



## Résumé

Ce mini projet présente une méthode simplifiée expliquée étape par étape afin de faire une conception de commande  $H_\infty$  à un système donné. La synthèse de commande  $H_\infty$  est trouvée pour garantir la robustesse et une bonne performance. Il permet de garantir le rejet de perturbation, une forte stabilité dans n'importe quelles conditions d'exploitation. La commande  $H_\infty$  peut être conçue en utilisant diverses techniques mais la commande  $H_\infty$  Loop-shaping trouve une grande acceptation depuis les prescriptions de résultats qui peuvent être incorporés dans la phase de conception comme poids de performance.

## Introduction

L'objectif de ce rapport est de présenter un des nouvelles approches de l'automatique fréquentielle, et ce qui est intéressant est qu'elles sont basées sur une traduction assez directe du cahier des charges en un critère mathématique à vérifier. La formulation mathématique qui utilise la norme  $H_\infty$ , une fois le critère mathématique est défini, la recherche du correcteur se fait algorithmiquement par résolution du problème d'optimisation. De fait, ces méthodes utilisent la puissance de calcul disponible sur les ordinateurs actuels. Il s'agit véritablement d'une « méthode de Conception Assistée par Ordinateur » Dans ce contexte, le travail de l'ingénieur consiste à formaliser le cahier des charges et à construire le critère mathématique correspondant. L'intérêt par rapport aux techniques d'Automatique Fréquentielle classique est de permettre la mise au point rapide de correcteurs, y compris pour des problèmes difficiles d'Automatique (commande de structures spatiales par exemple), permettant ainsi d'explorer plusieurs cahiers des charges. Ces méthodes de synthèse permettent de donner plus d'options que des outils classique : difficulté du processus de correcteur qui limite l'exploration de différents compromis entre les différentes spécifications du cahier des charges, c'est difficile surtout par rapport à un compromis désiré ( le choix de la structure de commande et des ses différents paramètres ). Ces points sont importants car le cahier des charges n'est jamais définitivement fixé et peut fortement évoluer au cours du temps.

Du plus et contrairement aux outils fréquentiels classiques, les méthodes de synthèse  $H_\infty$  permette de traiter tout simplement la commande des systèmes à plusieurs entrées et plusieurs sorties aussi que en plus des spécifications de performances, elle prennent en compte de façon explicite et complète certain nombre de spécifications de robustesse. la problématique de robustesse consiste à essayer de prendre le maximum des garanties a priori pour que le correcteur synthétisée sur un modèle fonctionne effectivement sur le système physique en tenant compte que l'un des principes fondamentaux et philosophiques sciences de l'ingénieur est qu'il est impossible d'obtenir le modèle idéal d'un système .

Diverses techniques sont disponibles pour la conception de contrôleur  $H$  à débordement et  $H_\infty$  Loop-shapping est l'une des largement acceptée entre eux que les exigences de performances peuvent être intégrés dans le stade de

la conception comme poids de performance.

Le but de La commande  $H_\infty$  c'est que les signaux à commander doivent être proches de signaux désirés , bien que le système soit soumis a des signaux de perturbations non contrôlables et assez souvent non mesurés , c'est ce qu'on appelle les objectives de performance .Pour cela on doit appliquer des signaux de commande à l'entrée du système par l'intermédiaire d'actionneur , calculé a partir des signaux mesurés par les capteurs et des signaux de références . Les signaux mesurés peuvent être entachés de bruits de mesure. L'objectif est donc de mettre au point l'algorithme qui permette de construire le signal de commande à partir du signal mesuré (correcteur) .

Si on caractérise la robustesse c'est un compromis entre la stabilité et la performance malgré la contrainte scientifique qu'il n'existe pas un modèle idéal .

## Compromis performance/robustesse

**Robuste en stabilité :** Si le système demeure stable en présence d'incertitude telles que les mesures de modélisation, les bruits de mesures ou les perturbations externes.

**Robuste en performance :** Si les performances sont conservés en présence des perturbations (les performances pouvant se mesurer en terme : temps de réponse, temps de monté, d'amortissement des modes flexibles, découplage, perturbation/sortie, .....).

