



HULK28 pour LAIUS  
FORUM FUTURA SCIENCES  
31/10/2011

1°/ Combien y a-t-il de nœuds indépendants?

→ Il y a 2 nœuds indépendants A et B

2°/ Mettre les flèches sur le schéma

(voir sur le schéma). COND représente le potentiel de référence  $V_C = V_D = 0V$   
 ⇒ par exemple au nœud A :  $V_A - V_C = V_A - 0 = V_A$

3°/ Ecrire la loi des nœuds pour chaque nœud :

3a) Nœud A :  $I_1 - I_2 - I_3 = 0$

$$I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_a} ; I_2 = \frac{V_A}{R_b} ; I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_a}$$

$$\text{soit } \frac{E_1 - V_A}{R_a} - \frac{V_A}{R_b} - \frac{V_A - V_B}{R_a} = 0$$

3b) Nœud B :  $I_3 - I_4 - I_s = 0$

$$I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_a} ; I_4 = \frac{V_B}{R_b} ; I_s = \frac{V_B}{2R_a}$$

$$\text{soit } \frac{V_A - V_B}{R_a} - \frac{V_B}{R_b} - \frac{V_B}{2R_a} = 0$$

3c) Nœud A :  $\frac{E_1 - V_A}{R_a} - \frac{V_A}{R_b} - \frac{V_A - V_B}{R_a} = \frac{E_1}{R_a} - \frac{V_A}{R_a} - \frac{V_A}{R_b} - \frac{V_A}{R_a} + \frac{V_B}{R_a} = 0$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{R_a} + V_A \left( -\frac{2}{R_a} - \frac{1}{R_b} \right) + \frac{V_B}{R_a} = 0 \quad (1)$$

Nœud B :  $\frac{V_A - V_B}{R_a} - \frac{V_B}{R_b} - \frac{V_B}{2R_a} = \frac{V_A}{R_a} - \frac{V_B}{R_a} - \frac{V_B}{R_b} - \frac{V_B}{2R_a} = 0$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{R_a} + V_B \left( -\frac{1}{R_a} - \frac{1}{R_b} - \frac{1}{2R_a} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{R_a} + V_B \left( -\frac{3}{2R_a} - \frac{1}{R_b} \right) = 0 \quad (2)$$

3d) Exprimer VA en fonction de VB

de (2) on tire :  $\frac{V_A}{R_a} = V_B \left( \frac{3}{2R_a} + \frac{1}{R_b} \right) \Rightarrow \boxed{V_A = V_B \left( \frac{3}{2} + \frac{R_a}{R_b} \right)} \quad (3)$

3e) Donner la relation liant VB et E1

de (1) on tire :  $\frac{E_1}{R_a} = V_A \left( \frac{2}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) - \frac{V_B}{R_a}$

on remplace VA par (3)  $\Rightarrow \frac{E_1}{R_a} = V_B \left( \frac{3}{2} + \frac{R_a}{R_b} \right) \left( \frac{2}{R_a} + \frac{1}{R_b} \right) - \frac{V_B}{R_a}$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{R_a} = V_B \left( \frac{3}{R_a} + \frac{3}{2R_b} + \frac{2}{R_b} + \frac{R_a}{R_b^2} - \frac{1}{R_a} \right) \Rightarrow \frac{E_1}{R_a} = V_B \left( \frac{2}{R_a} + \frac{3R_b + 2R_b + 2R_a}{2R_b^2} \right)$$

TSVP →

$$\frac{E_1}{R_a} = V_B \left( \frac{2}{R_a} + \frac{5R_b + 2R_a}{2R_b^2} \right)$$

$$\Rightarrow E_1 = V_B \left[ 2 + \frac{R_a(5R_b + 2)}{2R_b^2} \right] \Rightarrow E_1 = V_B \left[ \frac{4R_b^2 + 5R_a R_b + 2R_a}{2R_b^2} \right]$$

4°) Application numérique :

$$E_1 = 16V ; R_b = 20k\Omega ; R_a = 10k$$

$$\Rightarrow V_B = \frac{2R_b^2 E_1}{4R_b^2 + 5R_a R_b + 2R_a}$$

$$V_B = \frac{2 \times (20 \cdot 10^3)^2 \times 16}{4(20 \cdot 10^3)^2 + 5(10 \cdot 10^3)(20 \cdot 10^3) + 2 \cdot (10 \cdot 10^3)} = \boxed{4,92V}$$