne, on applique la même transformation temps-distance que celle présentée en première partie : l'équation (1) adaptée à notre milieu discrétisé, de pas de temps  $\theta$ , permet d'écrire

$$l(i) = c\theta \sum_{j=1}^i \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_{r_j}}} \quad (42)$$

avec  $l(i)$ , distance parcourue pour atteindre la  $i^{\text{ème}}$  strate temporelle.

Remarque : Cette transformation constitue un changement non linéaire d'abscisses dont l'opérateur est fonction des valeurs des ordonnées ( $\epsilon_r$ ). Ceci revient donc à corrélérer les ordonnées et les abscisses du profil. Plus l'humidité (ou la constante diélectrique) est élevée, pour un temps de propagation donné, plus les distances parcourues calculées sont courtes. Cette propriété va nous servir de critère de correction du profil dans le paragraphe suivant, sachant que sa longueur totale devrait être égale à la longueur (connue) des guides d'onde.

Enfin, la dernière étape avant d'aboutir à un profil d'humidité est l'étalonnage (Topp et al., 1980). On applique :

$$H_v = -5,3.10^{-2} + 2,92.10^{-2} \epsilon_r - 5,5.10^{-4} \epsilon_r^2 + 4,3.10^{-6} \epsilon_r^3$$

## II.1.2 – Introduction d'un seuil pour les coefficients de réflexion

A partir de l'équation (41), on a par récurrence l'impédance  $Z_i$  de la  $i^{\text{ème}}$  strate en fonction de l'impédance du début de ligne  $Z_0$  :

$$Z_i = Z_0 \prod_{j=1}^i \frac{1 + \rho_j}{1 - \rho_j} \quad (43)$$

On conçoit donc aisément à quel point de petites erreurs du calcul de coefficient de réflexion en début de profil sont propagées, accumulées et amplifiées en fin de profil.

Bruckstein et al.(1986) ont montré que si le signal est perturbé par un bruit d'offset d'amplitude maximale  $\gamma$  ( $\hat{\rho}_i = \rho_i + \gamma_i$  dans notre cas, avec  $|\gamma_i| < \gamma$ ), alors l'erreur d'évaluation

du  $p^{\text{ème}}$  coefficient de réflexion est bornée par  $2\gamma \prod_{i=1}^{p-1} \frac{1 + |\hat{\rho}_i|}{1 - |\hat{\rho}_i|} + o(\gamma^2)$

Autrement dit

$$|\rho_p - \hat{\rho}_p| \leq 2\gamma \prod_{i=1}^{p-1} \frac{1 + |\hat{\rho}_i|}{1 - |\hat{\rho}_i|} + o(\gamma^2) \quad (44)$$

Cette erreur peut rapidement faire diverger le modèle avec un nombre élevé de strates et un signal de mauvaise qualité. Cette équation indique par ailleurs que plus les coefficients de réflexion sont élevés, c'est à dire plus le milieu est hétérogène, plus l'erreur potentielle est forte.

Les auteurs proposent diverses solutions pour corriger cette erreur. Elles consistent à introduire dans le modèle une pré-connaissance du milieu.

Par exemple :

- connaître la fourchette de valeurs dans laquelle le profil est supposé se situer pour limiter la dérive
- connaître les caractéristiques (humidité, constante diélectrique, impédance ...) d'une strate à une certaine profondeur pour réajuster le profil de coefficients de réflexion lorsque le calcul atteint cette strate
- avoir une idée de la profondeur des discontinuités et de leur nombre : les coefficients de réflexion entre deux discontinuités correspondent alors à un milieu homogène et doivent être quasi nuls.

Ces situations se rencontrent plutôt en géophysique où le milieu présente peu de strates, et pour lequel on bénéficie souvent d'informations préalables.

C'est rarement le cas en agronomie. Afin de ne pas limiter le modèle à des mesures dans des conditions particulières nous allons appliquer une solution très générale consistant à limiter les coefficients de réflexion à un certain **seuil**. En effet avec des courbes rééchantillonnées à 100 ou 200 points, le modèle travaille avec une discrétisation relativement fine. D'une strate à la suivante les variations d'humidité sont donc faibles, les coefficients de réflexion doivent être proches de zéro. Si ceux-ci se situent à l'intérieur d'un intervalle  $[-\gamma, \gamma]$  (équation ci-dessus), on considère qu'il s'agit alors d'une erreur d'estimation due à l'algorithme et on leur impose la valeur nulle. En dehors de cet intervalle, on considère que leur valeur est significative, et reflète l'hétérogénéité du milieu de mesure.

### Comment choisir la valeur du seuil $\gamma$ ?

Plus ce seuil sera élevé, plus le profil de coefficients de réflexion sera proche du profil nul, donc moins le profil d'humidité présentera de variations. A l'extrême il sera plat, avec une valeur constante correspondant à l'humidité de la première strate.

On calcule dans un premier temps le profil de coefficients de réflexion sans seuillage. Celui-ci détermine une longueur de profil hydrique. Si cette longueur est inférieure à la longueur des guides d'onde, on peut appliquer un seuillage plus ou moins sévère des coefficients de réflexion (si  $|\rho_i| < \gamma$  alors  $\rho_i = 0$ ) qui aura pour effet de réduire l'humidité du profil, mais aussi sa longueur (voir remarque de la page 51). On calcule alors le seuil  $\gamma$  adéquat par convergence jusqu'à ce que la longueur correspondant au profil de coefficients de réflexion corrigé soit égale à la longueur des guides.

Notons en outre que la longueur du signal temporel extrait de la courbe de signal réfléchi mesurée, portion identifiée comme correspondant au premier aller-retour de l'onde le long des guides, joue un rôle essentiel dans la détermination du seuil  $\gamma$  puisqu'elle conditionne aussi la longueur du profil calculé (plus cette portion de signal est longue, plus la longueur du profil hydrique correspondant est évidemment grande). La localisation du début et de la fin des guides sur la courbe réflectométrique mesurée doit donc être fiable et la plus précise possible. Nous avons adopté la méthode des tangentes (Heimovaara and Bouten, 1990 ; Baker and Allmaras, 1990 ; Klemunes et al., 1996) classiquement utilisée pour calculer la constante diélectrique globale du milieu.

### II.1.3 - Mise en œuvre de l'inversion

L'algorithme du modèle inverse tel que nous l'avons programmé est le suivant (Figure 27) :

- Normalisation des courbes mesurées : on adapte l'échelle des ordonnées de la courbe mesurée pour que l'échelon démarre à la valeur zéro et que le plateau soit à la valeur 1.
- Analyse "classique" de la courbe, permettant de déterminer le début et la fin des guides, et accessoirement le temps de propagation aller-retour le long des guides, la constante diélectrique globale, et l'humidité volumique globale. Cette étape sert à limiter la longueur de signal utile à inverser.
- Calcul de la réponse impulsionnelle par dérivation du signal réfléchi  $r(t)$
- Calcul du profil de coefficients de réflexion via le diagramme des échos réfléchis et transmis à chaque strate
- Calcul des profils d'impédance, de constante diélectrique puis d'humidité
- Calcul du seuil de filtrage  $\gamma$  pour atténuer le bruit numérique
- Seuillage du profil de coefficients de réflexion.
- Calcul des nouveaux profils d'impédance, de constante diélectrique puis d'humidité.

Le constructeur Tektronix propose depuis peu un système de mesure d'impédance de circuits électroniques : IPA 510 Interconnect Parameter Analyzer (Tektronix, 1995 ; Janko and Decher, 1992). Ce système est constitué d'un ordinateur, d'un générateur de signal, et d'un oscilloscope large bande associé à une tête d'échantillonnage. Le circuit à tester placé sur un module de connexion et une électrode permet de tester le circuit en différents endroits. Le signal réfléchi est enregistré par l'oscilloscope. Ce signal est ensuite inversé par un logiciel installé sur l'ordinateur. Ce logiciel est en fait constitué d'un modèle de calcul dit de

"Z-profile" utilisant quasiment les mêmes équations et le même algorithme que le nôtre mais s'arrêtant à la détermination de l'impédance (Tektronix, 1993). Il présente néanmoins quelques différences. En effet, c'est directement la réponse indicielle (la courbe enregistrée) et non impulsionnelle qui est inversée. Ce qui revient à déconvoluer numériquement cette réponse du signal émis. Cette solution est beaucoup plus lourde en calcul mais théoriquement plus précise ; elle est possible dans le cas où l'on connaîtrait de façon précise le signal émis, ce qui n'est pas notre cas.

Par ailleurs le générateur de signal proposé émet un échelon dont le temps de montée est beaucoup plus court que celui produit par notre appareil (35 ps au lieu de 200 minimum dans notre cas). Les courbes de signal réfléchi enregistrées avec ce système permettent donc de détecter avec plus de précisions les discontinuités de la ligne.

Ce système est potentiellement plus performant que le nôtre, essentiellement grâce à son générateur de signal. Il serait intéressant de comparer la performance des modèles d'inversion seuls, en comparant les résultats de notre modèle avec ceux du modèle de Z-profile sur des courbes enregistrées avec le système IPA 510.

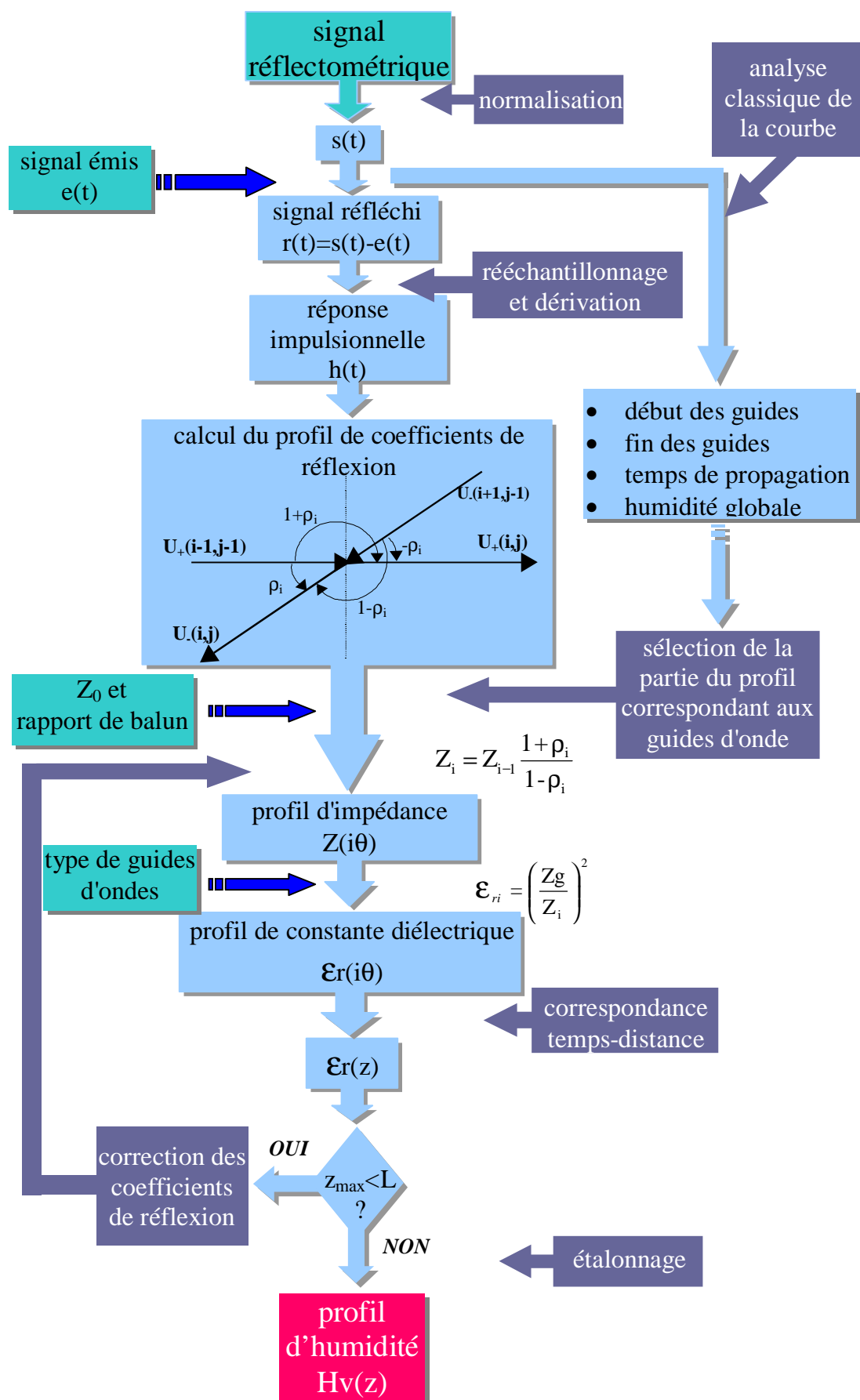


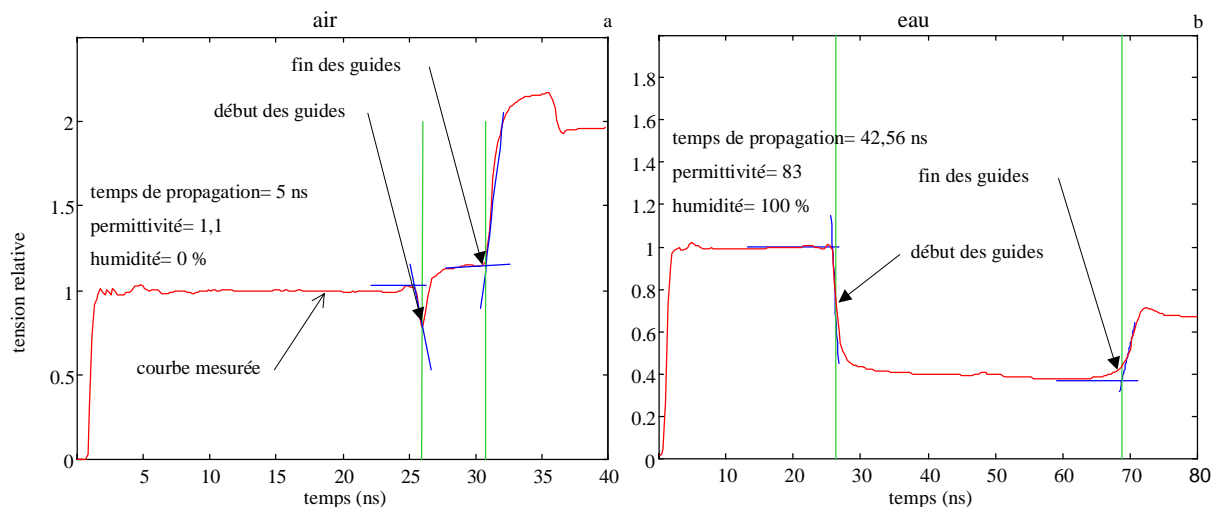
Figure 27 : algorithme du modèle d'inversion de courbes de signal réfléchi

## II.1.4 - Résultats

Présentons maintenant quelques exemples de profils hydriques de sols obtenus à partir de courbes de signal réfléchi mesurées, inversées grâce au modèle que nous venons de décrire.

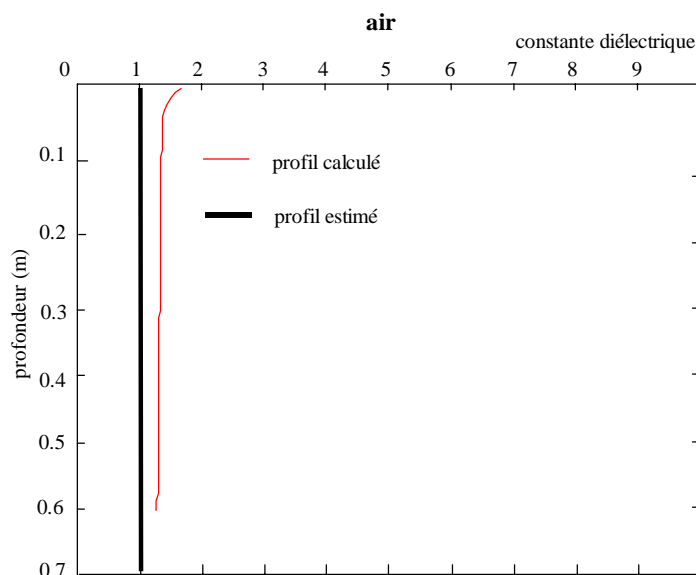
### Milieus homogènes

Comme dans la première partie, vérifions que ce modèle d'inversion est valide dans des milieux homogènes parfaitement connus (air et eau). Reprenons les courbes des figures 18 et 19.



**Figure 28 : détermination du début et de la fin des guides sur des courbes de signal réfléchi mesurées dans de l'air et dans de l'eau**

En Figure 29 et Figure 30 sont représentés les profils de constante diélectrique et non d'humidité correspondants. En effet l'étalonnage de Topp et al. (1980), comme la plupart des étalonnages, a été établi sur différents sols dont la fourchette de constante diélectrique était comprise entre 3 et 40. Elle n'est donc pas valable dans le cas d'un milieu constitué uniquement d'air ( $\epsilon_r = 1$ ) ou d'eau ( $\epsilon_r = 80$ ).

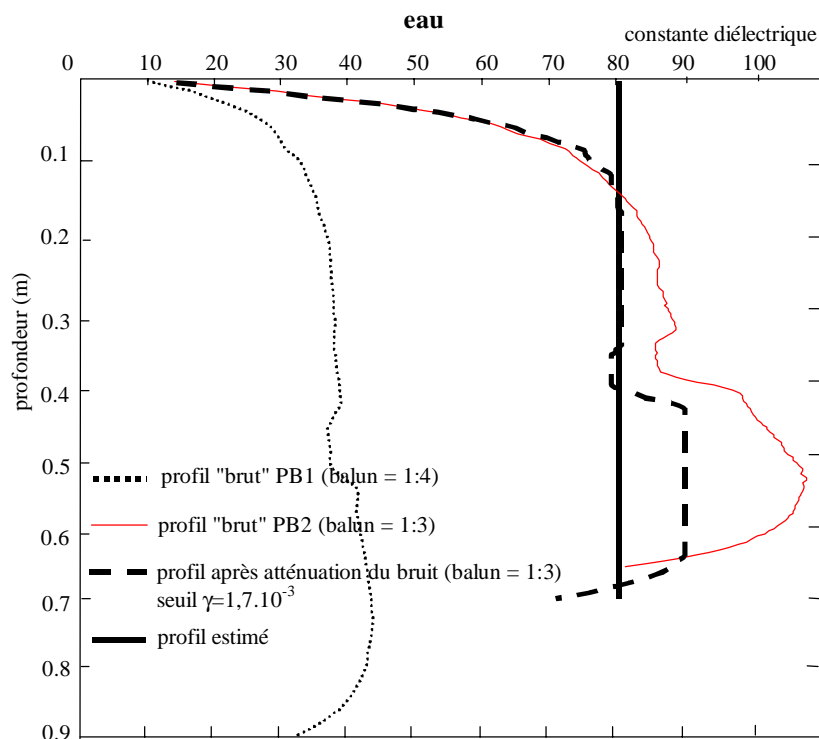


**Figure 29 : inversion d'une courbe de signal réfléchi mesurée dans l'air**

La Figure 29 montre d'une part que le profil calculé est légèrement supérieur à la valeur 1 et que d'autre part sa longueur totale est d'environ 60 cm au lieu de 70 cm.

Cet écart de constante diélectrique est certainement dû à un mauvais ajustement des paramètres du modèle. Nous avons réglé ceux-ci à partir des données spécifiées par le constructeur : impédance du câble coaxial = 50 Ohms, rapport de balun = 1:4. En fait le câble ne fait pas exactement 50 Ohms, et le balun comme nous l'avons vu dans la première partie n'a pas un rapport constant en fonction de l'humidité du milieu. Ces incertitudes font que le profil calculé présente un écart absolu de constante diélectrique d'environ 0,3 points. Cette valeur est cependant faible, l'écart d'humidité qui en découlerait après étalonnage serait de 0,5 voire 1 %. Ce chiffre reste inférieur à la précision que l'on peut espérer d'un étalonnage (environ 1,5 à 2 % d'humidité) (Dirksen and Dasberg, 1993 ; Todoroff and Langellier, 1998). On peut malgré tout espérer corriger cet écart en atténuant le bruit numérique.

Par ailleurs c'est la légère surestimation de la constante diélectrique du profil qui fausse la profondeur calculée correspondant (voir remarque de la page 51). Une valeur de constante diélectrique constante et égale à 1 permettrait de retomber sur une profondeur totale de 70 cm.



**Figure 30 : inversion d'une courbe de signal réfléchi mesurée dans l'eau**

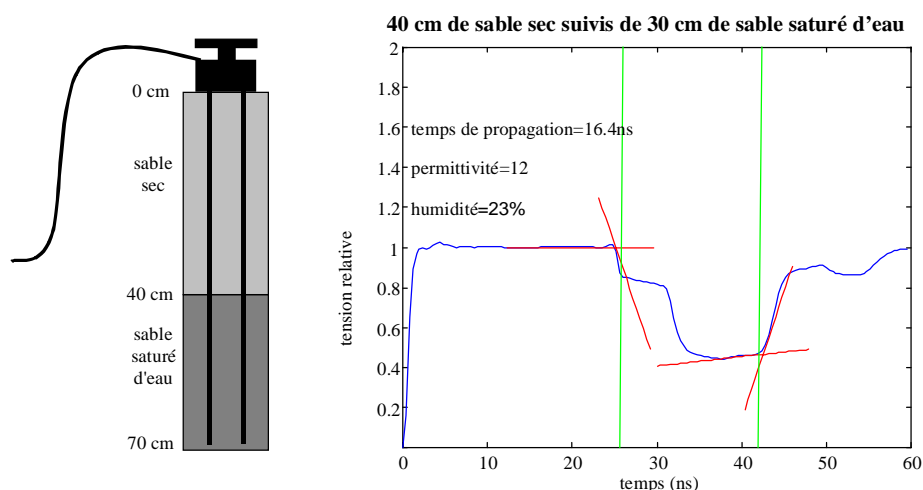
Dans le cas de la mesure dans l'eau (Figure 30) en revanche, le profil calculé PB2 est obtenu après ajustement "manuel" du rapport de balun ajusté à la valeur 1:3 (équivalent au rapport d'échelle de 0,74 appliqué par L.A. Pereira Dos Santos (1997)). Une valeur de 1:4 donne en effet un profil (PB1) trop éloigné du profil estimé. Le profil brut PB2 a une allure nettement asymptotique jusqu'à mi-profondeur et semble converger vers  $\epsilon_r = 90$ . C'est l'illustration des effets de relaxation déjà identifiés en première partie lors de la comparaison des courbes de signal réfléchi mesurées avec celles simulées. Au-delà de 35 cm de profondeur le profil est perturbé par l'écho d'une discontinuité située au niveau du balun. Cette discontinuité est pourtant incluse dans le signal mesuré. Elle est donc prise en compte lors du calcul des coefficients de réflexion et devrait alors être éliminée du profil. Elle ne l'est en fait pas complètement car le signal émis présente un temps de montée non nul (environ 200 ps) qui ne permet pas de mesurer avec précision les courtes discontinuités telles que celle-ci. Ajoutons à cela les erreurs numériques cumulées et on comprend que cet écho ne puisse être parfaitement éliminé.

Les valeurs de constante diélectrique du profil, au-delà de 15 cm de profondeur, sont par ailleurs toujours supérieures à celles attendues, conduisant ainsi à une sous-estimation de la longueur totale du profil. Cette différence est due à l'ajustement approximatif du rapport de transformation du balun, et au bruit numérique. Si l'on filtre les coefficients de réflexion afin d'atténuer celui-ci, on s'aperçoit que le profil est nettement plus proche du profil attendu, bien

que l'écho mentionné plus haut soit encore présent. Ce résultat est cependant beaucoup plus satisfaisant et confirme l'intérêt de filtrer le bruit du signal.

### Milieus stratifiés

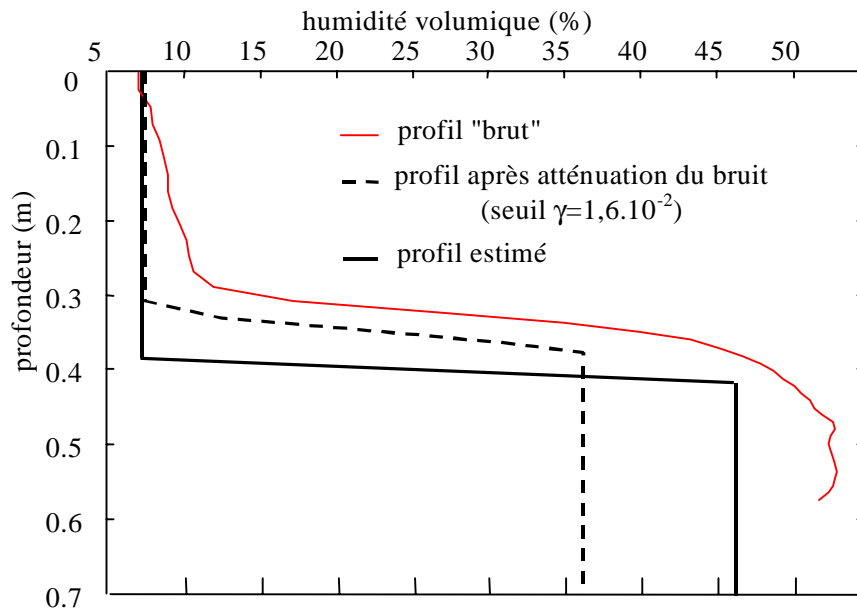
Voyons maintenant le comportement du modèle en milieu stratifié. Reprenons l'exemple de la première partie.