Compte tenu de  $G(s)$  et  $K(s)$  en tant que fonction de transfert en boucle ouverte de la plante et fonction de transfert du contrôleur respectivement, ce qui garantira la robustesse et la bonne performance de boucle fermée system. La commande  $K(s)$  peut être dérivée, à condition qu'il suit trois critères, qui sont :

**Critère de stabilité :** si les racines de l'équation caractéristique  $1 + G(s)K(s) = 0$  sont dans le demi gauche de plan  $S$  ,alors la stabilité est assurée.

**Critère de performance :** Il établit que la sensibilité  $S(s) = 1/(1 + G(s)K(s))$  est faible pour toutes les fréquences où les perturbations et les changements de points de consigne sont grandes.

**Critère de robustesse :** Il affirme que la stabilité et les performances devraient être maintenus non seulement pour le modèle nominal mais aussi pour un ensemble de modèles de processus voisines qui résultent de la présence inévitable d'erreurs de modélisation. Contrôleurs robustes sont conçus pour assurer une haute robustesse des systèmes linéaires.

Guangzhong Cao, Suxiang Fan, Gang Xu, Arredondo and J. Jugo, Zdzislaw Gosiewski, Arkadiusz Mystokowski, ont proposés une conception détaillée de la commande  $H\infty$  pour les systèmes linaires. En générale , la norme  $H\infty$  d'une fonction de transfert F ,c'est la valeur maximale sur le spectre complet et se représenté comme ceci :

$$\| F(jw) \| \infty = \sup \sigma(F(jw))$$

Ici  $\sigma$  est la plus grande valeur singulière de la fonction de transfert F. Le but ici est de synthétiser une commande qui assura que la norme  $H\infty$  de la fonction de transfert de processus « is bounded within limits » est fermée dans les limites .

Il Ya Plusieurs techniques pour la conception de la commande  $H\infty$ , comme méthode de deux fonctions de transfert et méthode de trois fonctions de transfert. la plus formelle c'est qu'elle a moins de complexité. La formulation de problème de commande robuste est donnée dans la figure 2, ici W c'est le vecteur tous les signales parasites ; Z est le résultant de tous les signales qui contient des erreurs , V c'est le vecteur qui consiste les variables mesurées et U c'est les vecteur résultant de tous les commandes .

Conventionnellement ,la synthèse de commande  $H\infty$  utilise deux fonction de transfert qui divise le problème de commande complexe a deux section distincts , une pour la stabilité et l'autre pour la performance .la fonction de sensibilité S et la fonction complémentaire de la sensibilité T ,qui sont demandés pour la synthèse de la commande et qui sont données respectivement (1) et (2) :

$$S = \frac{1}{1 + GK} \tag{1}$$

$$T = \frac{GK}{1 + GK} \tag{2}$$

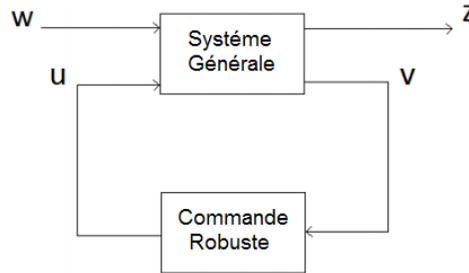


FIGURE 1 – Problème de commande robuste

La fonction de sensibilité est le rapport de sortie à la perturbation d'un système et fonction de sensibilité complémentaire est le rapport de sortie à l'entrée du système.

### Pour quoi la commande robuste ?

La commande fréquentielle avancée (ou commande  $H_\infty$ ) est née de la recherche d'une meilleure formalisation du cahier des charges par des critères mathématiques dont la résolution efficace permet de synthétiser un correcteur satisfaisant ce cahier des charges. Pour cela, elle utilise le cadre fréquentiel. Pour ce qui est de la notion de robustesse qui apparait dans le point 3, beaucoup de méthodes de synthèse de correcteurs (placement de pôles, LQG, etc...) reposent sur le principe d'équivalence.

