1 Calcul d'incertitude

Ici nous allons effectuer en détail les calculs d'incertitude pour estimer la précision de la chaine de mesure. Ceci dans le but de connaître l'incertitude des mesures de températures envoyées par le PIC.

1.1 Données

Les documentations constructeurs nous donnent :
$R_s = 1\ k\Omega\ 0,1\%$;
$R = 100\ \Omega\ 0,1\%$;
$R_{Pt100} = (R_0 + \delta R)\ \Omega$ à $0,01\%$. Pour la suite on choisira $R_0 = R$ pour avoir R_0 à $0,1\%$ et δR à $0,01\%$;
Pour une température supéreure à $\theta = 0\ °\ C$, on à $2,498\ V \leq V_{ref} \leq 2,500\ V$.
L'OPA335 à un offset d'entrée de 5 μV et l'amplificateur d'instrumentation (INA122) un offset de 50 μV ;
R_g la résistance de gain, est à 1%. Bien entendu, il la faudrait à 0,1%.

1.2 Les étapes

Incertitude absolue de V_{ref}

$V_{ref} = \overline{V_{ref}} \pm \Delta V_{ref}$

$$\boxed{V_{ref} = (2,499 \pm 0,001)\ V} \tag{1.1}$$

Incertitude absolue sur R_s, R et δR

$\Delta R_s = (R_s \times 0,1\%)\ \Omega$. Soit :

$$\boxed{R_s = (1000 \pm 1)\ \Omega} \tag{1.2}$$

De même on trouve

$$\boxed{R = (100 \pm 0,1)\ \Omega} \tag{1.3}$$

Pour calculer l'incertitude sur δR on choisira le cas le plus défavorable, c'est-à-dire la plus grande variation à mesurer. Pour $\delta R(30\ °C) = 11,67$.

D'où $\Delta\delta R = 11,67 \times 0.0001 = 0,0012\ \Omega$. Finallement,

$$\boxed{\delta R = (\delta R \pm 0,001)\ \Omega} \tag{1.4}$$

Incertitude absolue sur I

On à $I = \frac{V_{ref}}{R_s}$

$$dI = \frac{\partial I}{\partial V_{ref}} dV_{ref} + \frac{\partial I}{\partial R_s} dR_s = \frac{1}{R_s} dV_{ref} - \frac{V_{ref}}{R_s^2} dR_s$$

On en déduis l'incertitude relative ΔI :

$$\Delta I = \left| \frac{1}{R_s} \right| \Delta V_{ref} + \left| \frac{-V_{ref}}{R_s^2} \right| \Delta R_s$$

Application numérique :$\Delta I = \left| \frac{1}{100} \right| \times 0,001 + \left| \frac{-2,499}{100^2} \right| \times 1$. D'où :

$$\boxed{I = (2,499 \pm 0,004)\ mA} \tag{1.5}$$

Incertitude absolue sur V_0

Soient V_A et V_B tels que $V_0 = V_A - V_B$ et I' le courant traversant une sonde. Il faut avant tout determiner $\Delta I'$

Incertitude sur I'

$I' = I\frac{2R+\delta R}{4R+2\delta R} = \frac{I}{2} = 1,2495$. D'où la différentielle suivante :

$$\begin{aligned} dI' &= \frac{\partial I'}{\partial I} dI + \frac{\partial I'}{\partial R} dR + \frac{\partial I'}{\partial \delta R} d\delta R \\ dI' &= \frac{2R + \delta R}{4R + 2\delta R} \Delta I' + I \cancel{\frac{2(4R + 2\delta R) - 4(2R + \delta R)}{(4R + 2\delta R)^2}} dR + I \cancel{\frac{(4R + 2\delta R) - 2(2R + \delta R)}{(4R + 2\delta R)^2}} d\delta R \end{aligned}$$