**Figure 32 : courbe de signal réfléchi mesuré dans un milieu stratifié : 40 cm de sable sec suivis de 30 cm de sable saturé d'eau**

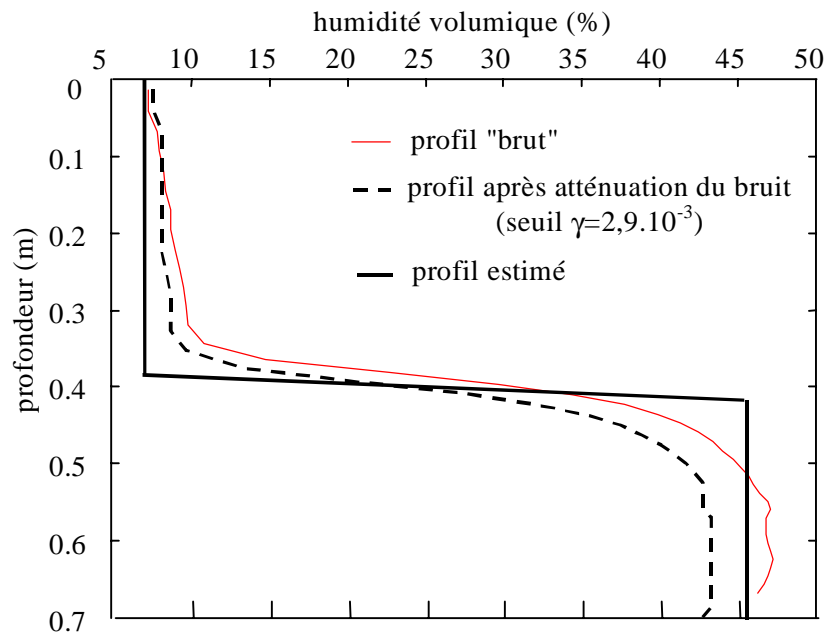
Le profil obtenu après inversion de cette courbe est présenté Figure 33. Aucun des deux profils calculés (voir Figure 33), brut ou après atténuation du bruit, n'est satisfaisant. Le profil brut surestime l'humidité de la deuxième strate, et le profil calculé après atténuation du bruit la sous-estime. Le seuil de filtrage des coefficients de réflexion déterminé de façon à faire correspondre la longueur du profil avec la longueur des guides est donc trop élevé et fait perdre de l'information utile contenue dans le signal mesuré.

Notons que le profil estimé est idéalisé. Il n'est certainement pas aussi géométrique dans la réalité, mais n'ayant pas de moyen simple de le mesurer avec plus de précision, c'est celui que nous retiendrons comme référence.



**Figure 33 : inversion de la courbe de signal réfléchi mesurée dans 40 cm de sable sec suivis de 30 cm de sable saturé d'eau**

La valeur du rapport de transformation du balun utilisée est la même que celle choisie pour l'inversion de la courbe mesurée dans l'eau. Or l'humidité globale de ce milieu stratifié est de 23 %. On peut donc penser que le rapport effectif du balun se situe entre celui observé pour de l'eau (rapport = 1:3) et celui observé pour de l'air (rapport = 1:4). Après différents essais, nous avons retenu la valeur 1:3,6 qui donne de meilleurs résultats (voir Figure 34).



**Figure 34 : inversion de la courbe de signal réfléchi mesurée dans 40 cm de sable sec suivis de 30 cm de sable saturé d'eau, après ajustement du rapport de transformation du balun**

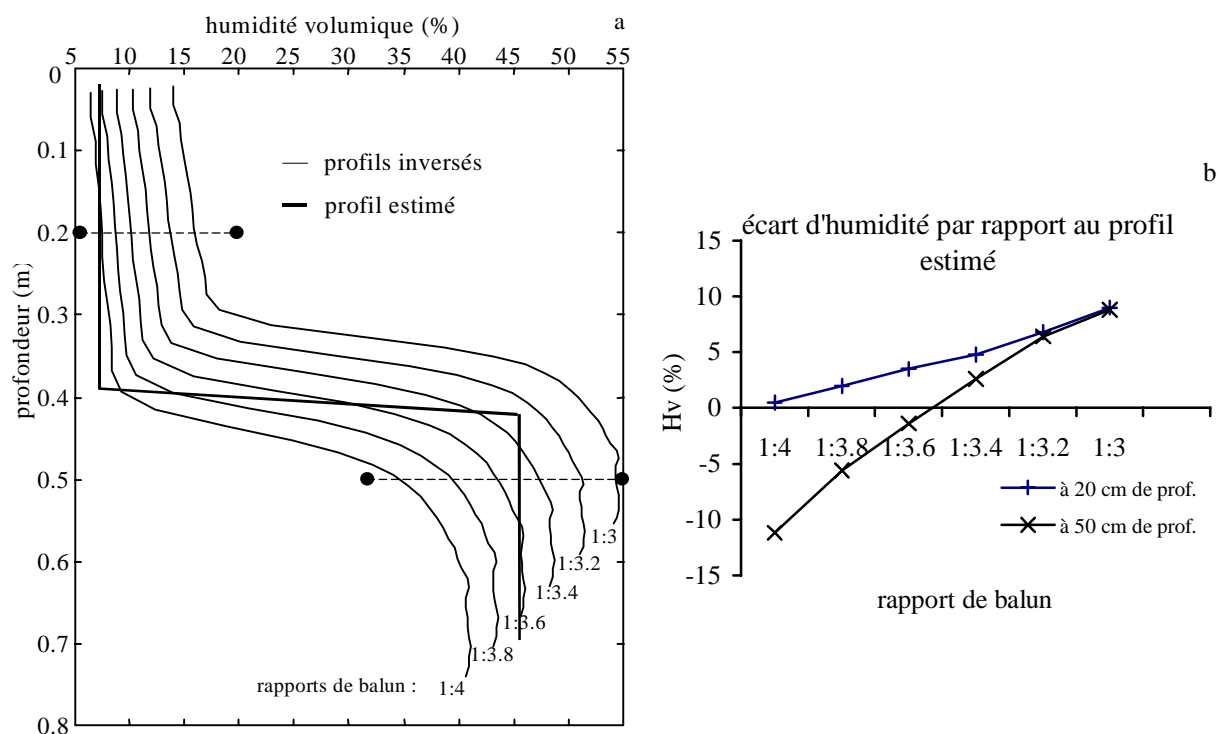
Le profil "brut" est maintenant beaucoup plus satisfaisant. L'atténuation du bruit n'améliore rien, au contraire l'humidité est légèrement sous-estimée au niveau de la strate humide.

Ces résultats mettent en évidence l'importance des caractéristiques du matériel de mesure (notamment le rapport de transformation du balun) sur le profil hydrique obtenu. La précision des résultats que nous venons de présenter est donc intimement liée à la bonne connaissance de ces caractéristiques, ainsi qu'à la qualité de conception du matériel. Cet exemple en particulier montre à quel point les fluctuations de l'adaptateur d'impédance contenu dans le balun sont un obstacle à l'obtention de profils hydriques fiables.

Pour mieux nous en rendre compte, quantifions cet effet ainsi que celui du bruit numérique sur la précision du profil hydrique.

### Sensibilité du modèle aux fluctuations du rapport de transformation du balun

L'expérience nous a montré que le rapport de transformation du balun varie entre 1:3 et 1:4. Inversons donc cette courbe en milieu stratifié avec différentes valeurs de ce rapport et comparons les résultats (Figure 35).



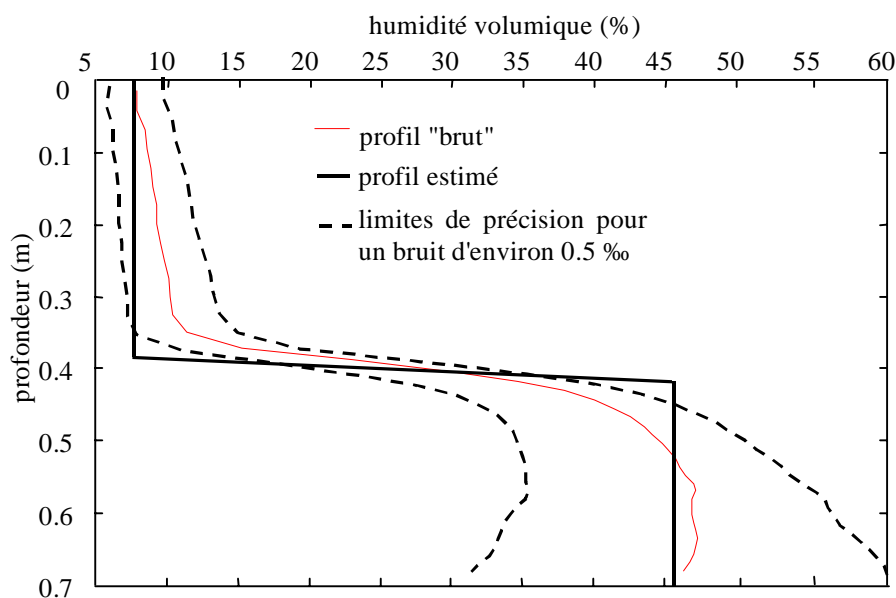
**Figure 35 : influence du rapport de transformation du balun sur le profil hydrique inversé**

L'humidité calculée en profondeur passe de 55 à 40 % (Figure 35) environ pour les valeurs extrêmes du rapport de balun (respectivement 1:3 et 1:4), ce qui représente une erreur relative de  $[-11\%; +22\%]$  par rapport à la valeur attendue (46% d'humidité en fin de profil).

La sensibilité du modèle au rapport de balun est par ailleurs plus importante en fin qu'en début de profil (graphique b). Cette erreur joue également sur les distances calculées : on observe un décalage d'environ 28% entre les deux profils extrêmes. Les fluctuations du rapport de balun limitent donc sérieusement ce modèle pour une utilisation agronomique (calcul de stocks d'eau par exemple). La caractérisation rigoureuse du balun, ou mieux, la conception d'un adaptateur actif d'impédance assurant un rapport de transformation constant et connu apparaît désormais nécessaire pour une application du modèle en milieu réel.

### Sensibilité du modèle au bruit de la mesure

La documentation technique de notre appareil n'indique pas la précision que l'on peut attendre sur la mesure du signal électrique. Cette précision est liée au rapport signal sur bruit du convertisseur analogique / numérique. Ne connaissant pas ses performances, nous ferons l'hypothèse habituelle en électronique d'une précision de 1 LSB (Least Significant Bits). C'est à dire de  $2/4096=4,9.10^{-4}$  (c'est un convertisseur 12 bits, ou 4096 niveaux). En appliquant l'équation (44) avec  $\gamma = 4,9.10^{-4}$ , on détermine l'intervalle de confiance du profil hydrique (voir Figure 36), délimité par les courbes issues de profils de coefficients bruités avec les valeurs extrêmes de  $+4,9.10^{-4}$  et  $-4,9.10^{-4}$ .

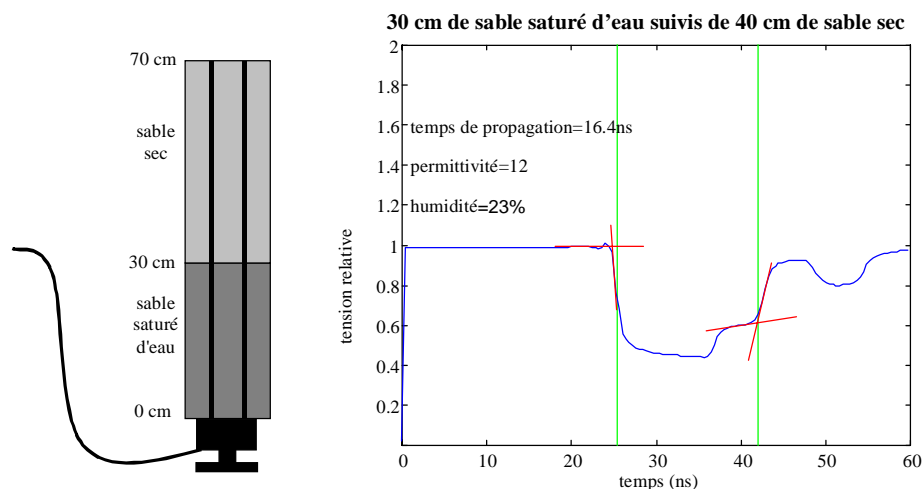


**Figure 36 : intervalle de confiance du profil hydrique pour un bruit de 0.5 ‰**

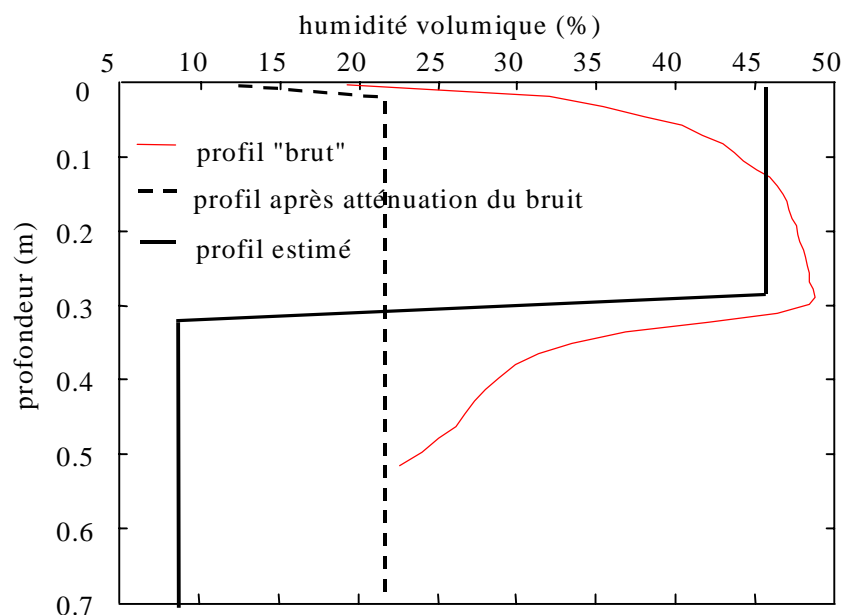
Tant que le milieu est homogène la précision est acceptable ( $\pm 3\%$  d'humidité sur la première strate). En revanche la présence d'une discontinuité est problématique et élargit l'intervalle de confiance à un point tel que le profil peut devenir inexploitable ( $\pm 15\%$  d'humidité en fin de profil). Cet exemple montre à quel point ce type d'inversion est sensible au bruit numérique. Le filtrage des coefficients de réflexion permettant d'atténuer cet effet s'avère donc nécessaire.

### Cas problématique

Reprenons maintenant le même milieu, mais cette fois en intervertissant l'ordre des strates : 30 cm de sable saturé d'eau suivis par 40 cm de sable sec. L'inversion de la courbe de réflexion est présentée Figure 38, le rapport de transformation du balun est maintenu à 1:3,6.



**Figure 36 : courbe de signal réfléchi mesuré dans un milieu stratifié : 30 cm de sable saturé d'eau suivis de 40 cm de sable sec**



**Figure 38 : inversion de la courbe de signal réfléchi mesurée dans 30 cm de sable saturé d'eau suivis de 40 cm de sable sec**

Les effets de relaxation sont nets au niveau de la strate humide ; le profil "brut" est très arrondi, notamment sur les dix premiers centimètres. L'humidité dépasse ensuite légèrement l'humidité attendue sur cette première strate. Le profil ne permet pas en revanche d'identifier nettement la seconde strate, la courbe s'arrête au bout de 50 cm pour une humidité de 22-23 % environ.

L'introduction d'un seuil de filtrage du bruit permet "d'étirer" le profil mais au prix d'une telle perte d'informations que l'on n'observe plus qu'une seule strate à 22 % d'humidité (approximativement l'humidité moyenne calculée à partir de l'analyse "classique" de la courbe de réflexion). Il semble que la strate humide, située en début de guides d'onde, agisse comme un filtre, et empêche les réflexions du signal ayant lieu au niveau de la 2<sup>ème</sup> strate d'atteindre le réflectomètre. C'est pourquoi celle-ci est quasiment invisible sur le profil inversé. Il s'agit là d'un problème de perte de signal, phénomène que nous avons décidé de ne pas prendre intégralement en compte à ce stade de notre étude.

Cet exemple met en évidence les limites du modèle d'inversion par "layer-peeling algorithm" (par la suite nous ferons référence à ce modèle par les initiales LPA), dans le cas où le signal rencontre en premier lieu une zone de forte humidité.

## **II.1.5 - Synthèse**

Nous avons inversé le modèle présenté en première partie en ayant fixé à zéro les coefficients d'amortissement. Celui-ci calcule donc le profil d'humidité à partir de la courbe de signal réfléchi enregistrée par un réflectomètre. Les équations récurrentes mises en place rendant ce modèle d'inversion très sensible au bruit de la mesure (la courbe de signal réfléchi), nous avons par ailleurs mis en place un filtrage des coefficients de réflexion permettant d'en atténuer l'effet.

L'étude de la réponse du balun avec un analyseur vectoriel a montré que le rapport de transformation de ce balun était loin d'être constant sur le spectre des fréquences mises en jeu et variait en fonction de la charge de la ligne. Des mesures en milieux contrôlés ont confirmé la fluctuation de ce rapport et ont montré la nécessité de l'ajuster à chaque mesure dans des milieux différents. Cette incertitude d'origine instrumentale constitue un obstacle majeur à la validation de notre modèle en introduisant une inconnue supplémentaire sur l'amplitude des courbes mesurées.

Enfin nous avons pu constater à quel point les phénomènes d'amortissement de l'onde pouvaient dégrader la précision du profil surtout lorsqu'ils ont lieu en début de guides d'onde.

Pour améliorer nos résultats il est donc nécessaire de résoudre ces deux problèmes. Le premier (rapport fluctuant du balun) est d'ordre matériel et doit pouvoir être résolu par la conception d'un adaptateur d'impédance de meilleure qualité. Ce point nécessite un travail complémentaire.

Le second point consiste à tenir compte des phénomènes d'amortissement de l'onde. Nous allons donc envisager un autre type d'inversion des courbes de signal réfléchi : l'optimisation des paramètres d'entrée du modèle de simulation développé en première partie.

---

## **II.2 – L'identification de profils hydriques par l'optimisation des paramètres du modèle de simulation de courbes de signal réfléchi**

Nous disposons du modèle de calcul de courbe de signal réfléchi à partir du profil hydrique de sol. Pour retrouver le profil hydrique correspondant à une courbe mesurée, il peut

sembler plus naturel d'utiliser ce modèle, plutôt que d'établir le modèle inverse. Le principe étant alors d'identifier les paramètres d'entrée (profil hydrique) du modèle assurant une sortie (courbe de signal réfléchi simulée) aussi proche que possible du phénomène observé (courbe de signal réfléchi mesurée). Cette identification s'effectue par le biais d'un processus itératif au cours duquel les paramètres sont ajustés de façon à minimiser un critère d'erreur défini à partir de l'écart entre la sortie du modèle et l'observation.

Nous n'avons pas envisagé cette solution comme voie prioritaire d'inversion car elle s'accompagne d'un certain nombre d'inconvénients, notamment :

- la sensibilité des algorithmes d'optimisation aux minima locaux (solutions sous-optimales)
- la lenteur des calculs liée au plus ou moins grand nombre d'évaluations des solutions par le modèle
- un trop grand nombre de paramètres à déterminer (les valeurs d'humidité des différentes strates issues de la discrétisation de l'épaisseur de sol étudiée) pour les techniques "classiques" d'optimisation.

Dans les pages précédentes nous avons mis en évidence également les limites du modèle inverse, modèle qui ne permet pas de tenir compte de l'amortissement de l'onde. La solution pour repousser ces limites est donc de prendre en compte cet amortissement en utilisant le modèle de simulation développé en première partie de cette thèse. Il est nécessaire dans ce cas de recourir à l'identification du profil hydrique permettant de simuler la courbe de signal réfléchi la plus proche possible de la courbe mesurée.

Nous allons dans la suite présenter les résultats obtenus par une méthode déterministe "classique" : l'algorithme de Levenberg-Marquardt, ainsi que ceux obtenus par une méthode plus récente, de type stochastique : les algorithmes génétiques.

### **II.2.1 - Les méthodes déterministes classiques et l'algorithme de Levenberg Marquardt**

Dans tous les cas, les procédures d'optimisation supposent la définition d'un critère d'erreur  $J$  à minimiser. Ce critère mesure l'écart entre la sortie du modèle (courbe simulée  $C_s$ ) issue d'un vecteur de paramètres  $\vec{W}$  et la mesure réelle (courbe mesurée  $C_m$ ). La convergence de l'algorithme vers une simulation optimale dépend fortement du choix de ce critère (Walter et Pronzato, 1994). Nous nous bornerons pour notre part à l'écart quadratique moyen entre la courbe simulée et la courbe mesurée.

On définit ainsi :

$$J(\vec{W}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_m^i - C_s^i)^2 \quad (45)$$

avec  $n$  = nombre de points de la courbe

L'estimation des paramètres optimaux peut donc se résumer à un problème d'interpolation de la fonction de plusieurs variables  $J$ .

Il existe de nombreuses techniques de résolution dont le principe est d'ajuster les paramètres en fonction de leur contribution à l'erreur  $J$ . Or pour évaluer l'influence de la modification des paramètres à chaque itération, il faut un élément donnant le sens d'évolution de  $J$  par rapport à ces paramètres. Si le critère  $J$  est suffisamment différentiable par rapport à  $\vec{W}$ , le développement de Taylor de  $J$  au premier ordre fait apparaître le gradient, porteur de cette information.

$$g(\vec{W}) = \frac{dJ(\vec{W})}{d\vec{W}} \quad (46)$$

A l'origine de nombreux algorithmes d'optimisation, la **méthode du gradient** (ou méthode de la plus grande pente) (Walter et Pronzato, 1994) est basée sur une recherche des paramètres dans la direction opposée à celle du gradient. Plus précisément elle consiste à actualiser à chaque itération le vecteur des paramètres  $\vec{W}$  suivant la direction opposée à celle de  $g(\vec{W})$  évalué à l'itération précédente :

$$\vec{W}_{i+1} = \vec{W}_i - \mu g(\vec{W}_i) \quad \mu \text{ est le pas de modification des paramètres} \quad (47)$$

La convergence dépend donc directement de  $g(\vec{W})$ , de sorte que celle-ci ralentit à l'approche de l'optimum (le gradient tend vers zéro). En outre, dès lors qu'il existe des optima locaux, ceux-ci constituent des puits d'attraction auxquels cette méthode a du mal à échapper avec un pas constant.

Pour remédier à ces défauts, des algorithmes plus évolués introduisent le développement de Taylor de  $J(\vec{W})$  jusqu'au second ordre autour de  $\vec{W}_0$ , ce qui fait apparaître le Hessian :

$$H(\vec{W}) = \frac{d^2 J(\vec{W})}{d^2 \vec{W}} \quad (48)$$

Cet opérateur est utilisé dans les méthodes du second ordre que sont les méthodes de **Newton** et de **Gauss-Newton** (Walter et Pronzato, 1994), lesquelles diffèrent essentiellement par le calcul de la direction de recherche et celui du Hessian lui-même.

L'ajustement du vecteur de paramètres suit une relation de type :

$$\vec{W}_{i+1} = \vec{W}_i - \frac{g(\vec{W}_i)}{H(\vec{W}_i)} \quad (49)$$

C'est le calcul de  $H(\vec{W})$  qui présente le plus de difficultés puisqu'il nécessite le calcul des dérivées secondes à chaque itération. Ces méthodes sont donc plus lourdes en calcul, mais permettent une convergence plus rapide.

La méthode de **Levenberg-Marquardt** (Levenberg, 1944 ; Marquardt, 1963) est dérivée de la méthode de Gauss-Newton et représente un compromis intéressant entre les méthodes du premier ordre et celles du second ordre. C'est pour cette raison que nous avons choisi celle-ci pour optimiser les paramètres de notre modèle.

L'expression de sa direction de recherche permet de tirer partie des avantages des premières méthodes l'une lorsque les secondes deviennent défavorables à une convergence optimale :

$$\vec{W}_{i+1} = \vec{W}_i - \frac{g(\vec{W}_i)}{Ha(\vec{W}_i) + \lambda_i I} \quad (50)$$

$Ha(\vec{W}_i)$  est une approximation du Hessien qui permet d'éviter les problèmes de matrices non définies positives.  $I$  est la matrice identité qui assure l'ajout du terme de relaxation variable  $\lambda_i$  aux éléments de la diagonale de  $Ha(\vec{W}_i)$ .  $\lambda_i$  diminue à l'approche de l'optimum et augmente dans le cas contraire. L'introduction de la relaxation est fondamentale : on retrouve la méthode du gradient à pas variable lorsque  $\lambda_i I$  devient prépondérant (avec  $\mu_i = 1/\lambda_i$ ), c'est à dire lorsque l'on s'éloigne de l'optimum, à l'inverse  $Ha(\vec{W}_i)$  prend le dessus à l'approche de l'optimum accélérant ainsi la convergence.