On suppose que le système est exactement représenté par le modèle (système  $\Leftrightarrow$  modèle). Or, il est évident qu'un modèle représente de façon approximative un système réel.

un nombre limité de dynamiques sont prises en compte dans le modèle, la mesure des paramètres physiques du système est toujours entachée d'erreurs, ceux-ci peuvent être différents d'une situation à l'autre, etc...

exemple :

Soit le modèle d'un système à commander :

$$G_{mod}(p) = \frac{-10p + 1}{p(p + 1)}$$

Par l'approche polynomiale, un correcteur  $K(p)$  est mise au point de façon a obtenir pour le système en boucle fermée le polynôme caractéristique :

$$P_c(p) = (p + 10)(p^2 + 10p + 100) :$$

$$K(p) = 925.5 \frac{p + 1.08}{p + 9275}$$

Si on calcule les marges classiques de robustesse, on obtient le résultat représenté sur la figure .Elle sont très mauvaises ( 0.15 degrés de marges de phase et 0.014 db de marge de gain )! Il suffit qu'il existe une différence inférieure à 0.5% sur les coefficients du numérateur entre le modèle  $G_{mod}(p)$  et le système réel  $G_{reel}(p)$  pour que le correcteur ne stabilise pas le système réel  $G_{reel}$  :

$$G_{reel}(p) = \frac{-10.05p + 1.005}{p(p + 1)}$$

Ce qui faut retenir de cet exemple, ce n'est pas que la méthode de synthèse de lois de commande par placement de pôles donne systématiquement de mauvaises marges, mais c'est plutôt que si propriété désirable sur le système en boucle fermée (à savoir ici la robustesse) n'est pas prise en compte explicitement lors de l'étape de synthèse de le correcteur, rien ne garantit qu'elle sera obtenue avec le correcteur mise au point.

L'automatique fréquentielle classique (telle qu'elle s'est développée des années 30 aux années 60 avec les travaux de Black, Nyquist, Bode, Horowitz, etc...) est basée sur un principe différent. Tout ce qui est supposé, c'est que le système est contenu dans un ensemble de modèles (système  $\in$  modelés ).L'ensemble de modèles est déterminé : par contre, on ne sait pas a quel élément correspond le système réel. Le système est alors dit incertain'. Pour garantir que le correcteur remplisse le cahier des charges pour le système réel, il est donc nécessaire de s'assurer qu'elle le remplit pour l'ensemble des modèles possibles. Les marges classiques de gain, de phase et de module visent à définir un ensemble de modèles.

Par suite, l'automatique fréquentielle classique propose une solution pertinente à l'indétermination des systèmes. Pour autant, constitue-t-elle la panacée universelle? Non, car cette approche présente un certain nombre de défauts. D'une part, elle ne repose pas sur une formalisation claire du cahier des charges en un ou plusieurs critères mathématiques. Par suite, cette méthode de synthèse peut être qualifiée de "semi-automatique" : l'automaticien en se basant sur les résultats théoriques disponibles et les différents critères graphiques basés sur les représentations de Bode, Nyquist, Nichols, etc... doit choisir lui-même la structure de son correcteur (PI, PID, PI+avance de phase, etc..) et déterminer les valeurs de ses différents paramètres de façon

à régler un correcteur respectant le cahier des charges. Sa mise en œuvre demande donc une grande expertise. De plus, il est difficile de savoir si les choix de structure et de paramètres du correcteur sont les meilleurs possibles. D'autre part, les méthodes d'automatique fréquentielle classique permettent de traiter les systèmes à une entrée et une sortie (systèmes SISO). Pour les systèmes à plusieurs entrées et plusieurs sorties (systèmes MIMO), elles sont de mise en œuvre plus difficile voire inextricable, conduisant parfois à des correcteurs non robustes.

## L'application : Conception de commande robuste pour la suspension active

Cet exemple montre comment utiliser les techniques de commande robuste pour concevoir un système de suspension active pour un quart d'automobile. Dans cet exemple on va utiliser les techniques de conception de la commande  $H_\infty$  pour synthétiser une commande pour modèle nominal d'un quart de voiture.

Conventionnellement, la suspension passive utilise un amortisseur and un ressort entre châssis de voiture et la roue. Les caractéristiques Ressort-Amortisseur sont ajustés pour assurer un des nombreux objectifs contradictoire tels que le confort de passagers, tenue de route, la déviation de suspension.

La suspension active utilise une commande feedback consisté a un actionneur hydraulique entre le châssis et la roue, ce qui permet au concepteur de mieux équilibrer ces objectifs.

### Modèle de suspension d'un quart de voiture

Cet exemple utilise le modèle d'un quart de voiture de l'illustration suivante pour synthétiser les lois de commande de suspension active.