Soit $\Delta I' = \left| \frac{1}{2} \right| \Delta I = 1,7 \mu A$

$$\boxed{I' = (1,250 \pm 0,002)\ mA} \tag{1.6}$$

Incertitude sur V_A

On a $V_A = I' \times R = 125\ mV$

$$\begin{aligned} dV_A &= \frac{\partial V_A}{\partial I'} dI' + \frac{\partial V_A}{\partial R} dR \\ &= R dI' + I' dR \end{aligned}$$

$$\Delta V_A = |R| \Delta I' + |I'| \Delta R = 0,325\ mV$$

Incertitude sur V_B

On a

$$\begin{aligned} V_B &= I\frac{2R+\delta R}{4R+2\delta R}(2R+\delta R) = I\frac{(2R+\delta R)^2}{4R+2\delta R} \\ &= 265\ mV \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dV_B &= \frac{\partial V_B}{\partial I}dI + \frac{\partial V_B}{\partial R}dR + \frac{\partial V_B}{\partial \delta R}d\delta R \\ &= \frac{(2R+\delta R)^2}{4R+2\delta R}dI + I\frac{(8R+4\delta R)(4R+2\delta R)-4(2R+\delta R)^2}{(4R+2\delta R)^2}dR + \\ & \quad I\frac{(4R+2\delta R)(4R+2\delta R)-2(2R+\delta R)^2}{(4R+2\delta R)^2}d\delta R \\ &= \frac{(2R+\delta R)^2}{4R+2\delta R}dI + I\frac{16R^2-8\delta R^2}{(4R+2\delta R)^2}dR + I\frac{1}{2}d\delta R \end{aligned}$$

Pour un cas général on obtien donc :

$$\boxed{\Delta V_B = \left|\frac{(2R+\delta R)^2}{4R+\delta}\right|\Delta I + \left|I\frac{16R^2-8\delta R^2}{(4R+2\delta R)^2}\right|\Delta R + \left|\frac{1}{2}\right|\Delta\delta R} \tag{1.7}$$

Dans notre étude, nous allons prendre le cas le plus défavorable, c'est-à-dire $\theta = 30\ °C$.
Application numérique : $\Delta V_B(\delta R(\theta)) = 1,2\ mV$

Incertitude sur V_0

$$\Delta V_0 = \Delta V_A + \Delta V_B = 1,525\ mV$$

D'où

$$\boxed{V_0 = (140 \pm 1,525)\ mV} \tag{1.8}$$

Incertitude absolue sur V_s

Gain

Soit V_s le signal disponible en sortie de l'amplificateur d'instrumentation, et R_g sa résistance de gain à 0,1%. La détermination de R_g est issue de la formule disponible dans la documentation constructeur (voir ci-dessous) pour une pleine échelle (0 V–5 V).

$$\boxed{R_g = (470 \pm 0,47)\ \Omega} \tag{1.9}$$

On a

$$
\begin{aligned}
G &= \frac{200 \times 10^3 \ [\Omega]}{R_g} = 425,53 \\
dG &= \frac{\partial G}{\partial R_g} dR_g = \frac{-200 \times 10^3}{R_g^2} dR_g \\
\Delta G &= \left| \frac{-200 \times 10^3}{R_g^2} \right| \Delta R_g = 0,4255 \ \Omega
\end{aligned}
$$

Soit

$$
\boxed{G = (425,53 \pm 0,43) \ \Omega} \tag{1.10}
$$

Calcul de l'incertitude sur V_s

θ vaut toujours 30 °C.

$$
\begin{aligned}
V_s(\theta) &= V_0(\theta) \times G = 59,57 \ mV \\
dV_s &= \frac{\partial V_s}{\partial V_0} dV_0 + \frac{\partial V_s}{\partial G} dG = G dV_0 + V_0 dG \\
\Delta V_s &= G \Delta V_0 + V_0 \Delta G = 0,709 \ mV
\end{aligned}
$$

Finallement

$$
\boxed{V_s(\theta) = (59,57 \pm 0,71) \ mV} \tag{1.11}
$$