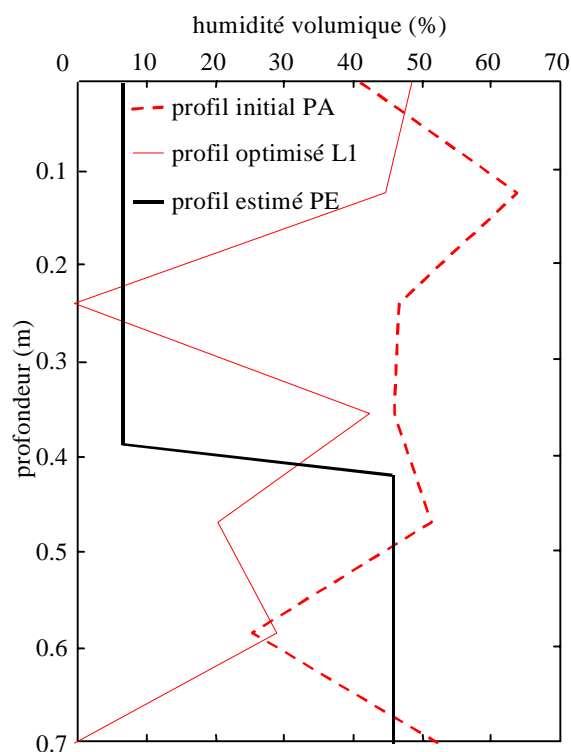
## Résultats

Reprenons l'exemple du milieu contrôlé stratifié constitué de 40 cm de sable sec sur 30 cm de sable saturé d'eau, et choisissons de discrétiser la hauteur du milieu en 7 strates de 10 cm chacune. Nous allons utiliser le modèle sans amortissement dans un premier temps, pour tester la méthode et observer la convergence.

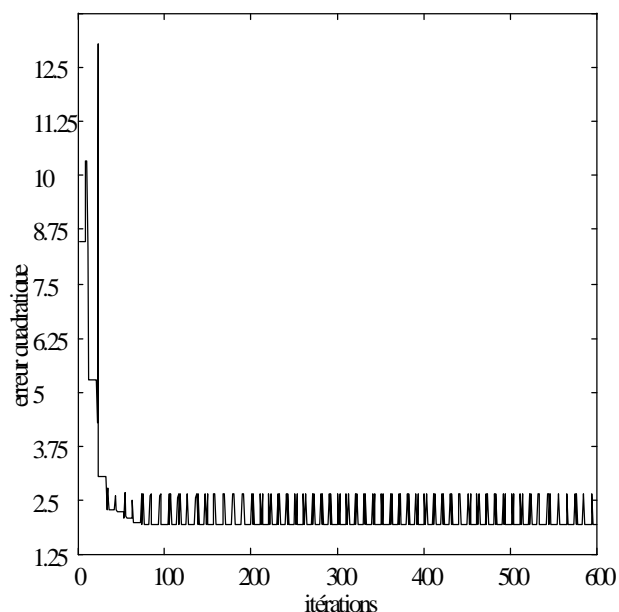
### Optimisation par algorithme de Levenberg-Marquardt avec initialisation aléatoire

Nous lançons l'algorithme de Levenberg-Marquardt avec 7 paramètres à optimiser, d'abord sans pré-connaissance du milieu. Nous définissons donc un profil d'humidité initial

aléatoire PA. Après 600 itérations, le profil optimisé L1 est toujours très éloigné du profil attendu (Figure 38) PE.



**Figure 38 : profil d'humidité initial et profil d'humidité après optimisation**



**Figure 39 : Évolution de l'erreur au cours de l'optimisation du profil hydrique**

L'erreur quadratique entre la courbe mesurée (de référence) et la courbe simulée était de 8,5 en début d'optimisation. Elle est descendue rapidement en une cinquantaine d'itérations pour osciller ensuite entre 1,95 et 2,6 jusqu'à la fin (Figure 39).

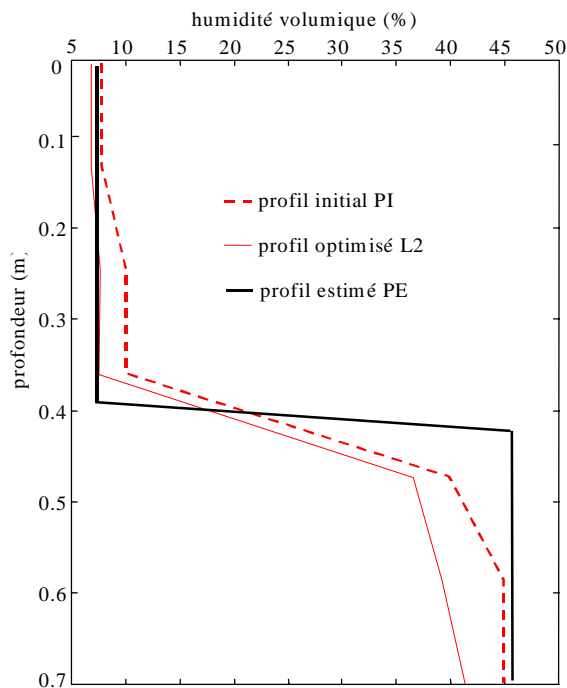
L'algorithme reste piégé entre deux minima locaux qui bloquent sa convergence. Nous avons fixé comme critère d'arrêt de l'algorithme une erreur maximale de 0,0025. Il n'a jamais été atteint au cours de nombreux essais avec différents profils initiaux.

### **Optimisation par algorithme de Levenberg-Marquardt avec initialisation proche de l'optimum**

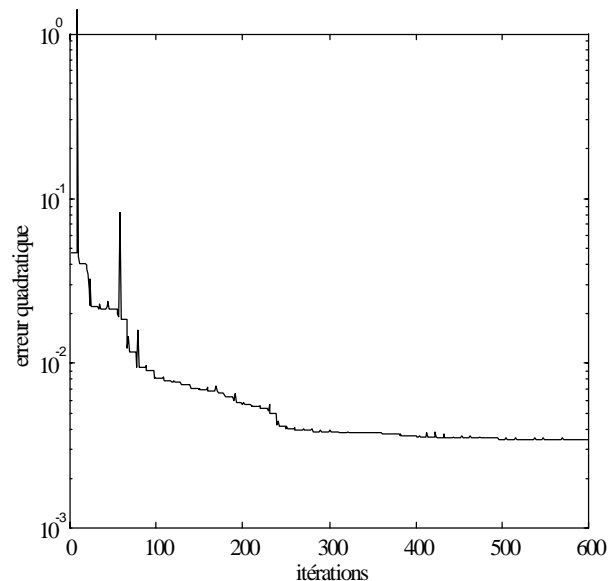
Essayons maintenant d'aider l'algorithme avec une initialisation plus proche de la solution à atteindre. Utilisons le résultat du modèle inverse LPA comme solution approchée du profil hydrique à identifier et voyons si l'optimisation par l'algorithme de Levenberg-Marquardt permet de réduire l'erreur quadratique. Le profil hydrique obtenu ne doit pas être significativement différent du profil calculé par le modèle inverse puisque l'optimisation que

nous envisageons est sans amortissement. Le modèle de simulation de courbes de signal réfléchi et le modèle inverse sont alors équivalents.

Le profil initial PI et le profil final identifié L2 sont présentés Figure 40. Ils sont en effet très proches. L'écart provient cependant du fait que l'on est obligé de discrétiser le profil en strates grossières de 10 cm pour les besoins de l'optimisation, alors que le modèle inverse, à l'origine du profil initial, travaille avec des strates temporelles plus fines (équivalentes à une épaisseur de strate de l'ordre du cm, variable selon l'humidité de la strate). De plus on applique un filtrage passe-bas pour lisser la courbe et limiter cet effet de discrétisation.



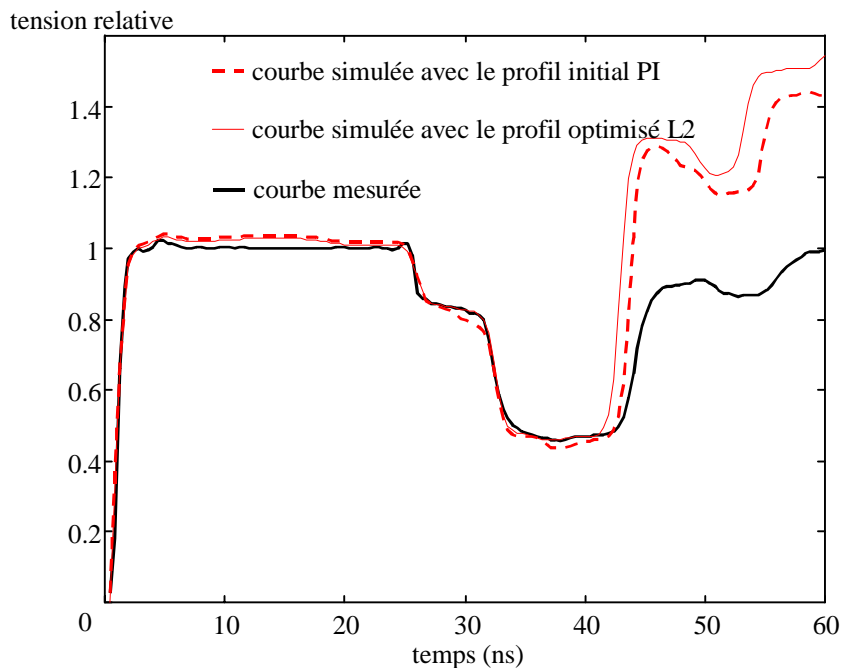
**Figure 40 : profil d'humidité initial et profil d'humidité après optimisation**



**Figure 41 : Évolution de l'erreur au cours de l'optimisation du profil hydrique**

L'évolution de l'erreur quadratique (Figure 41) montre nettement la convergence vers la solution optimale. L'erreur passe de 0,048 avec le profil initial PI, à 0,0025 avec le profil optimisé L2.

Les sorties du modèle correspondant à ces deux profils montrent (Figure 42) que l'optimisation (profil L2) a permis de coller plus finement à la courbe mesurée qu'avec le profil initial PI. En revanche, la fin de la courbe de signal réfléchi simulée avec le profil optimisé (trait plein fin) a lieu un peu trop tôt par rapport à la courbe mesurée. Ceci est dû aux valeurs d'humidité optimisées un peu plus faibles que celles du profil initial qui raccourcissent le temps de propagation calculé.



**Figure 42 : courbes simulées et courbe mesurée de signal réfléchi**

Nous allons maintenant optimiser le profil hydrique en tenant compte dans le modèle de simulation de l'amortissement (sans distorsion) du signal et voir que cet effet est corrigé.

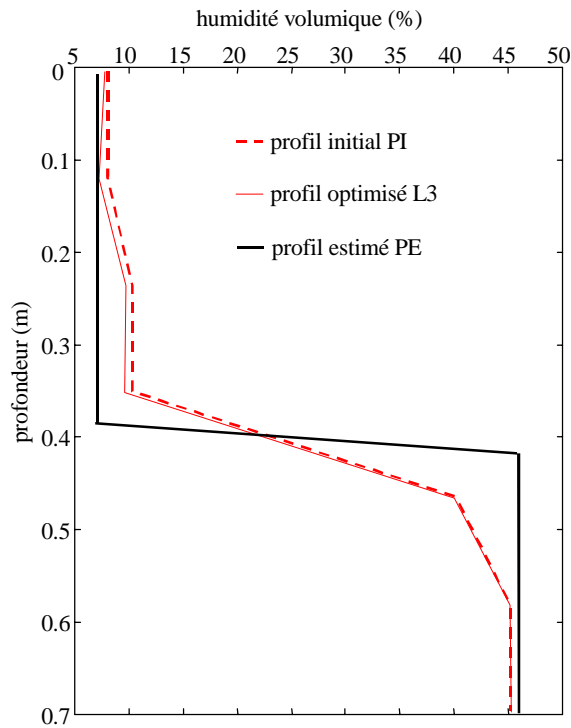
### **Optimisation par algorithme de Levenberg-Marquardt en tenant compte de l'amortissement du signal**

Comme dans la première partie, nous simplifions l'expression de l'amortissement en choisissant une expression du profil de coefficients d'amortissement de type :

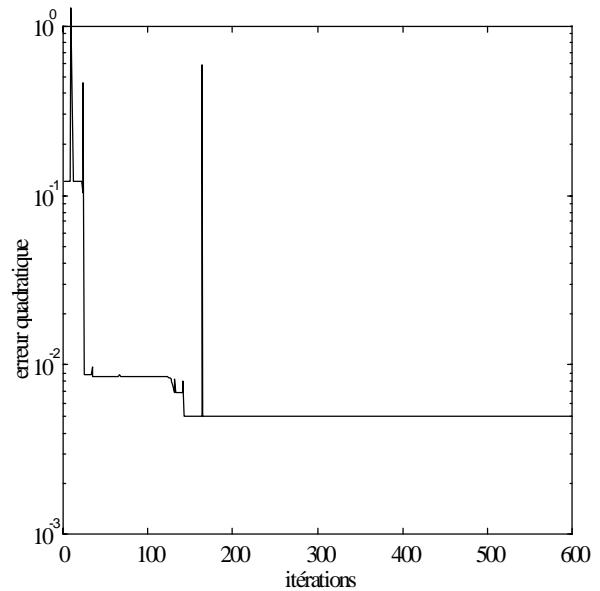
$$\alpha(z) = k_x \sqrt{\epsilon_r(z)} \quad (51)$$

$k$  est le paramètre que nous allons optimiser.

Le profil initial PI et le profil final optimisé L3 (Figure 43) sont encore plus proches que dans le cas précédent.



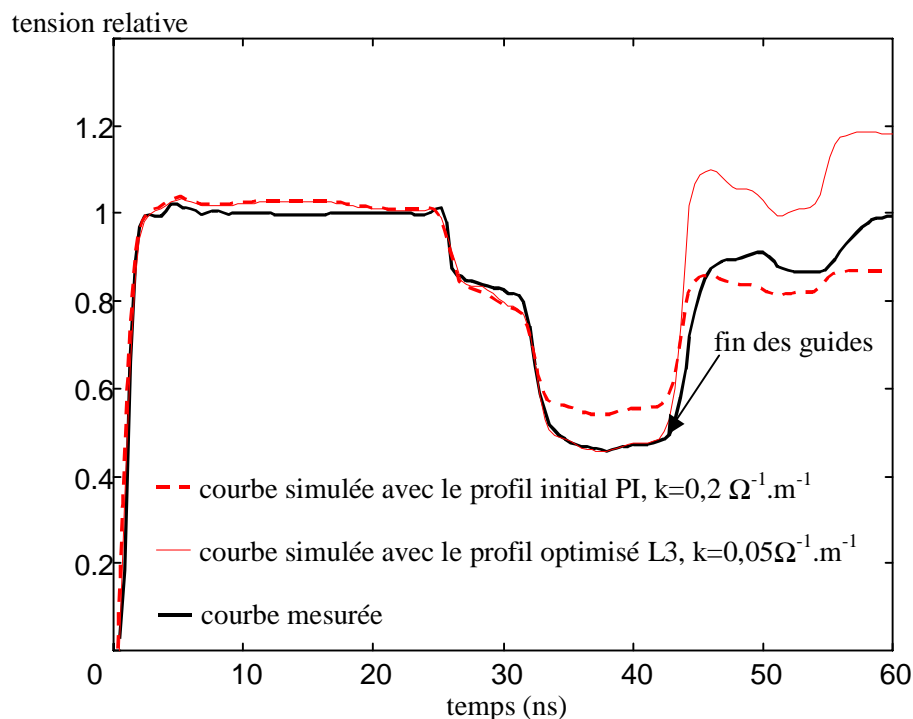
**Figure 43 : profil d'humidité initial et profil d'humidité après optimisation**



**Figure 44 : Évolution de l'erreur au cours de l'optimisation du profil hydrique**

La courbe de signal réfléchi optimisée et la courbe mesurée (Figure 45) sont toujours bien superposées malgré une initialisation défavorable du paramètre d'amortissement ( $k=0,2 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ ). La courbe simulée correspondant au profil PI présente une amplitude plus faible que celle de la courbe mesurée à cause de cette valeur initiale élevée de coefficient d'amortissement. Après optimisation, ce paramètre est ajusté à  $k=0,05 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ . La portion de courbe simulée située au delà de la fin des guides est alors plus proche de la courbe mesurée que dans le cas précédent sans amortissement (Figure 42). Cependant l'écart est encore sensible. La valeur finale de  $k$  n'est peut-être pas optimale.

Notons en outre que cette fois-ci la position simulée de la réflexion en fin de guides est quasi synchrone de la fin des guides observée sur la courbe mesurée.



**Figure 45 : courbes de signal réfléchi simulées et courbe mesurée**

Ces différents exemples montrent à quel point ce type d'optimisation est sensible aux optima locaux, en particulier avec un modèle dont les paramètres sont hautement corrélés dans le calcul du critère d'erreur. Il est donc nécessaire d'initialiser les paramètres avec des valeurs proches de la solution optimale. Il faut par ailleurs préciser que les résultats présentés ci-dessus ne sont pas obtenus systématiquement malgré une bonne initialisation. En effet, l'algorithme tombe fréquemment sur des divisions par zéro ou des matrices singulières à la limite de précision des calculs lors de l'estimation du gradient et du Hessian. Les paramètres sont alors rejetés loin de leur valeur d'initialisation et l'algorithme converge vers des sous-optima, comme dans le cas d'une initialisation aléatoire.

**On ne peut donc pas considérer ce type d'inversion comme opérationnel** sur notre modèle. Nous allons envisager une autre technique d'identification du profil hydrique réputée plus robuste aux minima locaux : les algorithmes génétiques.

## II.2.2 - Les algorithmes génétiques

Ils ont été à l'origine développés par Holland (Holland, 1973) avec pour objectifs à la fois d'analyser les processus d'adaptation des systèmes naturels et de transposer certaines de leur propriétés sous forme de codes informatiques. De nombreux travaux ont été développés autour de ce deuxième volet et appliqués à l'optimisation de fonctions mathématiques.

Le principe des algorithmes génétiques consiste à faire évoluer un ensemble (appelé population) de solutions potentielles, et non pas une seule comme dans le cas des méthodes déterministes, au cours de générations successives, vers l'optimum recherché. Chaque individu constituant cette population est l'équivalent du traditionnel vecteur de paramètres  $\vec{W}$ .

Après une initialisation plus ou moins aléatoire de la population de départ, de nouvelles populations vont être générées successivement à partir des individus de la génération précédente, grâce à des opérateurs mathématiques. Ceux-ci, calqués sur les lois de l'évolution naturelle, permettent de propager les caractéristiques intéressantes des paramètres, appelés ici gènes, au fil des générations et d'éliminer celles qui le sont moins, sur la base d'un critère d'adaptation des individus.

Ces opérateurs sont au nombre de 3 :

- La **sélection** des individus les plus adaptés. Chaque individu est évalué en fonction de la sortie estimée par le modèle et se voit attribuer une note, un "fitness", reflétant sa valeur d'adaptation, par rapport aux autres individus, pour atteindre la solution finale. Ce "fitness" permet de choisir des individus parents pour les étapes suivantes.
- Le **croisement**. Il produit des individus enfants en combinant les gènes des individus parents précédemment sélectionnés.
- La **mutation**. Chaque individu enfant subit avec une certaine probabilité une modification de ses gènes. Cette probabilité de mutation doit être faible pour garantir la convergence. Elle permet d'une part d'explorer les recoins de l'espace de recherche dans lesquels le seul opérateur de croisement n'aurait pas pu diriger les solutions, et d'autre part de retrouver des informations intéressantes qui auraient pu disparaître prématurément lors des croisements.

C'est l'utilisation d'un ensemble de solutions potentielles, associée à l'émergence de nouvelles propriétés engendrées par la mutation, qui assure une large exploration de l'espace de recherche, et garantit la convergence contre les faux extrema de la fonction à optimiser (Goldberg, 1994). Si cette technique se révèle plus robuste qu'une méthode point par point, elle le paye en revanche par un grand nombre d'évaluations des solutions par le modèle, donc des temps de calcul importants.

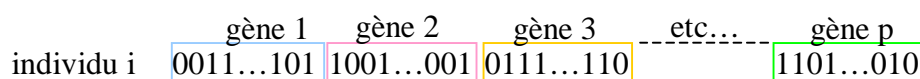
Cependant la simplicité des opérateurs et des calculs (pas de dérivée nécessaire de la fonction à optimiser) mis en œuvre et la robustesse de l'algorithme face aux faux optima, rendent cette technique particulièrement séduisante et adaptée à notre problème.

Pour mieux comprendre leur fonctionnement, et par là même leur efficacité et leur originalité, nous allons étudier plus en détail les différentes étapes de l'algorithme. Nous exposerons ici les principes de base ainsi que les différentes variantes et options que nous avons choisis. Pour plus d'informations, nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage de référence, de Goldberg (Goldberg, 1994). On pourra également visiter le site de Pohlheim ([www.systemtechnik.tu-ilmenau.de/~pohlheim/GA\\_Toolbox/algintro.html](http://www.systemtechnik.tu-ilmenau.de/~pohlheim/GA_Toolbox/algintro.html)) présentant en détail la "toolbox" Genetic and Evolutionary Algorithms pour Matlab.

### II.2.2.1 - Le codage des paramètres

Les paramètres à optimiser doivent être codés en chaînes de caractères, de longueur finie. Il existe différents types de codages et d'alphabets. Nous nous limiterons pour illustrer les principes des algorithmes génétiques au codage binaire, le plus simple. Nous présenterons des résultats d'optimisation obtenus avec ce codage ainsi que d'autres obtenus avec un codage en nombres réels, plus performant dans notre cas. Par ailleurs, plutôt que de travailler sur le profil d'humidité nous avons choisi, pour simplifier les calculs, d'optimiser directement le profil de constante diélectrique, profil auquel on applique en final l'équation d'étalonnage de Topp et al. (1980) pour obtenir le profil d'humidité.

Chaque paramètre, ou gène, (constante diélectrique de chaque strate) est ainsi représenté par une chaîne de 20 bits. Il peut donc prendre  $2^{20}$  valeurs, que l'on convertit ensuite via une transformation linéaire en un nombre compatible avec une valeur de constante diélectrique (comprise entre 1 et 80 pour les sols). Chaque individu (profil de constante diélectrique) est alors une suite de  $p$  gènes,  $p$  dépendant du nombre de strates à optimiser choisi (Figure 46).



**Figure 46 : représentation d'un individu par un codage binaire**

### II.2.2.2 - La sélection

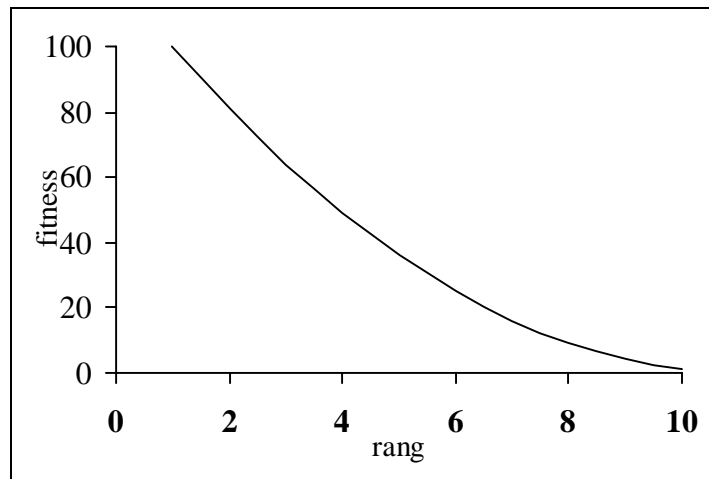
Pour démontrer la robustesse des algorithmes génétiques, nous allons choisir une population initiale constituée d'individus dont les gènes sont déterminés aléatoirement. Nous verrons plus loin que l'on peut accélérer la convergence en créant une première population

avec des individus proches de la solution finale, comme nous l'avons fait avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt.

Chaque individu est ensuite évalué en fonction du résultat qu'il permet d'obtenir par le modèle. On lui attribue alors une valeur d'adaptation, ou "**fitness**", d'autant plus forte que la valeur du critère d'erreur obtenue est faible. Il existe de nombreuses possibilités d'attribution du "fitness".

Pour notre part, nous classons les individus dans l'ordre croissant de leur critère d'erreur et leur affectons une note inversement proportionnelle à leur rang (technique dite de "ranking", (Whitley, 1989)).

Plus particulièrement nous utilisons une attribution non-linéaire en  $x^2$  du "fitness" ("non-linear ranking") afin d'accélérer la convergence par une sélection élitiste (Figure 47).