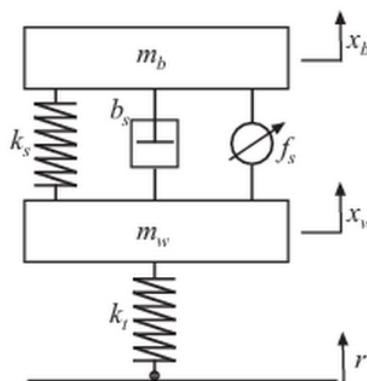


FIGURE 2 – Illustration de suspension active d'un quart de voiture

La masse  $m_s$  représente le châssis de voiture et la masse  $m_w$  représente le montage de roue. L'amortisseur  $k_s$  et le ressort  $b_s$  représentent l'amortisseur passive et l'absorbeur de choque placé entre le châssis et la roue. L'amortisseur  $k_t$  définit la compressibilité pneumatique de pneu. Les variable  $x_m$  et  $x_s$  et  $r$  sont les déplacements de châssis.

L'actionneur applique une force  $F_a$  entre les masses suspendues et non suspendues. Pour formuler la dynamique du système en fonction de variable d'état, nous débutons par définir le vecteur  $x$ .

$$\begin{aligned} x_1 &= x_b - x_w \\ x_2 &= \frac{d(x_b)}{dt} \\ x_3 &= x_w - r \\ x_4 &= \frac{d(x_w)}{dt} \end{aligned} \quad (3)$$

Les forces des ressorts et de l'amortisseur sont données par :

$$\begin{aligned} F_{ks} &= -k_s x_1 \\ F_{bs} &= -b_s (x_2 - x_4) \\ F_{kt} &= -k_t x_3 \end{aligned} \quad (4)$$

Les forces des ressorts et de l'amortisseur sont données par :

$$\begin{aligned} \Sigma F_{ms} &= F_{ks} + F_{bs} + f_s = m_s \frac{d^2(x_b)}{dt} \\ \Sigma F_{ws} &= F_{kt} - F_{ks} - F_{bs} - f_s = \frac{d^2(x_w)}{dt} \end{aligned} \quad (5)$$

Par la suite, les équations sont décomposées en fonction du vecteur d'état  $x$ , de l'entrée contrôlée  $f_s$  a et de l'entrée non contrôlée  $r$  Le résultat est un système de 4 équations de la forme :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -\frac{1}{m_b}[k_s(x_1 - x_3) + b_s(x_2 - x_4) - f_s] \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{m_w}[k_s(x_1 - x_3) + b_s(x_2 - x_4) - k_t(x_3 - r) - f_s]
\end{aligned} \tag{6}$$

Les paramètres physique de système sont :

$m_b$	300	kg
$m_w$	60	kg
$b_s$	1000	N/m/s
$k_s$	16000	N/m
$k_t$	190000	N/m

On utilise ces paramètres et les équations pour construire un modèle d'espace d'état qcar pour un quart de voiture.

Les entrées de modèles sont la perturbation de la route  $r$ , et la force d'actionneur  $f_s$  et les sorties sont le déplacement de voiture  $x_b$ , la déflexion de l'amortisseur  $s_d = x_b - x_u$  et l'accélération de voiture  $a_b = \ddot{x}_s$ .

La fonction de transfert de l'actionneur et la tenue de route aux déplacement de voiture et l'accélération a un axe imaginaire nulle , alors on va l'examiner sur la fonction de transfert .

$$\begin{aligned}
tzero(qcar('xb', 'ab', 'fs')) &\Rightarrow ans = -0.0000 + 56.2731i \\
&= -0.0000 - 56.2731i
\end{aligned}$$

La fonction de transfert de l'actionneur au deflection de suspension aussi a un axe imaginaire nulle .

$$\begin{aligned}
zero(qcar('sd', 'fs')) &\Rightarrow ans = 0.0000 + 22.9734i \\
&= 0.0000 - 22.9734i
\end{aligned}$$

On trace les réponses fréquentielles des entrées de processus ( $r, f_s$ ) aux sorties de processus ( $a_b, s_d$ ) , les deux zéros sont apparus dans le tracé de bode.

```

bodemag(qcar({'ab','sd'],'r'),'b',qcar({'ab','sd'],'fs'],'r',{1 100});
legend('perturbation de route (r)',...
'force actionneur (fs)','location','SouthWest')