**Figure 47 : exemple d'attribution du "fitness" en  $x^2$**

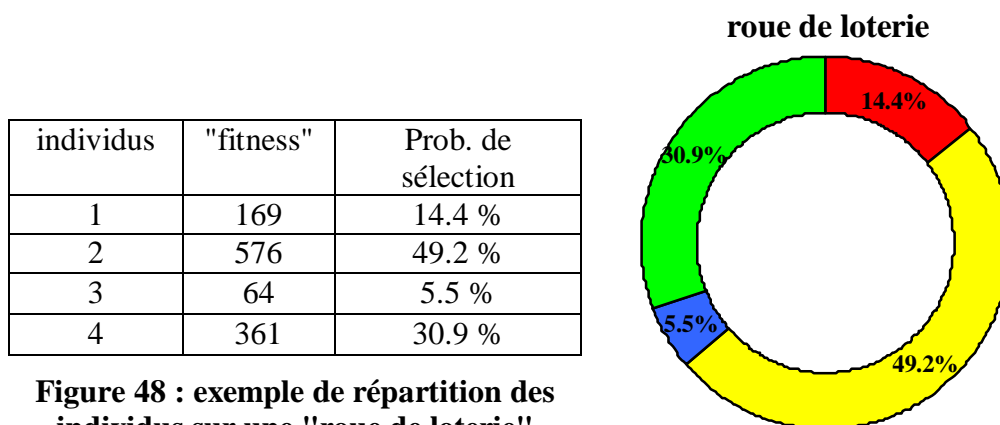
L'individu ayant permis d'obtenir l'erreur la plus faible reçoit donc le "fitness" le plus élevé.

La sélection des individus qui vont servir à constituer la génération suivante peut alors se faire selon différentes méthodes. La plus répandue est celle de la roue de loterie. On détermine une **probabilité de sélection** à partir de la valeur du "fitness" de chaque individu. On définit

$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{k=1}^n f_k} \quad (52)$$

( $p_i$  : probabilité de sélection de l'individu  $i$ ,  $f_i$  : "fitness" de l'individu  $i$  et  $n$  : taille de la population)

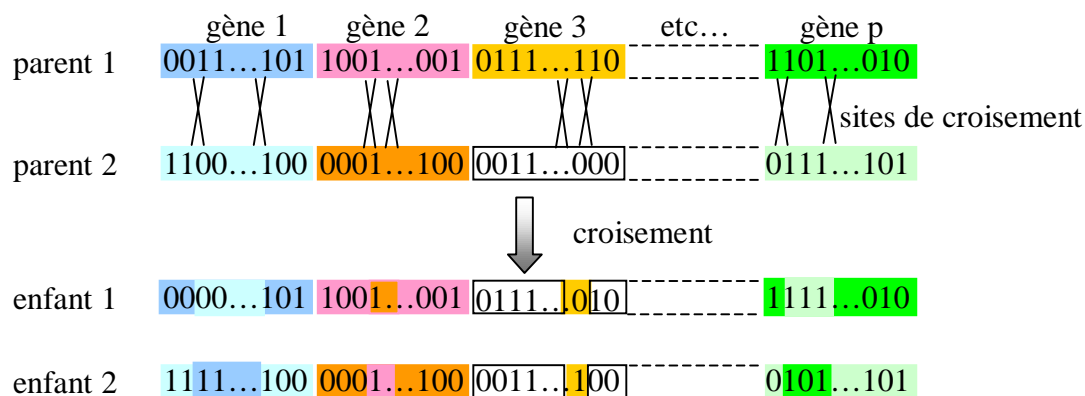
Les individus sont ensuite répartis sur une roue de façon à occuper une section proportionnelle à leur probabilité de sélection (Figure 48). On effectue alors un tirage aléatoire des individus sur cette roue (on la fait tourner  $n$  fois). Ceux qui ont le meilleur "fitness" ont de plus fortes chances d'être sélectionnés et ont donc un plus grand nombre de descendants dans les générations suivantes.



**Figure 48 : exemple de répartition des individus sur une "roue de loterie"**  
(exemple tiré de Goldberg (1994))

### II.2.2.3 - Le croisement, ou crossover

Les individus sont ensuite appariés 2 à 2. Un certain nombre de couples ainsi formés sont tirés au hasard avec une probabilité  $p_c$  pour échanger une partie de leur patrimoine génétique. Pour cela on choisit aléatoirement des sites de croisement pour chacun de leurs gènes. Dans notre cas, avec des gènes codés sur 20 bits, nous choisissons pour plus d'efficacité 2 sites par gène (Goldberg, 1994). Les portions des chaînes binaires comprises entre 2 sites sont alors échangées entre les gènes des 2 parents.



**Figure 49 : schéma de croisement des gènes avec deux sites par gènes**

On voit clairement sur l'exemple de la Figure 49 que le croisement permet une exploration de l'espace de recherche par la modification de la valeur des paramètres d'une génération à l'autre.

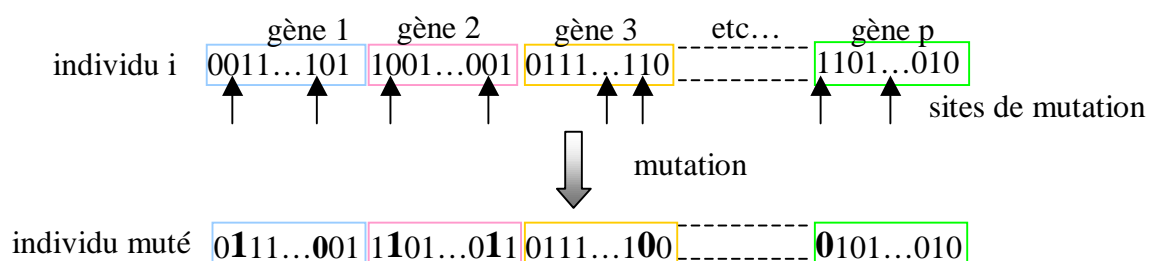
Pour comprendre le rôle du croisement dans la convergence vers la solution optimale, prenons l'exemple du gène 1 de la Figure 49. Si la valeur optimale du gène est proche du maximum, la chaîne codant ce gène doit contenir des 1 dans les bits de poids fort. Le gène 1

du parent 2 est déjà proche de cette solution. Celui du parent 1 n'est pas très bon, mais il fournit à l'enfant 2 ce qu'il contient d'information intéressante. Combiné au gène déjà performant du parent 2 cela donne un gène encore plus proche de la solution optimale. L'enfant 1 hérite du reliquat ; il a de fortes chances de disparaître à la génération suivante.

#### II.2.2.4 - La mutation

Cet opérateur intervient sur les gènes des enfants issus des croisements ainsi que sur ceux des individus sélectionnés pour participer à la génération suivante mais n'ayant pas été croisés.

Les individus sont tirés au sort avec une probabilité  $p_m$ . On choisit alors aléatoirement les sites de mutation pour chaque gène. On admet en général que le nombre de sites est de 0.1 % du nombre total de bits contenus dans la population (De Jong, 1975), soient 2 sites par gène dans notre cas avec une probabilité  $p_m$  de 0,15. On change alors la valeur des bits ainsi identifiés (Figure 50).



**Figure 50 : mutation des gènes**

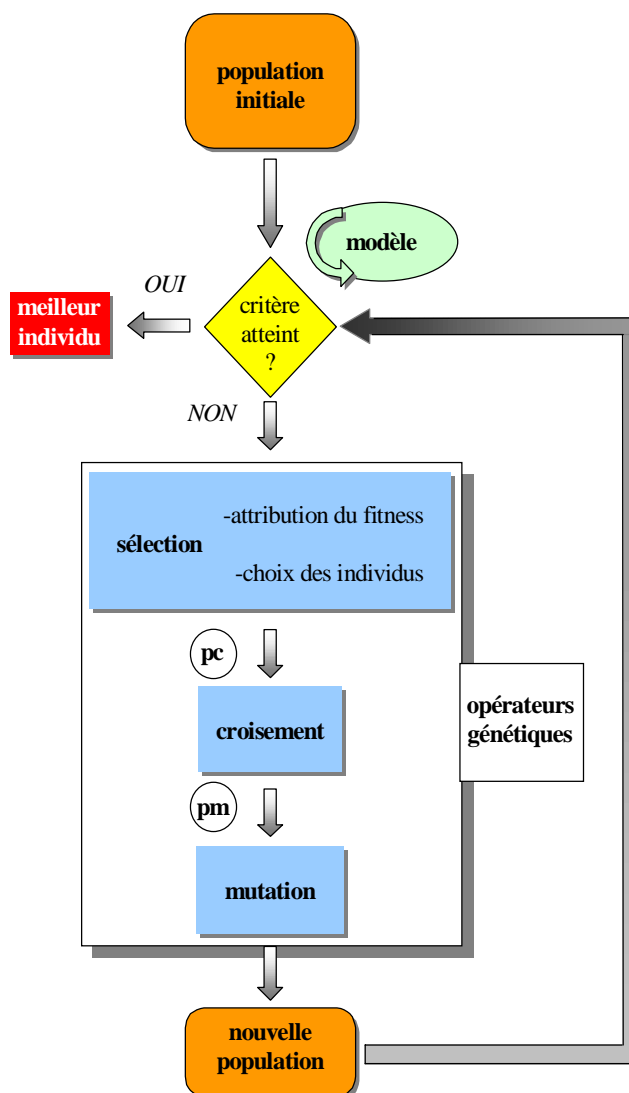
La mutation permet aux paramètres de prendre des valeurs qu'ils n'auraient peut-être pas pu atteindre par croisement si l'information nécessaire n'était pas présente dans la population initiale. Elle élargit l'optimisation à l'ensemble de l'espace de recherche et permet de ne pas "rater" l'optimum global.

Elle est aussi une assurance contre la perte prématurée d'informations. Si un crossover détruit accidentellement un gène intéressant, la mutation permet ultérieurement à l'algorithme de se rediriger vers lui en recréant une chaîne proche de celle perdue.

La probabilité de mutation ne doit pas cependant être trop élevée car elle aurait l'effet inverse.

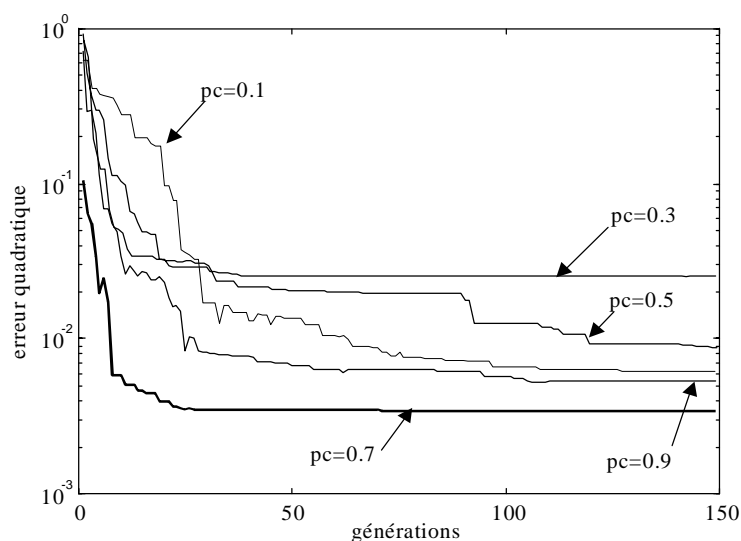
### II.2.2.5 – Synthèse

On peut représenter l'algorithme d'optimisation par le schéma de la figure suivante :



**Figure 51 : schéma d'optimisation par algorithme génétique**

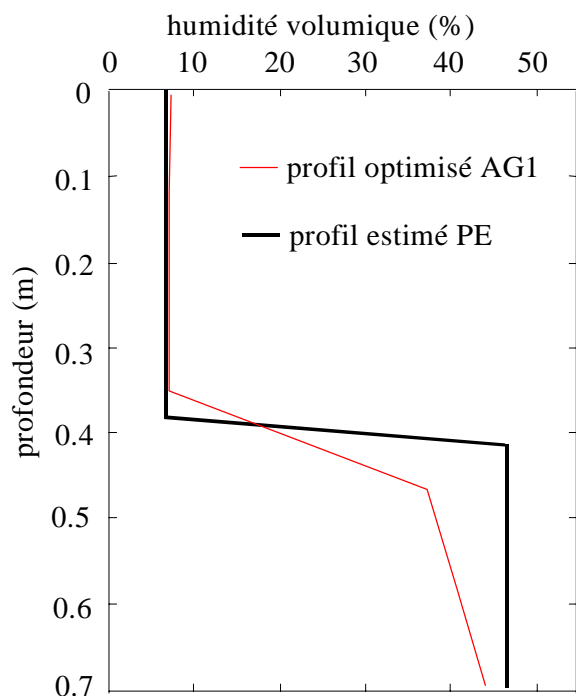
Le choix du nombre d'individus par génération, des probabilités de croisement et de mutation a été effectué à partir d'abaques. Nous avons retenu les valeurs entrainant la convergence la plus rapide et donnant l'erreur la plus faible. La Figure 52 montre par exemple les courbes d'abaques pour différentes valeurs de  $p_c$ . Nous avons retenu la valeur  $p_c=0,7$ . De même nous avons choisi de travailler avec une population de 50 individus et une probabilité de mutation  $p_m=0,15$ .



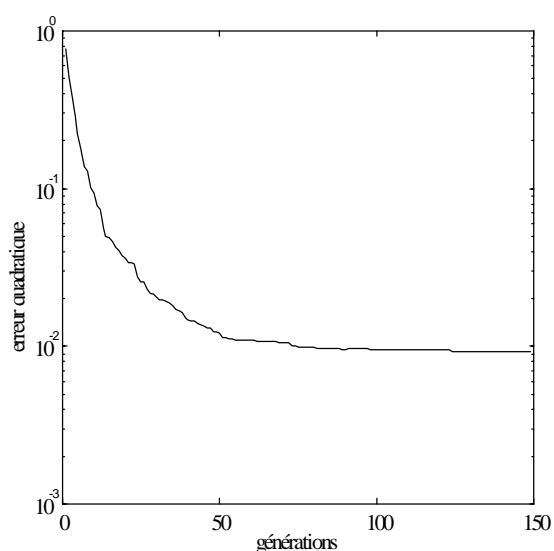
**Figure 52 : abaque de courbes d'erreur quadratique pour différentes valeurs de probabilité de croisement**

### Résultats

Les figures suivantes montrent les résultats obtenus à partir du même exemple que celui utilisé précédemment (sable sec suivi de sable saturé d'eau). S'agissant d'abord de vérifier le comportement des algorithmes génétiques, nous avons fait fonctionner dans un premier temps le modèle sans amortissement. Ces résultats sont donc à comparer avec ceux obtenus avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt, avec initialisation aléatoire (Figure 38).



**Figure 53 : profil d'humidité initial et profil d'humidité après optimisation**



**Figure 54 : Évolution de l'erreur au cours de l'optimisation du profil hydrique**

On note que contrairement aux 1<sup>ers</sup> résultats obtenus avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt, la solution converge bien vers le profil attendu avec une erreur quadratique finale très faible de 0,0093 (Figure 54). La Figure 53 confirme la robustesse des algorithmes génétiques (Goldberg, 1994) : le profil optimisé AG1 est quasiment le même que celui optimisé par l'algorithme de Levenberg-Marquardt avec initialisation proche de l'optimum (profil L2, Figure 40). Les algorithmes génétiques n'ont pas eu besoin d'initialisation particulière des solutions, ils ont convergé sans tomber dans les pièges des optima locaux.

Ce résultat est cependant obtenu au bout de 150 générations, ce qui représente un temps de calcul d'environ 1 heure sur un micro-ordinateur actuel (Pentium II - 266 MHz). Pour améliorer ces performances nous nous sommes tournés vers une solution plus adaptée à notre problème : les algorithmes génétiques en codage réel.

#### II.2.2.5 - Le codage réel

Le codage binaire est un des plus simples et des plus didactiques. Il convient particulièrement bien aux espaces discrets, à des problèmes de classification par exemple. Notre cas en revanche se situe dans un espace continu. Le codage des paramètres en nombres réels est alors plus adapté.

Il s'agit d'un champ d'études en plein développement, qui autorise de nombreuses stratégies. Nous ne présenterons qu'un exemple de résultat afin de montrer l'amélioration des performances auxquelles on peut s'attendre. Les justifications théoriques des choix effectués font l'objet d'une thèse en cours effectuée au LGI par Richard Lorion. Nous renvoyons le lecteur à ces travaux pour plus de détails.

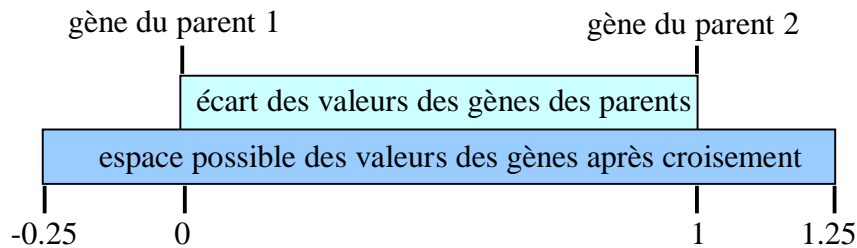
En fait de codage réel, il s'agit plutôt d'une absence de codage. En effet les opérateurs travaillent directement sur les valeurs des paramètres. L'algorithme est donc affranchi des phases de codage-décodage, les opérateurs sont plus rapides. Ces derniers présentent par ailleurs une plus grande diversité car ils sont basés sur des fonctions mathématiques plutôt que des transformations point à point. Voyons concrètement un exemple d'opérateur de croisement : le **crossover BLX- $\alpha$**  (Eshelman and Schaffer, 1993).

Soient  $C^1$  et  $C^2$  les parents 1 et 2, constitués respectivement des gènes  $(C_1^1 C_2^1 \dots C_p^1)$  et  $(C_1^2 C_2^2 \dots C_p^2)$ . Les gènes obtenus après croisement sont calculés par la formule :

$$C_i = C_i^1 + \alpha_i (C_i^2 - C_i^1) \quad (53)$$

avec  $\alpha_i$ , valeur aléatoire uniforme choisie dans l'intervalle  $[-\alpha_i ; 1+\alpha_i]$ .

Nous avons adopté pour notre part le BLX-0.25 relativement répandu (Mühlenheim and Schlierkamp-Voosen, 1993). L'espace parcouru par les gènes des enfants est représenté sur la Figure 55.



**Figure 55 : espace parcouru par les gènes après croisement par l'opérateur BLX-0.25**

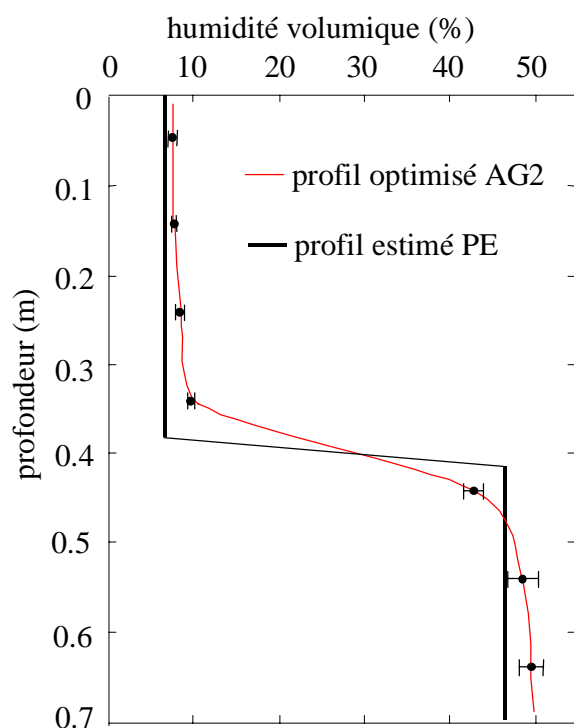
Remarque : le codage (réel ou binaire) n'a pas d'influence sur l'opérateur de sélection. Nous avons cependant modifié ce dernier de façon à augmenter l'élitisme. Le meilleur individu de chaque génération est systématiquement reconduit dans la génération suivante, et c'est lui qui sert de parent 1 dans tous les croisements. L'attribution du "fitness" est en revanche ramenée à une fonction linéaire ("linear ranking", voir page 77).

## Résultats

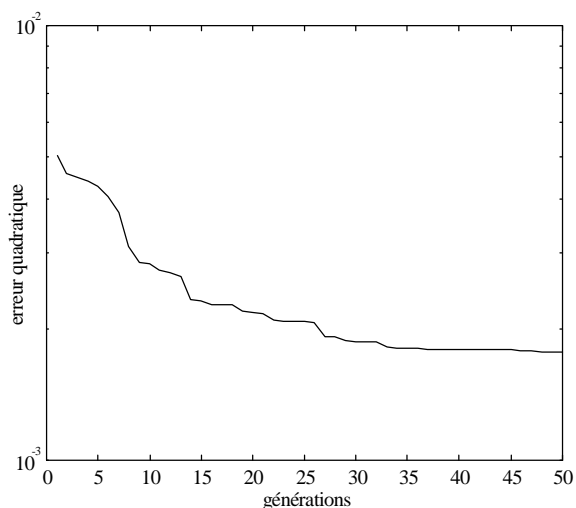
Nous avons repris le même exemple que précédemment, en introduisant cette fois une pré-connaissance du milieu : la population initiale est constituée d'individus proches du profil hydrique obtenu par le modèle d'inversion LPA. L'optimisation a été lancée en tenant compte de l'amortissement dans le modèle de simulation. Il faut donc rapprocher ces résultats des derniers présentés avec l'optimisation de Levenberg-Marquardt, page 73.

L'optimisation a été répétée 10 fois pour l'analyse statistique. 50 générations ont suffi cette fois pour obtenir une précision satisfaisante (erreur quadratique moyenne de  $1,8 \cdot 10^{-3}$ , Figure 57), meilleure que celle obtenue avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Elle a abouti au profil hydrique AG2 présenté Figure 56. Il est très proche du profil attendu PE. Les écart-types (calculés sur les 10 optimisations) associés aux humidités des strates sont très faibles les 10 optimisations ont toutes convergé sensiblement vers les mêmes valeurs, ce qui démontre la fidélité de l'optimisation. On remarquera par ailleurs que les écart-types sont plus

élevés en fin qu'en début de profil, ce qui est cohérent avec la formule d'erreur calculée dans la méthode d'inversion par LPA.

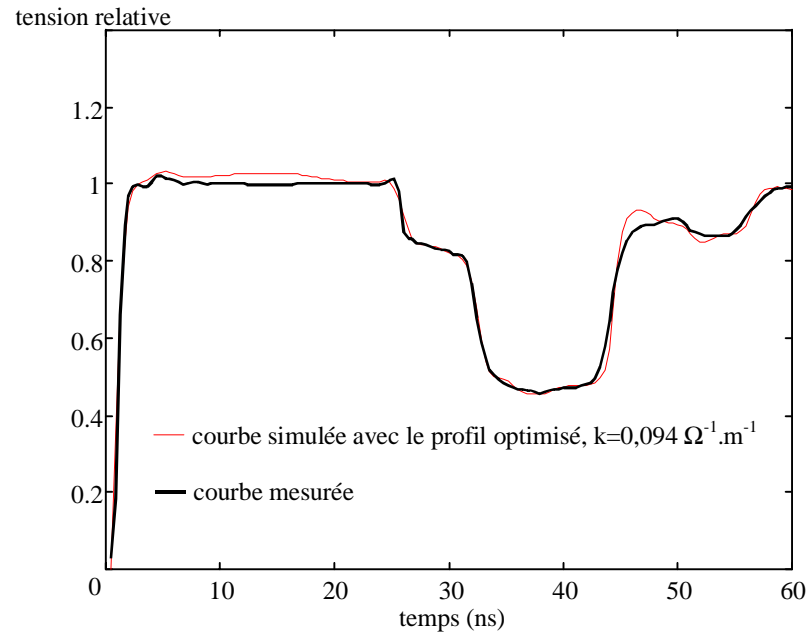


**Figure 56 : profil d'humidité moyen identifié et profil estimé**



**Figure 57 : Évolution de l'erreur moyenne au cours de l'optimisation du profil hydrique**

La Figure 58 montre la courbe de réflexion simulée moyenne obtenue après les 10 cycles d'optimisation. Comme les précédents résultats (Figure 45 par exemple) elle est toujours très proche de la courbe mesurée sur la portion de signal correspondant au premier aller-retour des ondes le long des guides. Elle est en revanche plus proche sur la portion située au-delà de la fin des guides, ceci grâce à la prise en compte de l'amortissement (le coefficient  $k$  est optimisé à  $0,094 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$  au lieu de  $0,05 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$  avec l'algorithme de Levenberg Marquardt)



**Figure 58 : courbes de signal réfléchi optimisée et courbe mesurée**

Ces résultats (voir aussi tableau ci-dessous) démontrent donc la supériorité des algorithmes génétiques par rapport à une technique d'optimisation classique pour un problème tel que le nôtre, présentant des sous-optima locaux, des paramètres nombreux et fortement liés.

|   | Levenberg-Marquardt   |   | Algorithmes génétiques                                    |
|---|---|---|---|
| initialisation aléatoire  | échec   | Très sensible à l'initialisation.                             | temps : 1 heure<br>erreur finale : $9,3 \cdot 10^{-3}$    |
| -initialisation proche de la solution<br>-modèle sans amortissement | temps : quelques minutes<br>erreur finale : $2,5 \cdot 10^{-3}$ | Les calculs tombent la plupart du temps sur des singularités. |   |
| -initialisation proche de la solution<br>-modèle avec amortissement | temps : quelques minutes<br>erreur finale : $5 \cdot 10^{-3}$   |   | temps : 20 minutes<br>erreur finale : $1,8 \cdot 10^{-3}$ |

**Tableau 1 : comparaison des différents résultats d'optimisation**

La garantie de trouver l'optimum global s'accompagne en contre-partie les temps de calcul plus élevés mais qui pourront être sensiblement réduits avec d'une part l'utilisation des stratégies génétiques les mieux adaptées et d'autre part l'écriture du modèle en langage compilé (C++ par exemple).

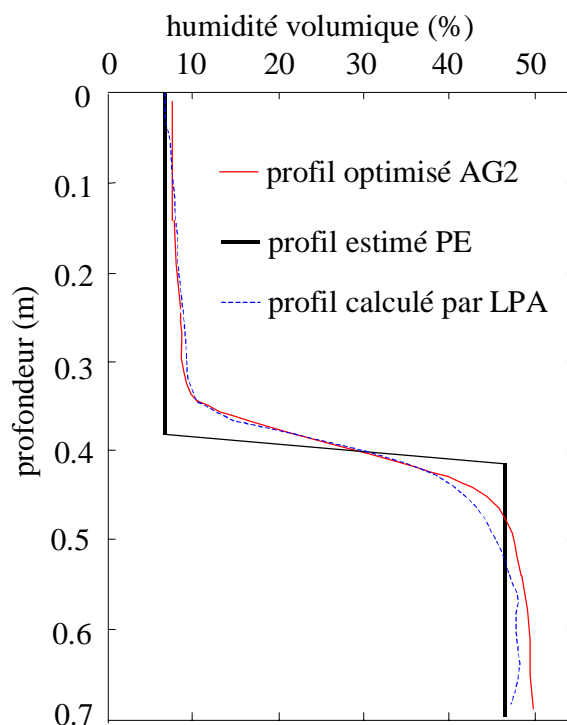
---

## II.3 – Conclusion de la deuxième partie

Nous venons de démontrer dans cette seconde partie la possibilité de remonter au profil hydrique le long des guides d'ondes à partir du signal temporel réfléchi. Nous avons pour cela mis au point deux techniques radicalement différentes dans leur principe : l'inversion du signal réfléchi par le modèle déterministe LPA et l'identification du profil hydrique par optimisation des paramètres d'entrée du modèle de simulation de signal réfléchi développé en première partie.

Cette deuxième solution n'a été possible que par l'utilisation d'une méthode d'optimisation originale de type stochastique encore assez peu connue, en tous cas en agronomie : les algorithmes génétiques. Celle-ci s'est montrée efficace malgré le grand nombre de paramètres à optimiser et leur forte corrélation.

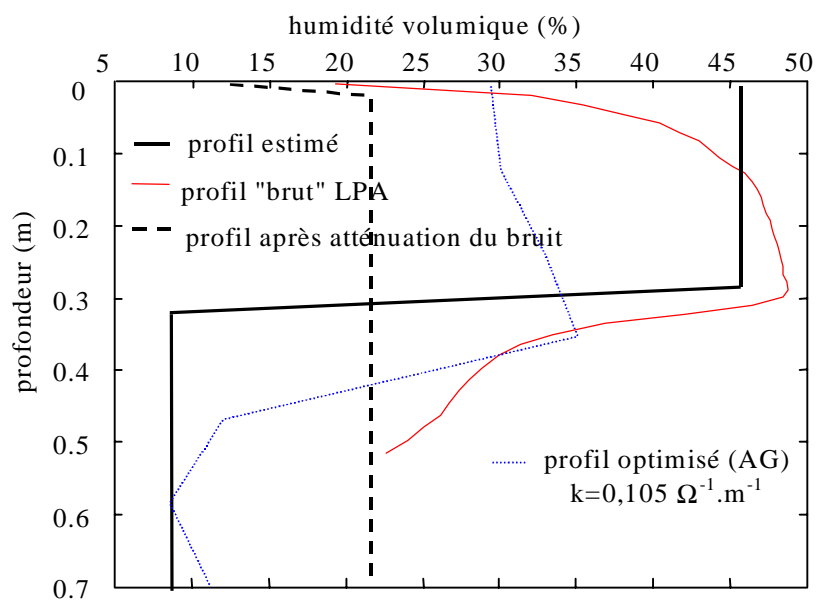
Néanmoins le manque de données techniques et les imprécisions d'ordre instrumentales (variations du rapport de transformation du balun notamment) font qu'il est difficile de valider précisément ces résultats et de cerner les limites de ces approches. En outre, cette incertitude perturbe fortement les résultats et ne permet pas de montrer clairement la supériorité en terme de précision du profil hydrique, de l'une ou l'autre des deux techniques d'inversion (LPA et algorithmes génétiques) mises en place. La Figure 59 (profils issus des figures 33 et 56) montre en effet à quel point les profils hydriques obtenus par ces deux techniques sont proches.



**Figure 59 : comparaison des résultats des algorithmes génétiques et du modèle LPA**

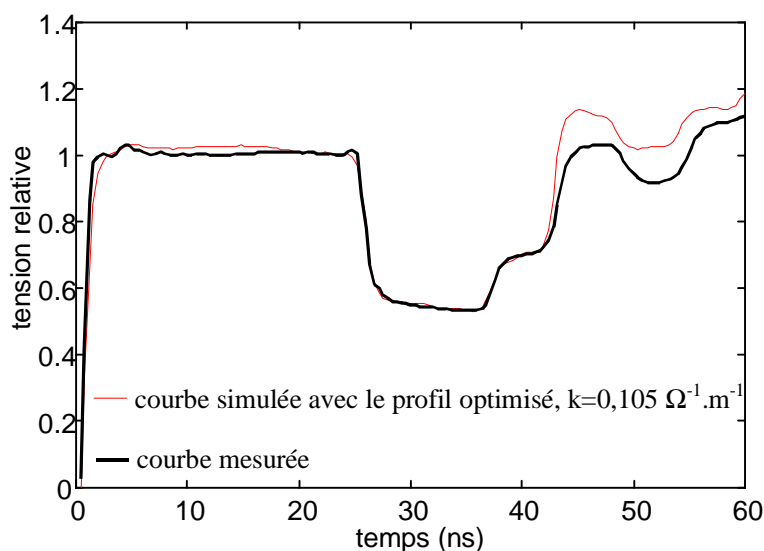
En revanche, les algorithmes génétiques se montrent légèrement plus performants sur le cas défavorable identifié au paragraphe "Cas problématique" (p 64). La Figure 60 compare les profils obtenus par algorithmes génétiques d'une part, et par le modèle LPA d'autre part.

### 30 cm de sable saturé d'eau suivis de 40 cm de sable sec



**Figure 60 : comparaison des profils hydriques obtenus par algorithmes génétiques et modèle LPA sur un cas défavorable**

Le profil optimisé AG est un peu plus proche du profil estimé que les deux types de profils calculés par le modèle LPA et identifie en tous cas mieux les deux strates du milieu. Ce résultat est cependant loin d'être satisfaisant bien que la courbe simulée correspondant à ce profil (AG) soit très proche de la courbe réelle (voir Figure 61).



**Figure 61 : courbes de signal réfléchi et courbe mesurée**

L'écart entre le profil optimisé et le profil estimé n'est donc pas dû à une mauvaise optimisation des paramètres par les algorithmes génétiques. En effet le modèle reproduit assez bien la courbe mesurée, mais avec des valeurs des paramètres autres que celles estimées à priori. Ceci est dû aux hypothèses simplificatrices, notamment d'amortissement sans distorsion, qui ne sont plus valides dans ce cas. La solution est donc de compléter notre modèle en levant les restrictions que nous avons imposées lors de la résolution des équations de propagation.

Les performances obtenues par les algorithmes génétiques en identification de profil hydrique nous autorisent en effet à l'avenir à faire évoluer notre modèle de simulation avec moins de contraintes quant à l'inversion (sans se préoccuper de savoir si les équations sont inversibles et utilisables dans un modèle d'inversion déterministe tel le modèle LPA). On peut alors avoir recours à d'autres techniques de calculs (réseaux de neurones, équations aux dérivées partielles...) pour l'améliorer et obtenir une simulation plus proche de la réalité.

## **3<sup>ème</sup> partie : utilisation du modèle d'inversion en milieu réel**

***III.1 – Dispositif expérimental***

***III.2 – Un modèle d'inversion analytique***

***III.3 – Comparaison des profils hydriques inversés avec les  
profils mesurés***

***III.4 – Application des modèles au suivi de la réserve utile du sol***

Nous allons quitter dans cette partie le laboratoire pour rejoindre le champ où nous appliquerons le modèle d'inversion à des courbes de signal réfléchi mesurées dans une parcelle de canne à sucre.

N'ayant pas pu démontrer clairement la supériorité de l'inversion par algorithmes génétiques, en l'état actuel du modèle de simulation, sur celle par le modèle LPA, c'est cette dernière méthode, plus rapide en temps de calcul, que nous utiliserons. Par ailleurs, les milieux réels que nous allons rencontrer correspondent au cas favorable pour notre modèle, celui où le modèle LPA et les algorithmes génétiques présentent des résultats équivalents.

Un double dispositif de mesure sur le terrain nous permettra de valider les **profils** inversés, sur différentes mesures effectuées à différentes dates.

Nous comparerons ces résultats avec ceux obtenus avec un autre type d'inversion basé sur une approche de la propagation des ondes non pas discrète comme la nôtre mais plus analytique. C'est le modèle de L.A. Pereira Dos Santos (Pereira Dos Santos, 1997) qui rejoint celui que nous avons développé par ailleurs (Mamode et al., 1997).

Nous effectuerons également des **bilans** hydriques à partir des profils calculés, bilans que nous comparerons avec les résultats d'un bilan hydrique classique basé sur les données agrométéorologiques de la parcelle de mesure.

---

## III.1 - Dispositif expérimental

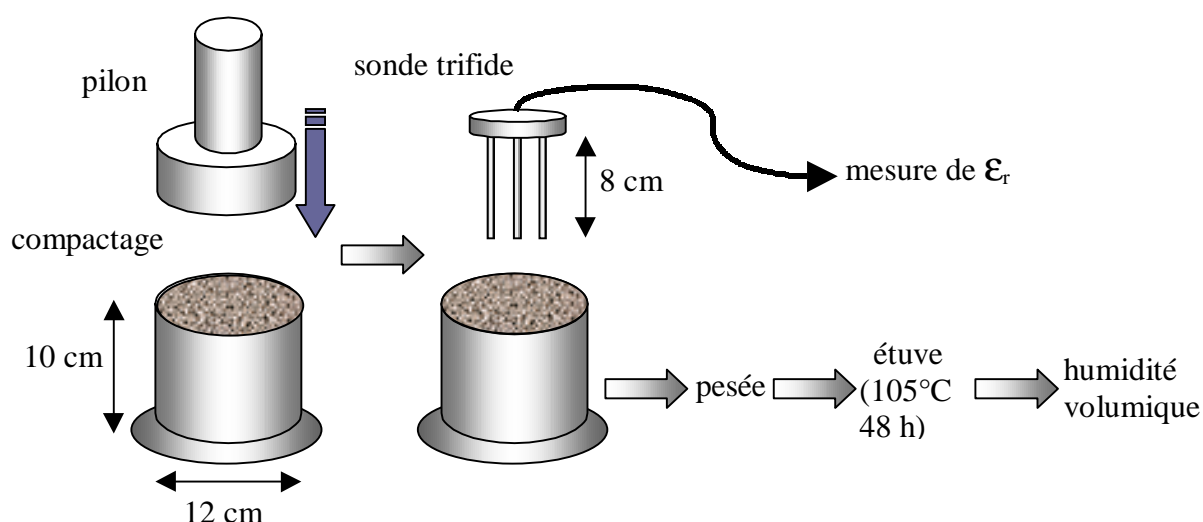
### III.1.1 – Site de mesures

Un dispositif de mesures réflectométriques a été implanté dans une parcelle de canne à sucre, irriguée par un réseau enterré en goutte à goutte. Cette parcelle, située dans la région de Saint-Pierre (Réunion) à 250 m d'altitude, repose sur un sol brun à caractère andique (Raunet, 1991) relativement profond et très peu caillouteux. L'implantation des guides est donc relativement aisée.

Ce sol se caractérise par une forte teneur en argile (argiles en feuillet notamment) et par la présence de minéraux secondaires amorphes (allophanes) qui immobilisent les molécules d'eau dans leurs structures. Ils sont à l'origine de phénomènes d'eau liée susceptibles de modifier la relation constante diélectrique – humidité volumique, par rapport à celle existant dans un sol "classique" (Todoroff and Langellier, 1998).

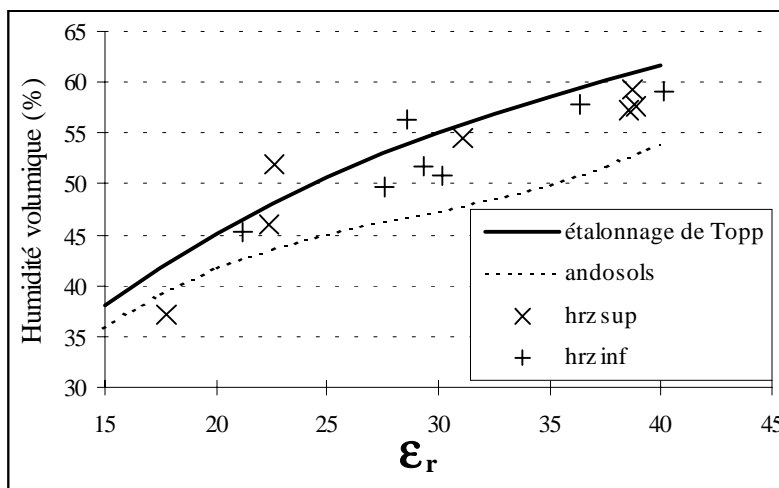
Nous avons identifié deux horizons pédologiques : un horizon ferrallitique en surface (0-60 cm) et un horizon à caractère andique plus marqué en dessous (60-120 cm) : un andosol.

Afin de vérifier si la relation d'étalonnage de Topp (Topp et al., 1980) est valable pour ce site, nous avons effectué quelques mesures de contrôle en laboratoire sur du sol remanié prélevé dans la parcelle. Pour chacun des deux horizons, 7 échantillons ont été compactés dans des récipients de volume connu, et humectés préalablement avec des quantités d'eau croissantes. Leur humidité volumique a été déterminée après séchage à l'étuve, et leur constante diélectrique mesurée avec guides d'onde trifides de 8 cm de long (SoilMoisture Eq. Corp.) (Figure 62).



**Figure 62 : étalonnage avec des échantillons de sol remaniés**

Ces 2 séries de données ne montrent pas de différence de tendance nette entre elles (Figure 63). Elles semblent par ailleurs plus proches de l'étalonnage de Topp que de celui calculé sur divers andosols de La Réunion (Todoroff and Langellier, 1998). Le sol de notre site mesure ne présenterait donc pas de caractère andique marqué vis-à-vis des mesures réflectométriques. Nous conservons l'étalonnage de Topp pour les conversions constante diélectrique  $\rightarrow$  humidité volumique.



**Figure 63 : comparaison des points obtenus en laboratoire avec l'étalonnage de Topp et un étalonnage calculé sur andosols**

### III.1.2 – Instrumentation

Nous avons instrumenté cette parcelle avec un dispositif de suivi d'humidité par TDR, constitué de 2 systèmes de mesure :

- Des guides d'onde trifides courts (20 cm) (Figure 64) implantés horizontalement sous un rang de canne.



**Figure 64 : sonde TDR trifide, 20 cm de long (SoilMoisture Eq. Corp)**

Pour ce faire, une fosse a été creusée jusqu'à 1 m de profondeur. Une vingtaine de guides a été enfoncée dans la paroi verticale située sous le rang de canne, tous les 10 cm de profondeur en deux colonnes espacées de 20 cm (Figure 65). La fosse a ensuite été refermée, et les guides branchés à un multiplexeur. Le réflectomètre connecté à ce multiplexeur peut effectuer automatiquement des séries de mesure d'humidité ponctuelles sur les 20 sondes.

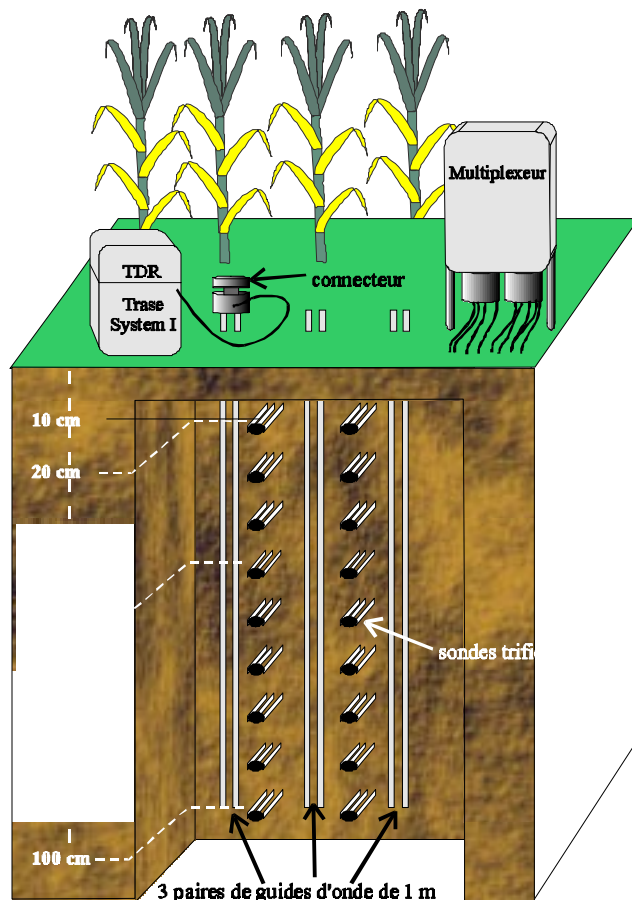


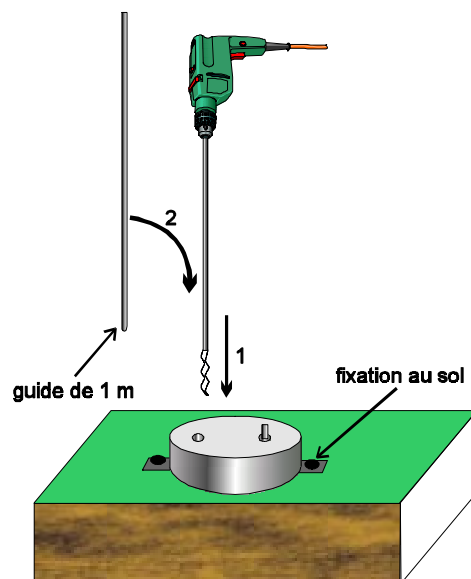
Figure 65 : dispositif de mesures TDR

- Des guides d'ondes constitués de 2 tiges métalliques parallèles de 1 mètre de long, 8 mm de diamètre, et 5 cm d'espacement, enfoncées verticalement depuis la surface, de part et d'autre des sondes trifides enterrées (Figure 65).

Pour leur implantation, un pré-trou a été effectué avec un forêt de 8 mm, à travers un socle servant de gabarit (Figure 66 ci-contre). Les guides ont ensuite été enfoncés un par un en force dans ces trous.

Une autre méthode d'insertion guidée, sans pré-trou est en cours d'essais (technique du LTHE).

Figure 66 : insertion des guides d'onde dans le sol



On les connecte successivement et manuellement au réflectomètre, via le connecteur de guides d'onde, pour enregistrer la courbe de signal réfléchi ("TDR screen", de 6 à 46 ns).

## III.2 – Un modèle d'inversion analytique

Parallèlement à notre approche temporelle discrète de la propagation des ondes, d'autres travaux ont été menés en France sur l'inversion des signaux TDR. Ce sont d'une part ceux menés à l'Université de La Réunion (Mamode et al., 1997), et ceux de L.A. Pereira Dos Santos au Laboratoire d'Etude des Transferts en Hydrologie et Environnement (LTHE) (Pereira Dos Santos, 1997). Ces derniers rejoignent d'ailleurs d'autres travaux effectués en optique, électromagnétisme ou acoustique (Jaggard and Kim, 1985 ; Jordan and Ladouceur, 1987)

L.A. Pereira dos Santos s'appuie sur la description fréquentielle de l'impédance distribuée le long d'une ligne de transmission hétérogène. Il aboutit à une équation différentielle, dite de Riccati, reliant  $\Gamma$  (coefficient de réflexion complexe) et la distribution d'impédance  $Z$  :

$$\frac{d\Gamma}{dz} = 2j\beta\Gamma - \frac{1}{2}(1 - \Gamma^2)\frac{d \ln \bar{Z}}{dz} \quad (54)$$

avec  $\beta = \frac{\omega}{v(z)}$  constante de phase ( $\omega$ : pulsation,  $v$  : vitesse de phase)

$\bar{Z} = \frac{Z}{Z_0}$  impédance normalisée par rapport à l'impédance du câble  $Z_0$ .

et  $\Gamma = \frac{Z_{z+} - Z_{z-}}{Z_{z+} + Z_{z-}}$  (Collin, 1992), coefficient de réflexion à la cote  $z$ .

En faisant l'hypothèse de petites réflexions,  $\Gamma^2$  devient négligeable. L'équation peut alors s'écrire :

$$\frac{d\Gamma}{dz} = 2j\beta\Gamma - \frac{1}{2}\frac{d \ln \bar{Z}}{dz} \quad (55)$$

L.A. Pereira dos Santos montre qu'elle admet comme solution  $Z(t) = Z_0 e^{2\rho(t)}$  (avec  $\rho(t)$  = module de  $\Gamma(t)$  = signal mesuré).

Nous l'utiliserons sous la forme :

$$\mathbf{\Xi}_r(t) = \left( \frac{Z_g}{Z_0} \right)^2 e^{-4\rho(t)} \quad (56)$$

Remarque : pour obtenir  $\mathbf{\Xi}_r(z)$  on peut appliquer la correspondance temps-distance via l'équation

$$t(z) = \int_0^z \frac{2 \sqrt{\mathbf{\Xi}_r(u)}}{c} du$$

Ce résultat rejoint celui que nous avons obtenu (Mamode et al., 1997) en ayant suivi la même approche temporelle que celle présentée en 1<sup>ère</sup> partie. Le système d'équations (11) a été résolu en faisant l'hypothèse de petites réflexions, comme Pereira Dos Santos, c'est à dire  $U_- \ll U_+$ , l'onde réfléchie est négligeable devant l'onde incidente (il s'agit de l'hypothèse dite WKB (Bremmer, 1951) en électromagnétisme et mécanique quantique).

Nous aboutissons au résultat  $\mathbf{\Xi}_r(z) = \mathbf{\Xi}_{r0} e^{-4r(t(z))}$  (57)

avec  $r(t)$  = réponse indicielle de la ligne = signal mesuré.

Les équations (56) et (57) sont équivalentes, à la transformation temps-distance près.

Notons cependant que le coefficient de réflexion  $\rho$  que nous avons défini dans la première partie de cette thèse (Equation (29)) est un coefficient de réflexion **local**, caractérisant chacune des strates issues de la discrétisation du milieu, et "observé" à l'entrée de ces strates.

Le coefficient de réflexion  $\rho(t)$  de l'équation (56) n'est pas le même. Il est défini comme le rapport de l'onde incidente sur l'onde réfléchie, observé en début de ligne. On peut donc le voir comme un coefficient de réflexion **global** ramené à la cote 0. Il inclut les multiples réflexions de l'onde créées par les discontinuités de la ligne situées entre le début de la ligne et la cote  $z$  correspondant au temps de propagation  $t$ . Il ne permet pas en conséquence d'isoler les effets de chaque discontinuité, autrement dit de tenir compte des réflexions multiples. En effet, l'équation (56) (ou (57) d'ailleurs) montre que la constante diélectrique calculée pour le temps  $t$  (correspondant à une cote  $z$ ) ne dépend pas de l'amplitude du signal antérieur, donc des discontinuités en amont de  $z$ . Or le processus de propagation que nous avons développé en première partie montre que chaque discontinuité modifie l'amplitude du signal revenant à l'appareil après le temps  $t$ .

L'inversion analytique repose donc sur des simplifications plus fortes que celles posées dans l'algorithme LPA.

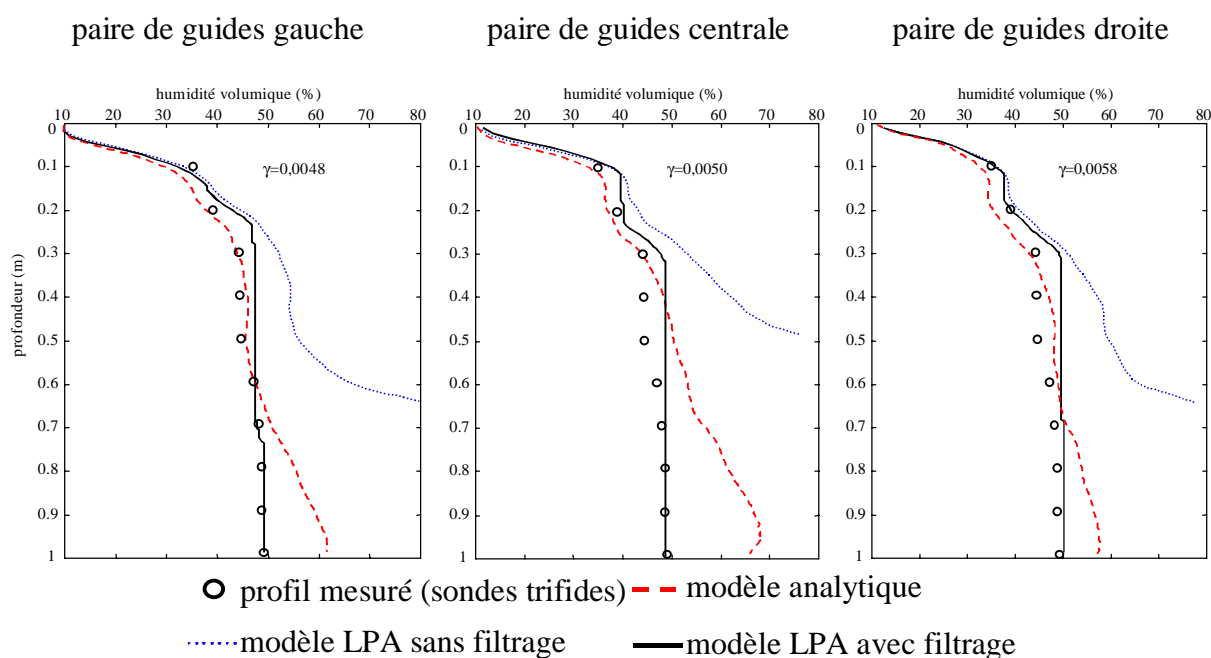
La suite va nous permettre de juger de la pertinence des approches adoptées en comparant les résultats de ces modèles à partir de mesures en milieu réel.