```

Explications sur le tracé :

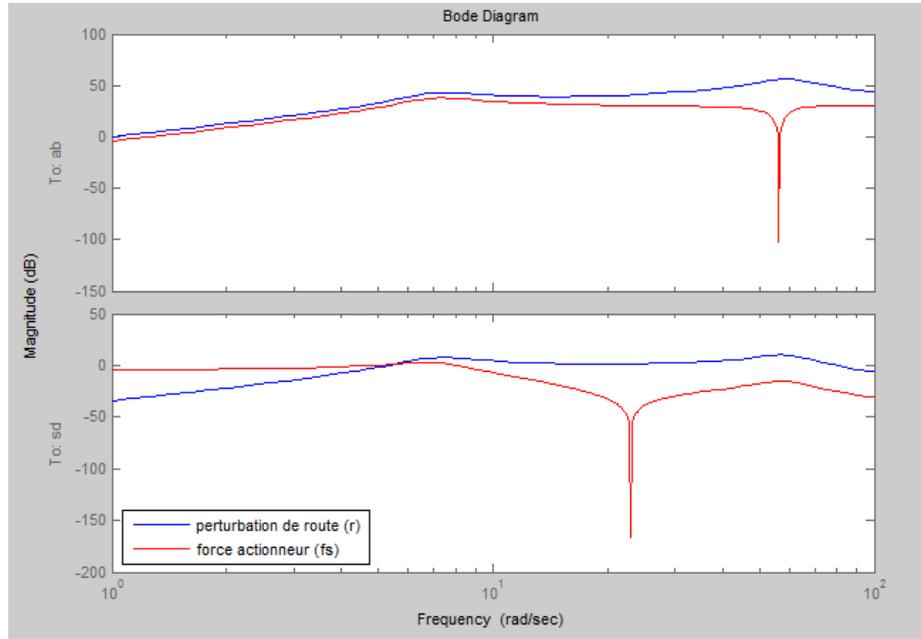


FIGURE 3 – les réponses fréquentielle

Les perturbations de la route influencent sur le mouvement de la voiture et aussi la suspension .

- Petite accélération de châssis influence sur le confort de passager
  - Petit mouvement de suspension de la route contribue la bonne tenue de route.
- En outre, les limites sur le déplacement de l'actionneur contraignent le mouvement autorisé.

A cause des zéros de l'axe imaginaire, la commande de retour d'état ne peut pas améliorer la réponse de la perturbation routière ( $r$ ) à l'accélération du corps ( $a_b$ ) dans la fréquence de "tire-hop". Similairement la commande de retour d'état ne peut pas améliorer la réponse de ( $r$ ) à la déviation de suspension ( $s_d$ ) dans la fréquence de "rattle-space". En outre il y a un compromis

inhérent entre le confort des passagers et la déviation de suspension. Toute réduction de déplacement de corps dans les basses fréquences, il résulte une augmentation sur la déviation de suspension. Ce compromis se pose en raison de la relation  $x_w = x_b - s_d$  et le fait que  $x_w$  suit (r) a peu près en basse fréquence ( inférieur à  $5 \text{ rad/s}$ ).

Les termes "tire-hop" et " rattle-space" peuvent être considérés comme des fréquences de résonance du système. Un système entièrement actif consomme une quantité importante de puissance et nécessitera des actionneurs avec une bande passante relativement large. Celles-ci ont été mises en œuvre avec succès en Formule Un voitures et, par exemple, Lotus.

### **Conception des objectifs pour la synthèse H infini**

Pour utiliser l'algorithme de synthèse  $h_\infty$ , il faut exprimer les objectifs de conception comme une seule fonction à minimiser. Pour notre modèle d'un quart de voiture, les principaux objectifs de contrôle sont formulés en termes de confort de passagers et la tenue de route. Ces objectifs sont reliés aux accélérations de corps  $a_b$  et le débattement de suspension  $s_d$ . Autres facteurs qui influencent la conception de la commande sont :

- Les caractéristiques de perturbation de la route.
- La qualité de capteur de mesure pour le feedback.

On utilise les pondérations pour modéliser les perturbations externes et quantifier les objectifs de conception comme il est illustré dans ce schéma fonctionnel.