### III.3 - Comparaison des profils hydriques inversés avec les profils mesurés

Prenons l'exemple des mesures effectuées le 30 janvier 1998. Les figures ci-dessous présentent :

- les profils hydriques obtenus avec les mesures locales des sondes trifides. Nous avons fait la moyenne des mesures des sondes trifides deux par deux pour chaque niveau instrumenté (voir Figure 65) (le sol est supposé homogène pour une profondeur donnée). Ces profils sont pris comme référence.
- les profils issus de l'inversion des courbes de signal réfléchi enregistrées sur les 3 paires de guides d'onde de 1 m, calculés avec notre modèle LPA (avec et sans filtrage), ainsi que ceux calculés avec le modèle analytique.

Remarque : nous avons conservé l'ajustement de la valeur du rapport de balun à 1:3,6



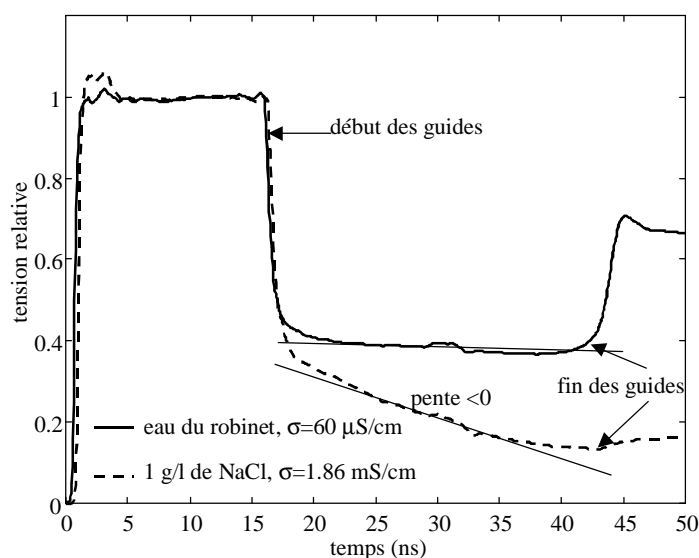
**Figure 67 : exemples de profils hydriques calculés à partir de mesures au champ**

L'inversion "normale" des courbes (petits pointillés) donne un profil qui s'écarte nettement des mesures obtenues avec les sondes trifides. Nous ne l'avons pas représenté en entier sur toute la profondeur car il sort du domaine de validité de l'étalonnage (maximum 70-80 % d'humidité). Il est clair que ce type d'inversion ne convient pas pour des milieux réels.

En revanche, le filtrage du bruit numérique se montre particulièrement efficace et permet au profil inversé de suivre remarquablement bien le profil mesuré avec les sondes trifides. Ce filtrage est très net à partir de 30 cm de profondeur et a pour effet de lisser les variations du profil ; celui-ci devient en effet quasiment constant au-delà de cette profondeur.

Notons que la dérive observée sur le profil non filtré est toujours positive (surestimation du profil), elle provient de l'accumulation de valeurs légèrement négatives des coefficients de réflexion, valeurs ramenées à zéro par le seuillage. Ces valeurs semblent être principalement dues aux pertes de signal par conductivité électrique du milieu. En effet les mesures ont été effectuées dans une parcelle agricole fertilisée. Bien que les derniers engrais aient été apportés en août, il reste encore dans le sol des ions non absorbés par la plante pendant plusieurs mois. Ces ions modifient l'allure de la courbe de signal réfléchi en accentuant sa décroissance.

Pour illustrer ceci, nous avons effectué en laboratoire des mesures avec des guides de 70 cm, dans de l'eau du robinet puis après avoir ajouté du sel (NaCl) jusqu'à une concentration d'environ 1 g/l. La courbe de signal réfléchi mesurée après ajout de sel montre nettement un pente négative (Figure 68) là où la courbe mesurée dans de l'eau du robinet est relativement horizontale.



**Figure 68 : effet des ions sur l'allure de la courbe de signal réfléchi**

Les coefficients calculés par le modèle, sans amortissement, sont donc artificiellement diminués ; lorsque le milieu est homogène, ceux-ci se retrouvent légèrement négatif alors qu'ils devraient être nuls. Le filtrage appliqué corrige cet effet mais fait en même temps disparaître les effets dus aux faibles variations d'humidité. On peut alors se demander si la précision théorique que l'on peut espérer par la prise en compte des réflexions multiples n'est pas perdue par cette correction.

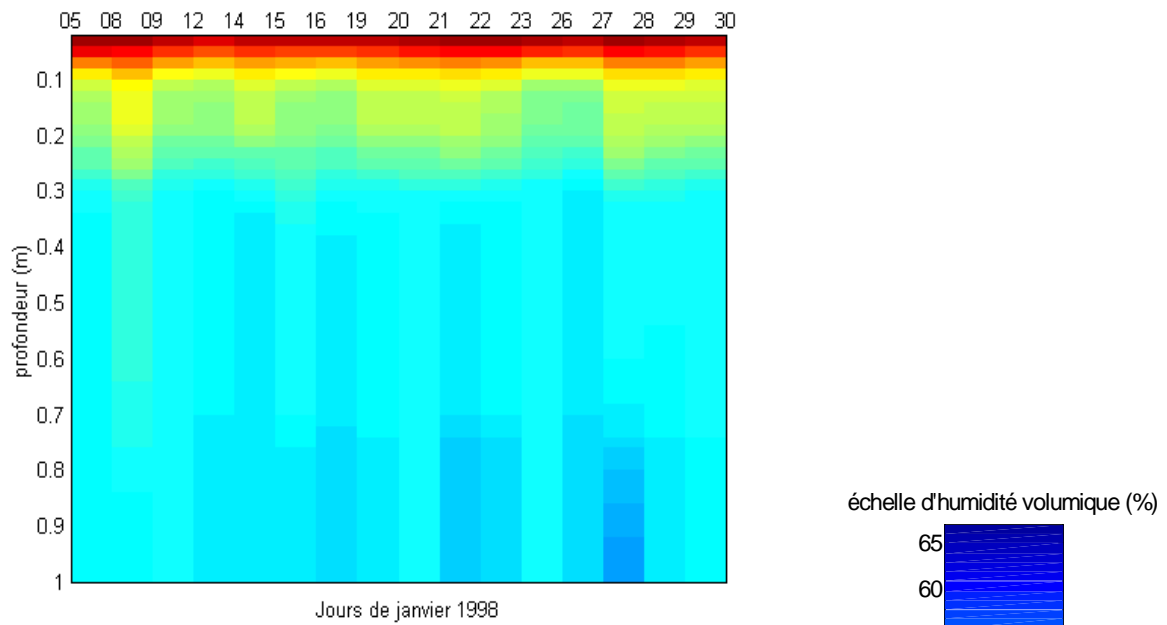
La comparaison avec les résultats du modèle analytique, beaucoup plus simple de calcul, montre que même s'il prédit relativement bien le profil mesuré avec les sondes trifides, il est lui aussi victime des effets des pertes du signal et s'en écarte à partir de 70 cm. Il est cependant plus robuste aux effets des pertes que notre modèle **sans filtrage**.

### **Suivi des profils hydriques sur un mois**

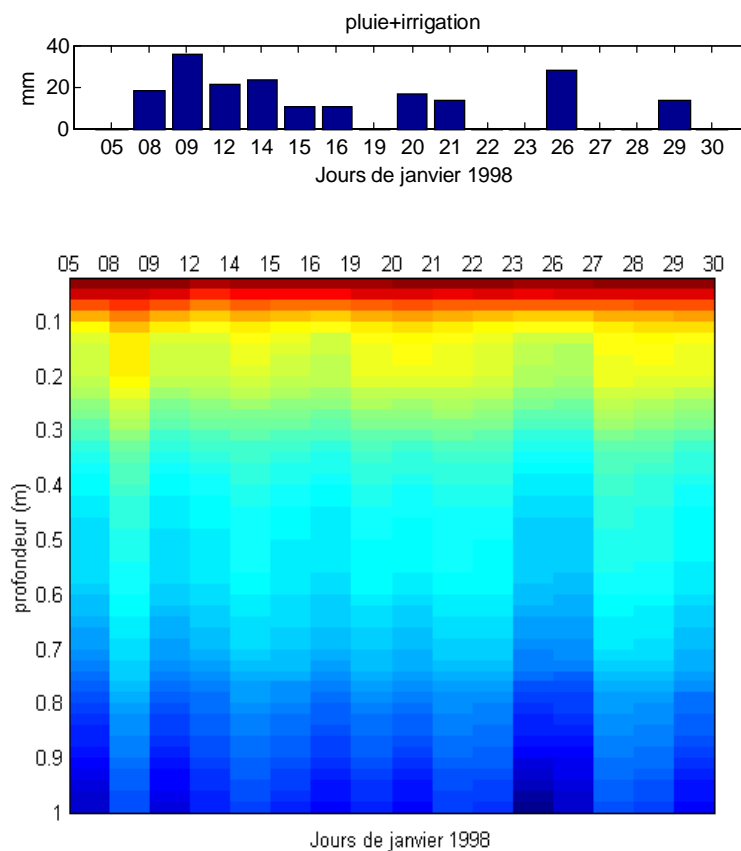
Afin de confirmer ces résultats, nous avons repris les calculs de la Figure 67 sur plusieurs jours, du 05 au 30 janvier 1998.

Nous avons retenu pour chaque date le profil moyen issu des mesures sur les trois paires de guides.

Les résultats sont représentés sur les deux figures ci-après, correspondant respectivement aux profils hydriques calculés par le modèle LPA (avec filtrage du bruit numérique) et par le modèle analytique. L'axe des abscisses représente, de gauche à droite les différents jours successifs de mesure. Les valeurs d'humidité des profils sont représentées par l'échelle de couleurs.



**Figure 69 : évolution du profil hydrique calculé avec le modèle LPA**

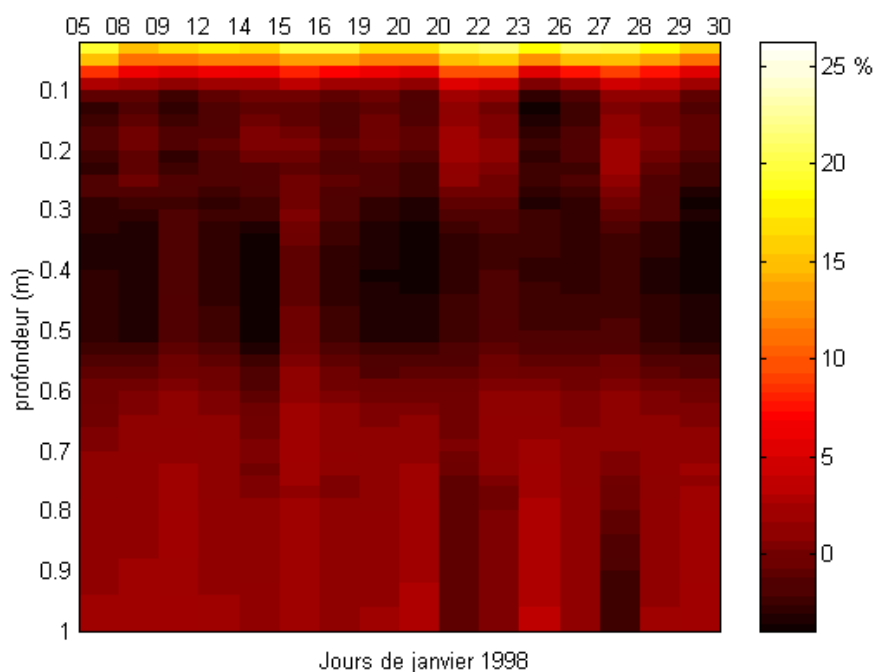


**Figure 70 : évolution du profil hydrique calculé avec le modèle analytique**

On constate à nouveau que les profils calculés par le modèle analytique sont plus humides en profondeur que ceux calculés par le modèle LPA.

On distingue cependant nettement dans les deux cas les variations d'humidité dans la zone située à 0-30 cm de profondeur. Celles-ci coïncident assez bien avec les dates d'apports d'eau ou les pertes par évapotranspiration entre deux apports. Les variations d'humidité de la zone profonde semblent quant à elles réagir avec un retard par rapport aux dates des apports, reflétant ainsi le délai d'infiltration de l'eau en profondeur.

Comparons maintenant l'écart entre les profils hydriques mesurés avec les sondes trifides et ceux calculés par le modèle LPA (voir Figure 71).



**Figure 71 : écart (en % d'humidité volumique) entre les profils hydriques mesurés avec les sondes trifides et les profils calculés avec le modèle LPA (différence trifides - LPA)**

Les différences sont élevées en surface (jusqu'à 20-25 % d'humidité). Ceci provient du fait que d'une part le profil mesuré est extrapolé sur les 10 premiers centimètres et que d'autre part ces premiers centimètres représentent une discontinuité importante de l'impédance de la ligne (transition du câble aux guides dans sol). Notre hypothèse de milieu lentement variable est à la limite de sa validité sur cette portion de ligne. Il est donc difficile de savoir quel est le profil le plus réaliste sur les premiers centimètres de sol.

En revanche les différences sont très faibles (entre -3 et +3 %) sur le reste du profil (10 cm - 1 m), ce qui confirme les résultats de la Figure 67.

L'inversion par le modèle LPA donne donc apparemment de meilleurs résultats sur ces données que le modèle analytique. Mais n'oublions pas que sans atténuation du bruit numérique cette technique génère une dérive importante du profil inversé par rapport au profil réel. Ce filtrage joue un rôle essentiel dans les bons résultats obtenus. Notons cependant que L.A. Pereira Dos Santos a obtenu de très bons résultats avec ce modèle sur d'autres sites et avec un réflectomètre de fabrication plus récente (Pereira Dos Santos, 1997).

---

## **III.4 – Application des modèles au suivi de la réserve utile du sol**

Nous avons montré dans le paragraphe précédent que notre modèle d'inversion permet d'obtenir des profils hydriques acceptables à condition de filtrer le bruit numérique. Le modèle analytique donne de moins bons résultats surtout en fin de profil.

Nous allons dans ce paragraphe évaluer leurs performances en mesure relative, grâce à des calculs de bilan hydrique entre deux mesures. Nous effectuerons ces calculs à partir :

- des profils hydriques (mesurés avec les sondes trifides ou calculés avec les modèles LPA et analytique)
- des mesures d'humidité globale le long des guides de 1 m obtenues par l'analyse classique des courbes réflectométriques
- et des données agrométéorologiques connues.

Ces bilans nous permettront de calculer l'état de la réserve hydrique du sol au cours du mois de janvier.

### **III.4.1 - Méthodes de calcul du bilan hydrique**

#### **A partir des profils hydriques**

Un profil hydrique détermine la répartition de l'humidité (ici volumique) du sol en fonction de la profondeur. La différence entre deux profils  $Hv_1(z)$  et  $Hv_2(z)$  déterminés à deux dates différentes donne la variation de quantité d'eau contenue dans l'épaisseur de sol considérée entre ces deux dates, ou bilan hydrique.

En agronomie on parle plus fréquemment de dose d'eau : on rapporte l'humidité à la profondeur de sol considérée et on l'exprime en hauteur d'eau. La variation de stock d'eau du sol entre deux dates s'obtient alors en intégrant cet écart sur la profondeur de sol.

$$\Delta\text{stock} = \int_{z=0}^{z_m} (Hv_2 - Hv_1) dz \quad (58)$$

### A partir d'une valeur d'humidité moyenne

On part du même principe que dans le paragraphe ci-dessus, mais on considère que le profil hydrique est constant et égal à une valeur moyenne. On a donc simplement :

$$\Delta\text{stock} = (Hv_2 - Hv_1)L \quad (L \text{ étant la longueur du profil}) \quad (59)$$

### A partir des données agrométéorologiques

Nous allons utiliser un modèle agronomique "classique" de bilan hydrique. Le principe est d'évaluer les entrées et les sorties du volume de sol exploré par le dispositif de mesures.

On peut écrire :

$$\Delta\text{stock} = \text{entrées-sorties} \quad (60)$$

Les données dont nous disposons nous permettent de distinguer pour les entrées : les précipitations et les irrigations, et pour les sorties : l'évapotranspiration (évaporation du sol que l'on néglige car la culture est déjà largement couvrante, et transpiration de la canne). On parle d'ETR (évapotranspiration réelle).

On suppose en première approximation qu'il n'y a pas de pertes par ruissellement en surface ou par drainage profond, ni de mouvements d'eau latéraux.

L'ETR est calculée à partir de l'évapotranspiration potentielle (ETP). Pour simplifier, disons que l'ETP représente la demande climatique, c'est à dire la quantité d'eau qui pourrait être évaporée d'une surface d'eau libre, compte tenu des paramètres climatiques régnant (température, vent, rayonnement, humidité relative...). On calcule cette ETP par une formule intégrant ces données (la formule de Penman traditionnellement). Nous avons pour notre part utilisé une formule (Combres, 1996) établie sur canne à sucre à partir de mesures de bilan d'énergie au-dessus de la parcelle et de flux de sève sur des tiges de canne (Hussenet, 1996).

L'ETR s'estime alors en appliquant à l'ETP un coefficient cultural  $k$  qui tient compte du développement végétatif de la plante :

$$\text{ETR} = k \times \text{ETP} \quad (61)$$

En début de cycle la plante n'est pas suffisamment développée pour évaporer toute la demande climatique,  $k$  est inférieur à 1. Ce coefficient rejoint ensuite la valeur 1 au fur et à mesure de la croissance de la plante et l'ETR rejoint l'ETP.

Les mesures ont eu lieu au mois de janvier, lorsque la canne était déjà haute. Nous avons appliqué un coefficient cultural constant de 1.

### III.4.2 – Suivi de bilan hydrique à partir de profils

Nous avons dans un premier temps calculé les variations de stock d'eau du sol à partir des profils hydriques mesurés avec les sondes trifides et des profils calculés par le modèle LPA et le modèle analytique (équation 58). Les résultats sont présentés sur la Figure 72.

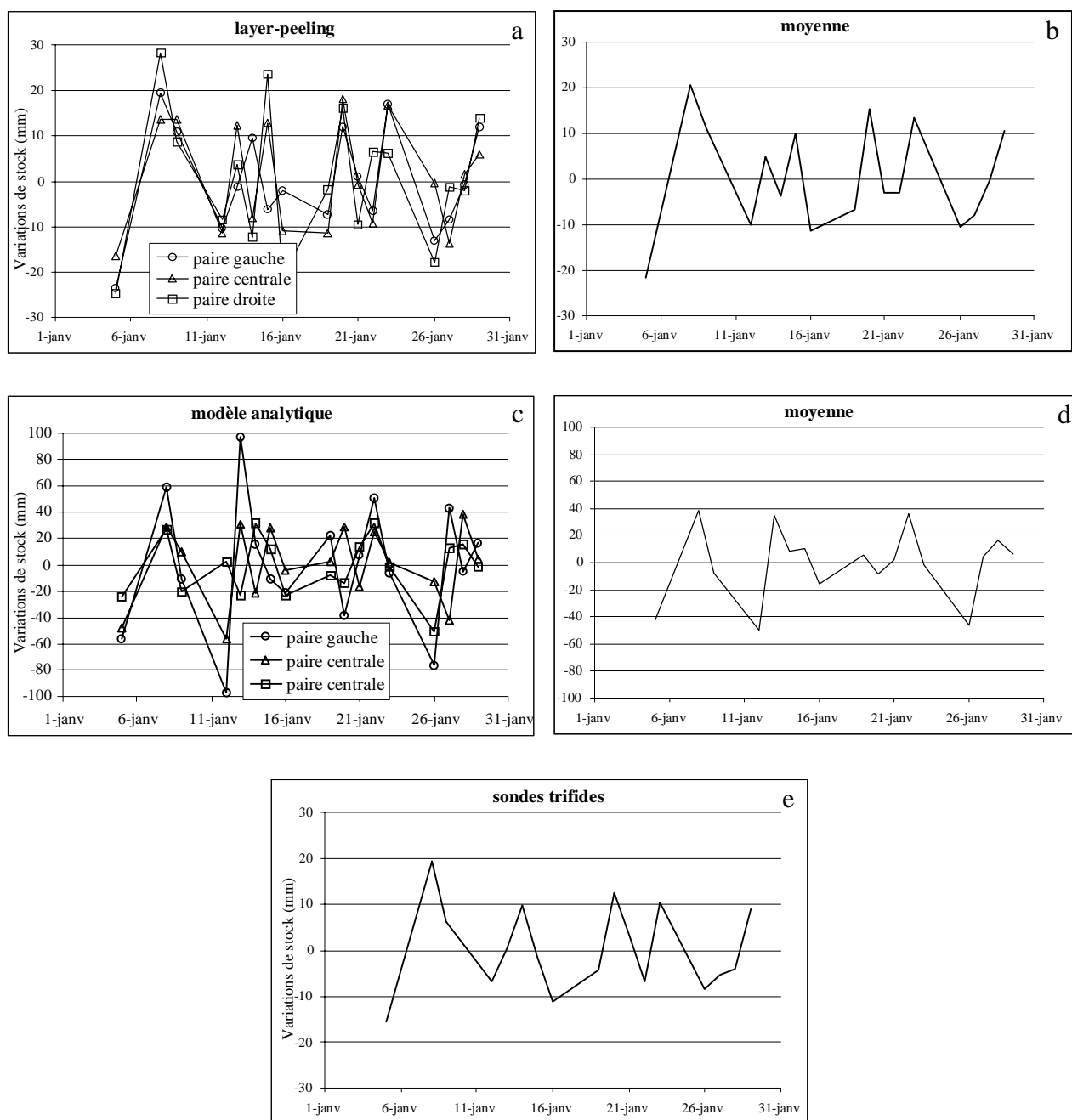


Figure 72 : bilans hydriques pour le mois de janvier 1998

Les bilans hydriques calculés à partir de l'inversion par le modèle LPA (graphiques a et b) et ceux calculés à partir des mesures des sondes trifides (graphique e) sont très proches. Les bilans calculés avec les profils issus de l'inversion avec le modèle analytique (graphique c) présentent en revanche une forte hétérogénéité d'une paire de guides à l'autre. Les variations d'amplitude des courbes sont également plus importantes, les doses varient en moyenne de  $-50$  à  $+40$  mm au lieu  $-20$  à  $+20$  mm pour les doses calculées à partir de l'inversion par le modèle LPA et  $-15$  à  $+20$  mm pour celles calculées à partir des mesures des sondes trifides.

Le modèle analytique se montre donc peu convaincant sur nos mesures. Il aurait été intéressant de comparer les résultats des modèles sur un jeu de données commun. Nous n'avons pas pu le faire car d'une part nous avons eu connaissance relativement tardivement des résultats de la thèse de L.A. Pereira Dos Santos (mission à La Réunion de J-P. Laurent en février 1998) et car d'autre part son protocole d'acquisition des courbes de réflexion n'était pas compatible avec notre procédé de normalisation des courbes. Il aurait été donc nécessaire de procéder à des mesures (sur un site du PNRH -Projet National de Recherches en Hydrologie- par exemple) avec un protocole commun. Ceci pourra faire l'objet d'un travail ultérieur.

Par ailleurs nos réflectomètres ne possèdent apparemment pas les mêmes caractéristiques techniques. Des mesures supplémentaires en laboratoire avec le réflectomètre du LTHE auraient été nécessaires pour recaler notre modèle.

Un traitement du signal équivalent au filtrage du bruit numérique utilisé dans l'algorithme LPA, mais qui reste à définir, améliorerait certainement beaucoup les résultats du modèle analytique. Ce traitement ne peut en effet pas être reproduit tel quel car il intervient sur les coefficients de réflexion locaux et non sur le coefficient de réflexion global défini dans ce dernier modèle.

### **III.4.3 – Suivi de la réserve hydrique**

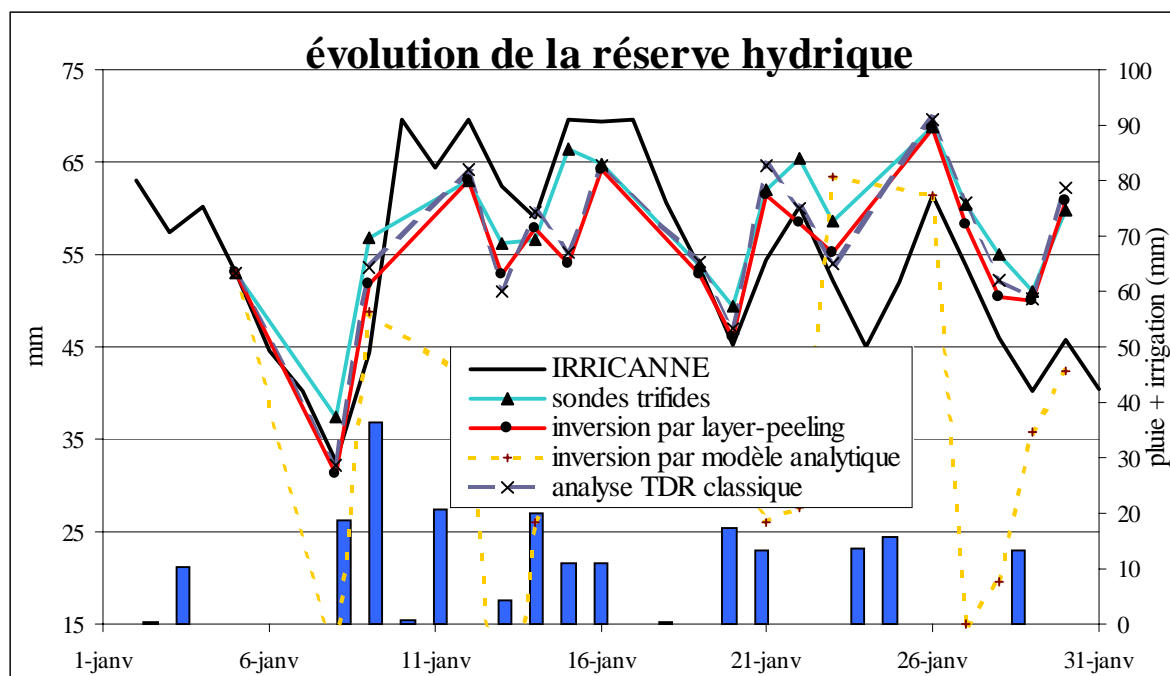
En agronomie les bilans hydriques servent essentiellement à suivre l'état de la réserve hydrique du sol, c'est à dire la quantité d'eau disponible pour la plante. Nous pouvons considérer cette réserve comme un réservoir (appelé aussi réserve utile RU) dont le niveau varie en fonction des entrées et des sorties d'eau du sol.

Nous avons suivi ce niveau en partant d'un état de remplissage commun, auquel nous avons **ajouté** les valeurs de bilan hydrique calculées à partir :

- des profils hydriques obtenus dans le paragraphe précédent (nous avons retenu la moyenne pour chaque date de mesure des bilans effectués sur les trois paires de guides de 1 m) (Figure 72, graphiques b, d et e)
- de l'humidité globale du profil (mesure réflectométrique classique)
- et des données agrométéorologiques.

Pour traiter ces dernières, nous avons en fait utilisé le modèle de bilan hydrique intégré dans le logiciel IRRICANNE (Combres and Kamieniarz, 1992). Celui-ci est adapté à l'alimentation hydrique de la canne à sucre et permet de tenir compte d'autres phénomènes intervenant dans le remplissage de la RU, tels que l'efficacité de l'irrigation, le niveau maximal de remplissage, le drainage éventuel... etc. Il a été calé sur les conditions agronomiques de la parcelle de mesure.

Les résultats sont présentés sur la Figure 73.



**Figure 73 : suivi de l'état de la réserve hydrique pour le mois de janvier 1998**

On remarque que la courbe correspondant au modèle analytique n'est pas du tout cohérente avec les autres. C'est la confirmation des résultats de la Figure 72, le modèle analytique n'est pas adapté à notre jeu de données. Il devrait permettre d'atteindre des résultats similaires à ceux du modèle LPA avec les mêmes données, mais moyennant un prétraitement du signal ou un critère de correction des résultats.

La courbe d'évolution de la réserve hydrique obtenue d'après le bilan agronomique diverge légèrement des trois autres courbes, et notamment de celle obtenue à partir des mesures des sondes trifides, notre référence. Le point critique dans cette méthode agronomique de calcul de bilan hydrique est l'estimation des pertes, et notamment la consommation en eau des plantes. Cet écart pourrait en particulier s'expliquer par :

- d'une surestimation de l'ETR (formule de calcul de l'ETP mal calée)
- du réseau d'irrigation qui ne distribue pas exactement la même dose à chaque ligne de goutteurs
- de l'étalonnage des mesures TDR pas assez spécifique.

La courbe obtenue d'après le modèle LPA suit en revanche remarquablement bien la référence (sondes trifides) comme l'avaient laissé espérer les précédents résultats. Le niveau de la RU obtenu en fin de mois avec ces deux méthodes est quasiment le même. Notons cependant que le mode de calcul différentiel du bilan hydrique élimine les erreurs systématiques dont pourrait souffrir le modèle d'inversion LPA, et minimise l'impact des erreurs d'estimation des caractéristiques techniques de notre système de mesure.

On remarque enfin que les deux courbes obtenues d'une part d'après le modèle LPA et d'autre part d'après la mesure globale de l'humidité le long des guides sont quasiment superposées. En effet le calcul du stock d'eau à partir d'un profil hydrique consiste à intégrer celui-ci sur la longueur des guides :

$$\text{stock}_1 = \int_{z=0}^{z_m} H v . dz .$$

$$\text{On l'estime numériquement par } \text{stock}_1 = \sum_{i=0}^n H v_i . \Delta z_i \quad (62)$$

( $H v_i$  étant l'humidité volumique d'une strate homogène de sol le long des guides, et  $\Delta z_i$ , l'épaisseur de cette strate).

Or la mesure d'humidité globale obtenue par l'analyse classique des courbes de signal réfléchi est une moyenne, pondérée des épaisseurs relatives des différentes zones, de la distribution d'humidité du sol le long des guides.

Ferré et al. (1996) ont en effet montré que si l'étalonnage réflectométrique utilisé suivait une loi de type :

$$Hv = a\sqrt{\epsilon_r} + b \quad (a \text{ et } b \text{ sont des constantes}) \quad (63)$$

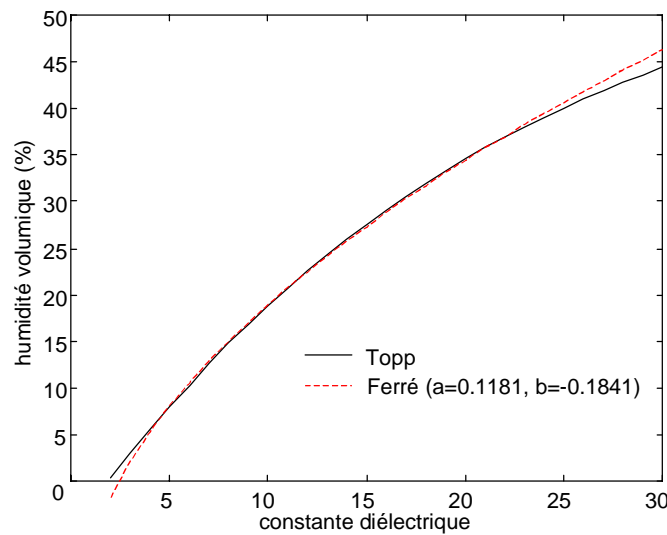
ce qui est quasiment le cas de celui de Topp (voir Figure 74), alors l'humidité globale mesurée pouvait s'écrire :

$$Hv_{\text{mes}} = \frac{\sum_i \Delta z_i \cdot Hv_i}{L} \quad (64)$$

(avec  $L = \sum_i \Delta z_i$  , longueur des guides)

Le stock hydrique calculé à partir de cette valeur s'écrit :

$$\text{stock}_2 = L \cdot Hv_{\text{mes}} \quad (65)$$



**Figure 74 : similitude entre l'étalonnage de Topp et al. (1980) et celui proposé par Ferré et al. (1996)**

En reprenant l'équation (64), le  $\text{stock}_2$  s'écrit :

$$\text{stock}_2 = L \cdot \frac{\sum_i \Delta z_i \cdot Hv_i}{L} \quad (66)$$

On retrouve l'équation du  $\text{stock}_1$ . Ces deux types de calcul de stock (à partir de la mesure globale d'humidité ou à partir du profil hydrique) sont donc équivalents, d'où la bonne superposition observée entre les deux courbes correspondantes de suivi de la réserve hydrique.

Ceci prouve que les mesures d'humidité globales correspondent bien à l'intégrale des profils calculés par le modèle LPA. Le modèle de propagation est donc cohérent avec l'approche réflectométrique classique.



# Conclusion générale

Après avoir validé notre technique de calcul de profils hydriques de sol à partir de courbes de signal réfléchi mesurée par réflectométrie temporelle en laboratoire, nous avons effectué un suivi de profil hydrique in situ qui a confirmé la pertinence de la méthodologie.

Ce défi relevé en 1995 par quatre partenaires (Université de La Réunion, CIRAD, CEMAGREF et ENSA-M) a donc été mené à terme. Les objectifs que nous nous étions fixés sont atteints, nous disposons d'un modèle d'inversion de courbes réflectométriques fiable et qui donne des résultats satisfaisants pour une utilisation agronomique.

Les différentes étapes qui ont conduit à ce résultat nous ont permis en particulier de développer un modèle temporel d'analyse de la propagation des ondes en milieu stratifié. Ce modèle, simulant les résultats du réflectomètre utilisé, était nécessaire pour bien appréhender les phénomènes mis en jeu et valider certaines hypothèses de fonctionnement de l'appareil. Il a d'ailleurs mis en évidence certaines faiblesses et défauts de ce dernier qui handicapent la précision des profils hydriques obtenus.

Ce modèle d'analyse peut d'ores et déjà servir d'outil de développement de nouveaux réflectomètres et de nouveau types de guides d'ondes.

Deux solutions ont ensuite été explorées pour effectuer le chemin inverse, c'est à dire partir d'une courbe de signal réfléchi enregistrée par le réflectomètre et déterminer le profil hydrique correspondant. Elles ont consisté

- à d'une part développer le modèle inverse, en écrivant les équations de propagation du modèle de simulation en sens inverse. Nous avons obtenu un modèle temporel discret basé sur un algorithme de "layer-peeling" (LPA) donnant de très bons résultats.
- Et d'autre part à identifier les paramètres d'entrée (profil hydrique) du modèle de simulation permettant d'obtenir la courbe de signal réfléchi la plus proche de la courbe mesurée. Les techniques d'optimisations déterministes "classiques" étant trop sensibles aux optima locaux, nous avons eu recours à une optimisation par algorithmes génétiques.

Contrairement à cette dernière solution, le modèle LPA ne permet pas de prendre en compte les phénomènes d'amortissement du signal sans distorsion que nous avons intégré dans le modèle de simulation. Son application à des mesures au champ, et en particulier au suivi de la réserve utile, a montré que sa précision était cependant satisfaisante et proche des résultats

que l'on peut obtenir par des mesures directes de profil hydrique avec des guides d'onde courts enterrés.

Néanmoins les limites techniques de l'appareil sont un obstacle de taille au développement de cette technique d'inversion de courbes réflectométriques. En effet les résultats présentés sont obtenus après de nombreux essais d'ajustement du modèle. Si l'on veut généraliser aujourd'hui cette technique de calcul de profil hydrique il apparaît nécessaire de passer par une phase de recherche et développement et mettre au point nouveau type de réflectomètre plus performant et de caractéristiques techniques mieux définies.

Notons en outre que la solution d'identification du profil hydrique par algorithme génétique, plus lourde en temps de calcul, offre cependant la possibilité d'améliorer sensiblement la précision des profils obtenus. En effet des travaux supplémentaires devraient permettre de formaliser et prendre en compte sans restrictions les phénomènes de perte du signal en les intégrant dans le modèle de simulation.

# Références bibliographiques

- Aubic J. and A.M. Bottreau**, 1982. Utilisation de la réflectométrie en domaine temporel pour l'étude des transferts d'humidité en milieu poreux perméable, *Journal of Hydrology*, (57), 337-357.
- Baker J.M. and R.R. Allmaras**, 1990. System for automating and multiplexing soil moisture measurements by Time Domain Reflectometry, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 54, 1-6.
- Bremmer H.**, 1951. The W.K.B. approximation as the first term of a geometric-optical series, *Comm. Pure Appl. Math*, (4), 105-115.
- Bruckstein A.M. and T. Kailath**, 1987. Inverse scattering for discrete transmission-line models, *SIAM Review*, 29, (3), 359-389.
- Bruckstein A.M., I. Koltracht and T. Kailath**, 1986. Inverse scattering with noisy data, *SIAM J Sci. Stat. Comput.*, 7, (4), 1331-1349.
- Cole K.S. and R.E. Cole**, 1941. Dispersion and absorption in dielectrics. I - Alternating current characteristics, *The Journal of Physical Chemistry*, 9, 341-351.
- Cole R.E.**, 1955. On the analysis of dielectric relaxation measurements, *The Journal of Physical Chemistry*, 23, (3), 493-499.
- Collin R.E.**, 1992. Foundations for microwave engineering, McGraw-Hill, 2nd Ed., New York.
- Combres J.-C. and C. Kamieniarz**, 1992. Un logiciel multi parcelles et multi utilisateurs d'avertissement irrigation et de gestion des périmètres irrigués., *ICID Bulletin*, 41, (2), 1356-152.
- Combres J.-C.**, 1996. Modélisation de l'évapotranspiration maximale de la canne. Cas d'une culture couvrante. Modèle de calcul de l'ET., CIRAD-CA Réunion, Saint-Pierre - Réunion, communication interne.
- Dalton F.N. and M.T. Van Genuchten**, 1986. The time domain reflectometry method for measuring soil water content and salinity, *Geoderma*, 38, 237-250.
- Dasberg S. and F.N. Dalton**, 1985. Time Domain Reflectometry field measurements of soil water content and electrical conductivity, *Soil Sci. Soc. of Am. J.*, 49, 293-297.
- De Clerck P.**, 1982. Mesure de la teneur en eau des sols par voie électromagnétique, Faculté des Sciences Appliquées, Bruxelles, Travail de spécialisation d'ingénieur en géotechnique.
- De Jong K.A.**, 1975. An analysis of the behaviour of a class of genetic adaptive systems. Ph. D. Thesis, University of Michigan, *Diss. Abstr. Int*, 36, (10), University Microfilms N° 76-9381.
- Dirksen C. and S. Dasberg**, 1993. Improved calibration of time domain reflectometry soil water content measurements, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 57, 660-667.
- Eshelman L.J. and J.D. Schaffer**, 1993. Real-coded genetic algorithms and interval-schemata, *Foundation of genetic algorithms 2*, Morgan-Kaufmann Eds., San Mateo, 187-202 pp.

- Fellner-Feldegg H.**, 1969. The measurement of dielectrics in the time domain, *The Journal of Physical Chemistry*, 73, (3), 616-623.
- Ferré P.A., D.L. Rudolph and R.G. Kachanoski**, 1996. Spatial averaging of water content by time domain reflectometry: implications for twin rod probes with and without dielectric coatings, *Water Resources Research*, 32, (2), 271-279.
- Fletcher Armstrong C., J.T. Ligon and S.J. Thomson**, 1985. Calibration of Watermark model 200 soil moisture sensor, 1985 Summer Meeting of the American Society of Agricultural Engineers, Michigan State University, 1-11.
- Gardner W. and D. Kirkham**, 1952. Determination of soil moisture by neutron scattering, *Soil Sci.*, 73, 391-401.
- Gaudu J.C., J.M. Mathieu, J.C. Fumanal, L. Bruckler, A. Chanzy, P. Bertuzzi, P. Stengel et R. Guennelon**, 1993. Mesure de l'humidité des sols par une méthode capacitive : analyse des facteurs influençant la mesure, *Agronomie*, 13, (1), 57-73.
- Goldberg D.E.**, 1994. Algorithmes génétiques - Exploration, optimisation et apprentissage automatique, Addison-Wesley Eds., 417 pp.
- Heimovaara T.J. and W. Bouten**, 1990. A Computer-controlled 36-channel time domain reflectometry system for monitoring soil water content, *Water Res. Res.*, 26, 2311-2316.
- Heimovaara T.J., A.G. Focke, W. Bouten and J.M. Verstraten**, 1995. Assessing temporal variations in soil water composition with time domain reflectometry, *Soil Science Society of America journal*, 59, 689-698.
- Hoekstra P. and A. Delaney**, 1974. Dielectric properties of soils at UHF and microwave frequencies, *J. Phy. Res.*, 79, (11), 1699-1708.
- Holland J.H.**, 1973. Genetic algorithms and the optimal allocations of trials, *SIAM Journal of Computing*, 2, (2), 88-105.
- Hussenet J.-P.**, 1996. Contribution à la modélisation de l'évapotranspiration maximale de la canne à sucre, - INA PG - CIRAD, Saint-Pierre de La Réunion, Rapport de fin d'études de DEA.
- Jaggard D.L. and Y. Kim**, 1985. Accurate one-dimensional inverse scattering using a nonlinear renormalization technique, *J. Opt. Soc. Am. A*, 2, (11), 1922-1930.
- Janko B. and P. Decher**, 1992. Measuring package and interconnect model parameters using distributed impedance, 40th Automatic RF Techniques Group, 82-87.
- Jordan A.K. and H.D. Ladouceur**, 1987. Renormalization of an inverse-scattering theory for discontinuous profiles, *Physical Review A*, 36, (9), 4225-4253.
- Kachanoski R.G. and A.L. Ward**, 1995. Measurement of subsurface chemical transport using time domain reflectometry, Time-domain reflectometry applications in soil science., Research Centre Foulum, Denmark, 16 September 1994, p.71-82.
- Klemunes J.A.J., M.W. Witzak and A.J. Lopez**, 1996. Analysis of methods used in time domain reflectometry response,
- Kraus J.D.**, 1985. Waveguides and resonators, ch. 13, 534-611.
- Levenberg K.**, 1944. A method for the solution of certain non linear problems in least squares, *Quart. Appl. Math.*, (2), 164-168.

- Mamode M., J.-D. Lan Sun Luk and P. Todoroff**, 1997. Characterization of dielectric properties of stratified media by reflected wave analysis, 10th International Conference on Antennas and Propagation, 14-17 Apr 97, Edimburgh - UK., Conference Publication N°436, IEE 1997, 1.423-1.485.
- Marquardt D.**, 1963. An algorithm for least squares estimation of non linear parameters, SIAM J. Appl., (11), 431-441.
- Mendel J.M. and F. Habibi-Ashrafi**, 1980. A survey of approaches to solving inverse problems for lossless layered media systems, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 18, (4), 320-330.
- Mühlenheim H. and D. Schlierkamp-Voosen**, 1993. Predictive models for the breeder genetic algorithm I. Continuous parameter optimization, Evolutionary computation, (1), 25-49.
- Oliver B.M.**, 1964. Time Domain Reflectometry, Hewlett-Packard Journal, 15, (6), 1-8.
- Pereira Dos Santos L.A.**, 1997. Développement d'une nouvelle méthode de détermination des profils de teneur en eau dans les sols par inversion d'un signal TDR, Grenoble, Université Joseph Fourier - Grenoble 1 -, 144 pp.
- Raunet M.**, 1991. Le milieu physique et les sols de La Réunion : conséquences pour la mise en valeur agricole, CIRAD, 438 p pp.
- Risler P.D., J.M. Wraith and H.M. Gaber**, 1996. Solute transport under transient flow conditions estimated using time domain reflectometry, Soil Science Society of America Journal, 60, (5), 1297-1305.
- Roddier F.**, 1993. Distributions et Transformation de Fourier, Ediscience International, Paris, 323 pp.
- Roth C.H., M.A. Malicki and R. Plagge**, 1992. Empirical evaluation of the relationship between soil dielectric constant and volumetric water content as the basis for calibrating soil moisture measurements by TDR, Journal of Soil Science, 43, 1-13.
- Roth K., R. Schulin and W. Attinger**, 1990. Calibration of time domain reflectometry for water content measurement using a composite dielectric approach, Water Resources Research, 26, (10), 2267-2273.
- SoilMoisture Eq. Corp.**, Trase System I - model 6050X1 version 1800 Operating Instructions.
- Spaans E.J.A. and J. Baker**, 1995. Examining the use of time-domain reflectometry for measuring liquid water-content in frozen soil, Water Resources Research, 31, (12), 2917-2925.
- Spaans E.J.A. and J.M. Baker**, 1993. Simple baluns in parallel probes for time domain reflectometry, Soil Sci. Soc. Am. J., 57, 668-673.
- Tektronix Inc.**, 1993. Z-profile algorithm, Tektronix Technical-Brief, 6 pp.
- Tektronix Inc.**, 1995. IPA 510 interconnect parameter analyzer, Fiche Technique Tektronix, 8 pp.
- Todoroff P. and P. Langellier**, 1998. Comparison of empirical and partly deterministic methods of time domain reflectometry calibration, based on a study of two tropical soils, Soil and Tillage Res., 45/3-4, 325-340.

- Topp G.C., J.L. Davis and A.P. Annan**, 1980. Electromagnetic determination of soil water content : measurements in coaxial transmission lines, *Water Resources Research*, 16, (3), 574-582.
- Topp G.C., M. Yanuka, W.D. Zebchuk and S. Zegelin**, 1988. Determination of electrical conductivity using Time Domain Reflectometry : Soil and water experiments in coaxial lines, *Water Resources Research*, 24, (7), 945-952.
- Van Bavel C.H.M.**, 1963. Neutron scattering measurement of soil moisture: development and current status, *Proc. Int. Symp. on humidity and moisture*, Washington D.C., 171-184.
- Van Der Keur P.**, 1995. Measuring unfrozen water content in partially frozen soil using TDR technique., *Time-domain reflectometry applications in soil science.*, Research Centre Foulum, Denmark, 16 September 1994, p.133-137.
- Vander Vorst A.**, 1994. *Electromagnétisme - Champs et circuits*, De Boeck Université, Bibliothèque des Universités, 368 pp.
- Vander Vorst A.**, 1995. *Transmission, propagation et rayonnement*, De Boeck Université, Bibliothèque des Universités, 279 pp.
- Walter E. et L. Pronzato**, 1994. Identification de modèles paramétriques à partir de données expérimentales, Masson, *Modélisation Analyse Simulation Commande*.
- Ward A.L., R.G. Kachanoski and D.E. Elrick**, 1994. Laboratory measurements of solute transport using time domain reflectometry, *Soil Science Society of America journal*, 58, 1031-1039.
- Whitley D.**, 1989. The GENITOR algorithm and selection pressure: why ranked-based allocation of reproductive trials is best, *Third International Conference on Genetic Algorithms*, San-Mateo (California), USA .
- Yanuka M., G.C. Topp, S. Zegelin and W.D. Zebchuk**, 1988. Multiple reflection and attenuation of Time Domain Reflectometry pulses : theoretical considerations for applications to soil and water, *Water Resources Research*, 24, (7), 939-944.
- Zakri T.**, 1997. Contribution à l'étude des propriétés diélectriques de matériaux poreux en vue de l'estimation de leur teneur en eau : modèles de mélanges et résultats expérimentaux, *Laboratoire d'étude de Transferts en Hydrologie et Environnement*, Grenoble, Institut National Polytechnique de Grenoble, Thèse de Doctorat, 251.

# Liste des figures

|   |    |
|---|----|
| Figure 1 : constitution d'un réflectomètre - exemple du Trase System I  | 11 |
| Figure 2 : exemple de courbe de signal réfléchi enregistrée par un réflectomètre  | 12 |
| Figure 3 : représentation graphique de l'étalonnage de Topp et al. (1980)   | 13 |
| Figure 4 : réflexions et transmissions successives de l'onde le long d'une ligne non uniforme   | 14 |
| Figure 5 : schéma électrique équivalent de guides d'ondes parallèles dans une strate de sol homogène  | 15 |
| Figure 6 : schéma électrique équivalent d'un segment de propagation infinitésimal homogène  | 15 |
| Figure 7 : représentation des paramètres de la ligne en $z$   | 19 |
| Figure 8 : diagramme en rayons des réflexions et transmissions de l'onde à la cote $z$  | 24 |
| Figure 9 : diagramme des échos réfléchis et transmis de l'onde, adapté à des échelles de temps et de longueur discrétisées                                      | 26 |
| Figure 10 : diagramme des échos réfléchis et transmis le long de la ligne au cours du temps   | 27 |
| Figure 11 : simulation de signaux réfléchis dans le cas d'une ligne constituée de 2 segments pour différents coefficients de réflexion                          | 29 |
| Figure 12 : schéma en coupe transversale d'une ligne bifilaire  | 31 |
| Figure 13 : échelon en tension corrigé  | 32 |
| Figure 14 : mesure du signal le long des circuits internes et du balun  | 33 |
| Figure 15 : réponse impulsionnelle des circuits, du câble et du balun   | 34 |
| Figure 16 : expression des 1 <sup>ers</sup> échos de la réponse impulsionnelle  | 34 |
| Figure 17 : algorithme du modèle de calcul de courbes de signal réfléchi  | 36 |
| Figure 18 : dispositif de mesure de courbes de signal réfléchi dans des milieux contrôlés   | 37 |
| Figure 19 : connecteur de guide d'onde et balun intégré   | 39 |
| Figure 20 : comparaison du spectre du coefficient de réflexion $\Gamma$ entre une mesure dans l'air et une mesure dans l'eau                                    | 40 |
| Figure 21 : comparaison entre une courbe réelle et une courbe simulée sans amortissement pour une mesure dans de l'air avec des guides de 70 cm                 | 41 |
| Figure 22 : comparaison entre une courbe réelle et une courbe simulée sans amortissement pour une mesure dans de l'eau avec des guides de 70 cm                 | 43 |
| Figure 23 : comparaison entre une courbe réelle et une courbe simulée avec amortissement sans distorsion pour une mesure dans de l'eau avec des guides de 70 cm | 44 |
| Figure 24 : effet de la conductivité électrique de l'eau et de l'amortissement sans distorsion sur les courbes mesurées et simulée                              | 44 |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Figure 25 : comparaison entre une courbe réelle et une courbe simulée (avec amortissement) dans un milieu stratifié : 40 cm de sable sec suivis de 30 cm de sable saturé d'eau</b>      | <b>45</b> |
| <b>Figure 26 : reconstitution des 2 premières colonnes du diagramme des échos réfléchis et transmis</b>  | <b>50</b> |
| <b>Figure 27 : algorithme du modèle d'inversion de courbes de signal réfléchi</b>  | <b>56</b> |
| <b>Figure 28 : détermination du début et de la fin des guides sur des courbes de signal réfléchi mesurées dans de l'air et dans de l'eau</b>   | <b>57</b> |
| <b>Figure 29 : inversion d'une courbe de signal réfléchi mesurée dans l'air</b>  | <b>58</b> |
| <b>Figure 30 : inversion d'une courbe de signal réfléchi mesurée dans l'eau</b>  | <b>59</b> |
| <b>Figure 32 : courbe de signal réfléchi mesuré dans un milieu stratifié : 40 cm de sable sec suivis de 30 cm de sable saturé d'eau</b>  | <b>60</b> |
| <b>Figure 33 : inversion de la courbe de signal réfléchi mesurée dans 40 cm de sable sec suivis de 30 cm de sable saturé d'eau</b>   | <b>61</b> |
| <b>Figure 34 : inversion de la courbe de signal réfléchi mesurée dans 40 cm de sable sec suivis de 30 cm de sable saturé d'eau, après ajustement du rapport de transformation du balun</b> | <b>61</b> |
| <b>Figure 35 : influence du rapport de transformation du balun sur le profil hydrique inversé</b>  | <b>62</b> |
| <b>Figure 36 : intervalle de confiance du profil hydrique pour un bruit de 0.5 ‰</b>   | <b>63</b> |
| <b>Figure 36 : courbe de signal réfléchi mesuré dans un milieu stratifié : 30 cm de sable saturé d'eau suivis de 40 cm de sable sec</b>  | <b>64</b> |
| <b>Figure 38 : inversion de la courbe de signal réfléchi mesurée dans 30 cm de sable saturé d'eau suivis de 40 cm de sable sec</b>   | <b>65</b> |
| <b>Figure 38 : profil d'humidité initial et profil d'humidité après optimisation</b>   | <b>70</b> |
| <b>Figure 39 : Évolution de l'erreur au cours de l'optimisation du profil hydrique</b>   | <b>70</b> |
| <b>Figure 40 : profil d'humidité initial et profil d'humidité après optimisation</b>   | <b>71</b> |
| <b>Figure 41 : Évolution de l'erreur au cours de l'optimisation du profil hydrique</b>   | <b>71</b> |
| <b>Figure 42 : courbes simulées et courbe mesurée de signal réfléchi</b>   | <b>72</b> |
| <b>Figure 43 : profil d'humidité initial et profil d'humidité après optimisation</b>   | <b>73</b> |
| <b>Figure 44 : Évolution de l'erreur au cours de l'optimisation du profil hydrique</b>   | <b>73</b> |
| <b>Figure 45 : courbes de signal réfléchi simulées et courbe mesurée</b>   | <b>74</b> |
| <b>Figure 46 : représentation d'un individu par un codage binaire</b>  | <b>76</b> |
| <b>Figure 47 : exemple d'attribution du "fitness" en <math>x^2</math></b>  | <b>77</b> |
| <b>Figure 48 : exemple de répartition des individus sur une "roue de loterie" (exemple tiré de Goldberg (1994))</b>  | <b>78</b> |
| <b>Figure 49 : schéma de croisement des gènes avec deux sites par gènes</b>  | <b>78</b> |
| <b>Figure 50 : mutation des gènes</b>  | <b>79</b> |
| <b>Figure 51 : schéma d'optimisation par algorithme génétique</b>  | <b>80</b> |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Figure 52 : abaque de courbes d'erreur quadratique pour différentes valeurs de probabilité de croisement</b>  | <b>81</b>  |
| <b>Figure 53 : profil d'humidité initial et profil d'humidité après optimisation</b>   | <b>81</b>  |
| <b>Figure 54 : Évolution de l'erreur au cours de l'optimisation du profil hydrique</b>   | <b>81</b>  |
| <b>Figure 55 : espace parcouru par les gènes après croisement par l'opérateur BLX-0.25</b>   | <b>83</b>  |
| <b>Figure 56 : profil d'humidité moyen identifié et profil estimé</b>  | <b>84</b>  |
| <b>Figure 57 : Évolution de l'erreur moyenne au cours de l'optimisation du profil hydrique</b>   | <b>84</b>  |
| <b>Figure 58 : courbes de signal réfléchi optimisée et courbe mesurée</b>  | <b>85</b>  |
| <b>Figure 59 : comparaison des résultats des algorithmes génétiques et du modèle LPA</b>   | <b>87</b>  |
| <b>Figure 60 : comparaison des profils hydriques obtenus par algorithmes génétiques et modèle LPA sur un cas défavorable</b>   | <b>87</b>  |
| <b>Figure 61 : courbes de signal réfléchi et courbe mesurée</b>  | <b>88</b>  |
| <b>Figure 62 : étalonnage avec des échantillons de sol remaniés</b>  | <b>91</b>  |
| <b>Figure 63 : comparaison des points obtenus en laboratoire avec l'étalonnage de Topp et un étalonnage calculé sur andosols</b>   | <b>92</b>  |
| <b>Figure 64 : sonde TDR trifide, 20 cm de long (SoilMoisture Eq. Corp)</b>  | <b>92</b>  |
| <b>Figure 65 : dispositif de mesures TDR</b>   | <b>93</b>  |
| <b>Figure 66 : insertion des guides d'onde dans le sol</b>   | <b>93</b>  |
| <b>Figure 67 : exemples de profils hydriques calculés à partir de mesures au champ</b>   | <b>96</b>  |
| <b>Figure 68 : effet des ions sur l'allure de la courbe de signal réfléchi</b>   | <b>97</b>  |
| <b>Figure 69 : évolution du profil hydrique calculé avec le modèle LPA</b>   | <b>99</b>  |
| <b>Figure 70 : évolution du profil hydrique calculé avec le modèle analytique</b>  | <b>99</b>  |
| <b>Figure 71 : écart (en % d'humidité volumique) entre les profils hydriques mesurés avec les sondes trifides et les profils calculés avec le modèle LPA (différence trifides - LPA)</b> | <b>100</b> |
| <b>Figure 72 : bilans hydriques pour le mois de janvier 1998</b>   | <b>103</b> |
| <b>Figure 73 : suivi de l'état de la réserve hydrique pour le mois de janvier 1998</b>   | <b>105</b> |
| <b>Figure 74 : similitude entre l'étalonnage de Topp et al. (1980) et celui proposé par Ferré et al. (1996)</b>  | <b>107</b> |

## **Annexes**



---

# Codes du modèle de simulation de signal réfléchi et des fonctions d'optimisation par algorithme génétique

---

Les codes ont été écrits sous Matlab 5.1, version PC / Windows 95. Le langage de programmation est très proche de celui du Pascal ou du C. Ils sont donc facilement transposables (il existe une "toolbox" (module complémentaire) permettant de générer les codes en C). Pour indication nous les avons fait tourner sur un Pentium II / 266 Mhz, 32Mo RAM.

## modèle de simulation des courbes de signal réfléchi

---

### Programme principal

```
clear all
pack
L=input('longueur des guides (m) ?');
teta=input('période d'échantillonnage réelle (ps) ?');
teta=40*floor(teta/40);           % teta doit être un multiple de 40 ps
teta=max(40,teta);                % teta doit valoir au maximum 40 ps
debut=teta/1e3;% début de la fenêtre d'affichage (ns)
fin=80;                           % fin de la fenêtre d'affichage (ns)
dist=5;                           % distance entre les 2 tiges (cm)
diam=0.8;                         % diamètre des guides d'ondes (cm)
Tt=sum(sqrt(milieu(L/20:L/10:1*L)))*L/10/3e-4; % temps aller (ps)
n=round(Tt/teta);                 % nbre de segments
balun=3.6;                       % valeur du rapport de transformation du balun
Zcable=50;                       % impédance du câble coaxial
Z0=Zcable*balun;                 % impédance (apparente) en sortie du connecteur

% coefficients de reflexion internes au TDR+cable+connecteur

load intern                       % signal A-R le long des circuits, échantillonné à 40 ps
                                % réelles
intern=[intern(1)*ones(20,1);intern]; % ajoute une droite en tout début d'échelon
intern=intern(1:teta/20:length(intern)); % rééchantillonnage à la période choisie
CONN=diff(intern);               % coefficients de réflexion approchés correspondant au
                                % TDR+cable+connecteur

% équivalence temps-distance

% calcul des temps atteints pour des déplacements élémentaires dx constants
dx=3e-4*teta/max(sqrt(milieu(0:L/20:L))); % détermination des dépl. elem. maxi
p=ceil(L/dx);                     % nbre de points d'interpolation
T=zeros(1,p);                    % vecteur des temps atteints à chq dx
T(1)=sqrt(milieu(dx/2))*dx/3e-4;
```

```

for i=2:p % cumul des temps atteints
    T(i)=T(i-1)+sqrt(milieu(i*dx-dx/2))*dx/3e-4; % pour parcourir
end; % chaque distance dx
% interpolation avec les distantes atteintes au bout de chaque pas d'échantillonnage teta
X=interp1([0 T],[0 dx/2:dx:p*dx-dx/2],teta:teta:n*teta,'spline');
% (X est le vecteur des limites spatiales de chaque strate temporelle)

% calcul de l'impédance des strates (temporelles)
Zg=119.9*log(dist/diam+sqrt((dist/diam)^2-1)); % impédance caractéristique de guides
d'onde bi-tige
X1=[X(1)/2 ; X(2:n)-diff(X)/2]; % position des milieux de segments
[Ka alpha]=milieu(X1); % cte diélectrique et coef. d'amortissement des strates
Z=Zg./sqrt(Ka); % impédance des strates
Z1=[Z0 ; Z(1:n-1)];

% calcul des coefficients de reflexion à la limite de chaque strate
rho=(Z-Z1)./(Z+Z1);
rho(n+1)=1; % réflexion finale totale
rho=[CONN;rho]; % ajout des coef. de réflexion des circuits+câble+balun
n=length(rho);

% calcul de l'amortissement
alpha=alpha.*diff([0;X]); % atténuation pour chaque strate temporelle
loss=exp(-alpha); % terme exponentiel d'amortissement
loss=[ones(length(CONN)+1,1);loss;1]; % atténuation nulle (coef=1)
dans le câble et en fin de guides

% calcul de la courbe de réflexion
tmax=ceil(fin*1000/teta); % nombre de pas d'échantillonnage
echos; % calcul des échos transmis et réfléchis

% charge le fichier du signal émis par le Trase
load pulse % montée de l'échelon échantillonné à 20 ps réelles
pulse=pulse(1:teta/40:length(pulse)); % rééchantillonnage
trasimpulse=[pulse;ones(tmax-length(pulse),1)]; % ajout du palier de l'échelon

retour=M1(2:tmax+1,1); % vecteur réponse impulsionnelle
signal=conv(retour,trasimpulse);
signal=signal(1:ceil(length(signal)/2)); % élimine la partie symétrique de la convolution
signal=filtrage([0.2929 0.2929],[1 -0.4142],signal); % filtre PB Butterworth fc=1/(teta*8)

% visualisation des résultats

plot(debut:teta/1e3:fin,signal)

```

---

### Sous programme "echos.m"

```
% calcule les échos transmis et réfléchis de l'onde le long des guides
% pour chaque strate temporelle en fonction du temps.
% On ne conserve que les amplitudes réfléchies sur la première strate
% (matrice M1)
```

```
M1=zeros(tmax+1,1);
M=zeros(3,n+1);
M1(2,1)=1;
M(2,1)=1;

for i=1:tmax/2
for k=1:min(n,tmax-2*i)
M(2,k+1)=((1+rho(k))*loss(k)*M(2,k)-rho(k)*loss(k+1)*M(1,k+1));
M(3,k)=rho(k)*loss(k)*M(2,k)+(1-rho(k))*loss(k+1)*M(1,k+1);
end
M1(2*i+1)=M(3,1);
M=flipud(M);
M(2,1)=0;
end
```

---

### Fonction milieu.m

```
function [k,atten]=milieu(x)

% Cette fonction renvoie les valeurs de constante diélectrique et de coefficient
% d'amortissement en fonction de x, distance le long des guides d'ondes.

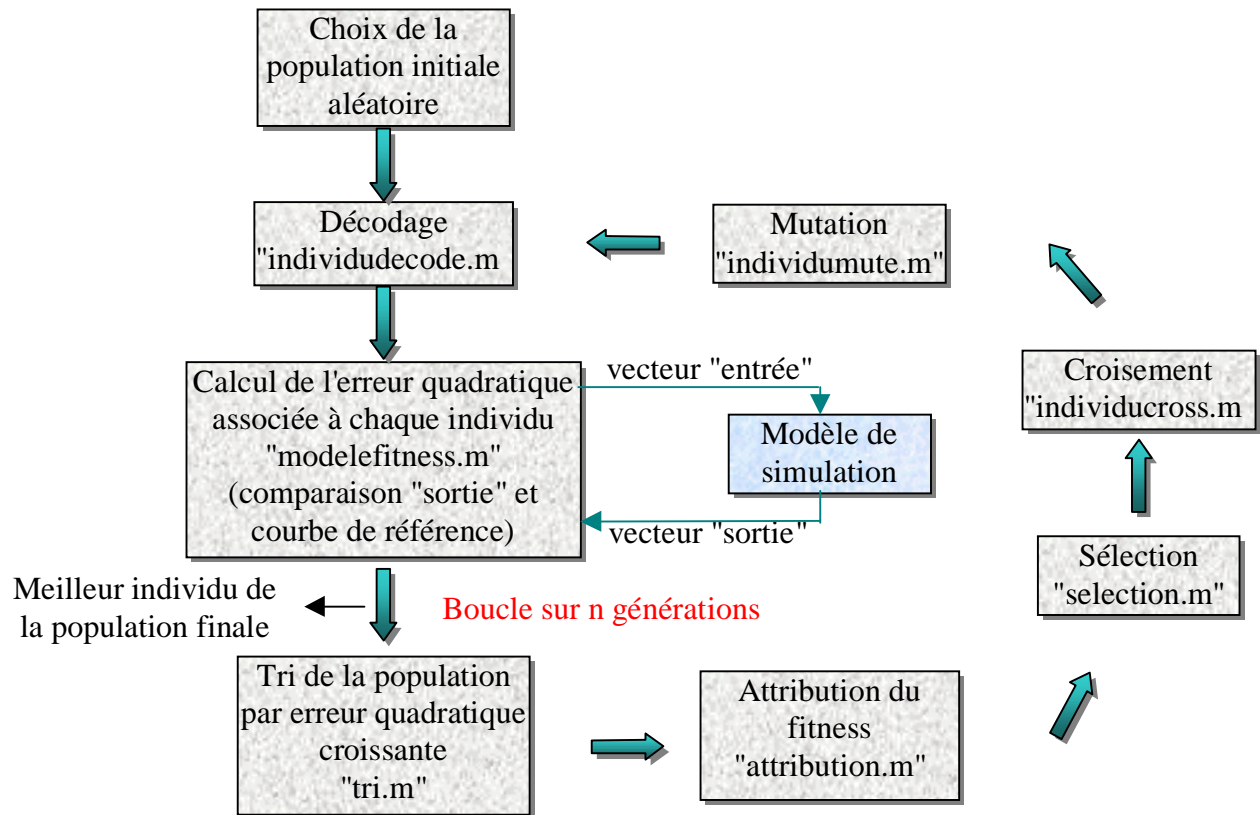
% positions pour lesquelles on définit les valeurs de Ka et d'amortissement
d=[0 ; 0.39 ; 0.41 ; 0.7 ; 0.8];

% CONSTANTE DIELECTRIQUE
Ka=[1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ];          % valeurs de Ka pour les positions définies plus haut
k=interp1(d,Ka,x);                % interpolation pour les positions demandées dans le vecteur x

% COEFFICIENT D'AMORTISSEMENT
Resist=[0.001 ; 0.001 ; 0.001 ; 0.001 ; 0.001];    % valeurs de coef. d'amortissement (/m)
alpha=Resist.*sqrt(Ka);                          % pour les positions définies plus haut.
atten=interp1(d,alpha,x);                          % interpolation
```

# Code des fonctions d'optimisation par algorithme génétique

## Organigramme



---

### Programme principal

```

clc
clear
clf

global donnee entree sortie;
load datas;                % lecture du fichier de données
donnee=datas;
bornemin=5; bornemax=80;   % bornes de l'espace de recherche
genedim = 20;              % nombre de bits par gènes
genenombre = 7;            % nombre de gènes <-> paramètres
individunombre = 50;       % nombre d'individus dans la population
generationnombre = 150;    % nombre de générations

crossprob = 0.7;           % probabilité de croisement
mutationprob = 0.15;       % probabilité de mutation

% Initialisation des vecteurs
population=zeros(individunombre,genedim*genenombre);
populationvaleur=zeros(individunombre,genenombre);
SSEtab=zeros(1,individunombre);

% Génération d'une population de départ en binaire et décodage
for i = 1:individunombre
    population(i,:) = round(rand(size(1:genedim*genenombre)));
    populationvaleur(i,:) = individudecode(population(i,:), genenombre, genedim, bornemin,
    bornemax);
    SSEtab(i) = modelefitness(populationvaleur(i,:), genenombre);
end

[population, populationvaleur] = tri(population, populationvaleur, SSEtab);

fitnesstab = attribution(size(SSEtab,2));    % Calcul du fitness de chaque individu

indiceboucle=1;
while
    populationtempo=zeros(individunombre,genedim*genenombre);
    for j=1:2:individunombre

        % Selection de 2 individus différents
        indiceindividu1 = selection(fitnesstab, individunombre);
        indiceindividu2 = selection(fitnesstab, individunombre);
        while (indiceindividu2==indiceindividu1)
            indiceindividu2 = selection(fitnesstab, individunombre);
        end

        ind = rand;
        if (ind<crossprob)

```

```

    % croisement des 2 individus sélectionnés
    [enfant1, enfant2]= individucross(population(indiceindividu1,:),
    population(indiceindividu2,:), genedim, genenombre);

    populationtempo(j+1,:) = enfant2;
    populationtempo(j,:) = enfant1;
else
    populationtempo(j,:) = population(indiceindividu1,:);
    populationtempo(j+1,:) = population(indiceindividu2,:);
end

% mutation des 2 nouveaux individus.
ind = rand;
if (ind<mutationprob)
    populationtempo(j,:) = individumute(populationtempo(j,:), genenombre, genedim,2);
% nb mutation = 2
end
ind = rand;
if (ind<mutationprob)
    populationtempo(j+1,:) = individumute(populationtempo(j+1,:), genenombre,
    genedim,2); % nb mutation = 2
end

end

population = populationtempo;

% Calcul le fitness des individus de la nouvelle population
for k = 1:individunombre
    populationvaleur(k,:) = individudecode(population(k,:), genenombre, genedim, bornemin,
    bornemax);
    SSEtab(k) = modelefitness(populationvaleur(k,:), genenombre);
end

indiceboucle=indiceboucle+1;
[population, populationvaleur,SSEtab] = tri(population, populationvaleur, SSEtab);

% Réattribution du fitness
fitnesstab = attribution(size(SSEtab,2));

error(indiceboucle)=sum(SSEtab)/individunombre; % erreur moyenne de la population
figure(1);
plot(error);
drawnow;

bestindividu = populationvaleur(1,:);
tabbest(indiceboucle,:)=bestindividu;
modelefitness(bestindividu, genenombre); % Calcul de la courbe TDR pour le meilleur
profil
figure(2)

```

```

plot(sortie,'r')
hold on
plot(datas,'g')
hold off
drawnow;

errorbest(indiceboucle)=SSEtab(1);
figure(3)
semilogy(errorbest')
drawnow
end

```

---

### Fonction modelefitness.m

```

function SSE = modelefitness(individuvaleur, genenombre)

% calcule l'erreur quadratique associée à chaque individu

global donnee entree sortie debutguide finguide position L teta CONN Zg Z0 pulse;

% Vecteur entrée du modèle = vecteur des valeurs des gènes
entree = individuvaleur;

% Lancement simulation modèle
appeler ici le modèle, qui retourne la courbe de signal réfléchie (vecteur "sortie") et la
position du début et de la fin des guides

% Calcul de l'erreur quadratique
max1=max(finguide,position);
E = sum(abs(donnee(debutguide:max1) - sortie(debutguide:max1)));
SSE = E'*E;

```

---

### Fonction attribution.m

```

function fitnesstab = attribution(size)

for i=1:size
    fitnesstab(i) = (size-i).^2;
end

```

---

### Fonction genecross.m

```

function [enfant1, enfant2] = genecross(gene1, gene2, genedim)

% Génération aléatoire d un site de croisement
milieu = round(genedim/2);
site1 = round(rand*(milieu-1)) + 1;    % pour site ~= 0
site2 = round(rand*(genedim-1-milieu))+milieu+1;

```

% Croisement de gène1 et gène2 situés après le site de croisement

```
for i=1:site1
    enfant1(i)=gene2(i);
    enfant2(i)=gene1(i);
end
```

```
for i=site1+1:site2
    enfant1(i)=gene1(i);
    enfant2(i)=gene2(i);
end
```

```
for i=site2+1:genedim
    enfant1(i)=gene2(i);
    enfant2(i)=gene1(i);
end
```

---

### Fonction genedecode.m

```
function poids = genedecode(gene, genedim, bornemin, bornemax)
```

```
pas = (bornemax-bornemin)/(2^genedim);
compteur = 0;
for i = 1:genedim,
    if (gene(i) == 1)
        compteur = compteur + (2^(i-1));
    end
    poids = bornemin + pas*compteur;
```

---

### Fonction genemute.m

```
function enfant = genemute(gene, genedim, nbmutation)
```

% Génération des sites de mutation différents

```
sitetab(1) = round(rand*(genedim-1))+1;
for i = 2:nbmutation
    sitetab(i) = round(rand*(genedim-1))+1;
    while (sitetab(i) == sitetab(i-1))
        sitetab(i) = round(rand*(genedim-1))+1;
    end
end
```

% Mutation - boucle

```
for i = 1:nbmutation
    gene(sitetab(i)) = ~gene(sitetab(i));
end
```

```
enfant = gene;
```

---

### Fonction individucross.m

```
function [enfant1, enfant2] = individucross(individu1, individu2, genedim, genenombre)

for i=1:genenombre      % croisement sur une partie de l individu
    gene1 = individu1(((i-1)*genedim + 1) : i*genedim);
    gene2 = individu2(((i-1)*genedim + 1) : i*genedim);

    [geneenfant1, geneenfant2] = genecross(gene1, gene2, genedim);
    enfant1(((i-1)*genedim + 1) : i*genedim) = geneenfant1;
    enfant2(((i-1)*genedim + 1) : i*genedim) = geneenfant2;
end
```

---

### Fonction individuencode.m

```
function valeurtab = individuencode(individu, genenombre, genedim, bornemin, bornemax);

for i=1:genenombre
    gene = individu(((i-1)*genedim + 1) : i*genedim);
    valeurtab(i) = genedecode(gene, genedim, bornemin, bornemax);
end
```

---

### Fonction individumute.m

```
function enfant = individumute(individu, genenombre, genedim, nbmutation)

for i=1:genenombre
    gene = individu(((i-1)*genedim + 1) : i*genedim);
    geneenfant = genemute(gene, genedim, nbmutation);
    enfant(((i-1)*genedim + 1) : i*genedim) = geneenfant;
end
```

---

### Fonction tri.m

```
function [population, populationvaleur, SSEtab] = tri(population, populationvaleur, SSEtab)

% tri la population selon une erreur quadratique croissante

[SSEtab, IND] = sort(SSEtab);
for i=1:size(IND,2)
    x(i,:) = population(IND(i,:),:);
    y(i,:) = populationvaleur(IND(i,:),:);
end
population = x;
populationvaleur = y;
```

---

### Fonction tri.m

```
function indiceindividu = selection(fitnesstab, individunombre)
```

---

```
sumfitness = sum(fitnessstab);
ind = rand;
compteur = 0;
indiceindividu = 0;

% Méthode de la roue de sélection
while (compteur < ind),
    indiceindividu = indiceindividu + 1;
    compteur = compteur + fitnessstab(indiceindividu) / sumfitness;
end
```