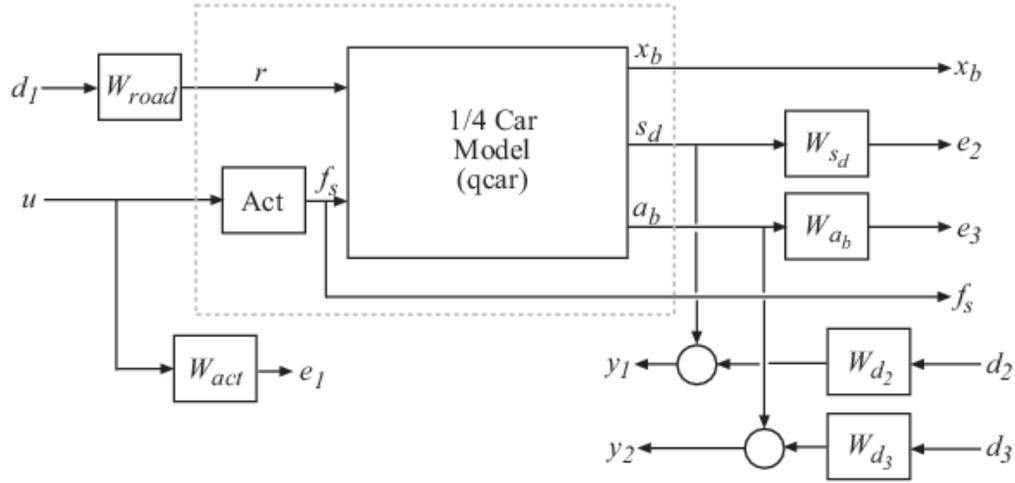


FIGURE 4 – schéma fonctionnel d'asservissement de système de suspension

Feedback utilise les mesures  $y_1$  et  $y_2$  de débattement de suspension  $s_d$  et l'accélération du corps  $a_b$  pour calculer la commande du signal  $u$ .

Il ya trois sources de perturbations externes :

- La perturbation de route ( $r$ ) qui est modélisé comme un signal normalisé,  $d_1$ , qui est formé par une fonction de pondération  $w_{route}$ .
- Le bruit du capteur sur les mesures. Le bruit est modélisé comme un signal normalisé,  $d_2$  et  $d_3$  qui sont formés par des fonctions de pondération  $w_{d2}$  et  $w_{d3}$ .

nous pouvons réinterpréter les objectifs de contrôle comme un objectif de rejet de perturbation. L'objectif est de minimiser l'impact des perturbations  $d_1, d_2$  et  $d_3$  en une combinaison pondérée de débattement de suspension ( $s_d$ ) et l'accélération du corps ( $a_b$ ), et l'effort du confort ( $u$ ). On doit minimiser la norme  $H_\infty$  des entrées  $d_1, d_2$  et  $d_3$  par rapport aux erreurs de signal  $e_1, e_2$  et  $e_3$ .

## Synthèse H infini nominale

### Choix des pondérations $w_i(s)$

Comme les perturbations de la route sont importantes pour la conception du contrôleur, le filtre  $W_{route}$  est utilisé. Un filtre passe bas avec une fréquence de coupure de 1Hz permet de modéliser la densité spectrale pour qu'elle soit

représentative de celle rencontrée sur les routes.

$$f_c = 1Hz$$
$$p = 2\pi f_c$$

$$T(s)_{d1} = \frac{p}{p + s} = \frac{6.28}{p + 6.28}$$

La fonction de pondération  $w_{d2}$  est un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure de 5Hz. Il permet de contrôler la déflexion de suspension en basses fréquences là où elle est la plus importante et le plus facilement contrôlable par l'actionneur. Il permet aussi de réduire la force appliquée en haute fréquence, car l'actionneur a une fréquence maximale d'opération limitée.

$$f_c = 5Hz$$
$$p = 2\pi f_c$$

$$T(s)_{d2} = \frac{p}{p + s} = \frac{31.4}{p + 31.4}$$

La fonction de pondération  $w_{d3}$  correspond au filtre de sensibilité humaine défini comme ceci :

Dans le cadre du programme TARDEC de l'armée américaine, un filtre nommé HRF (Human Response Filter) a été développé pour représenter la sensibilité de l'homme à l'accélération verticale. Ce filtre est une fonction de transfert entre l'accélération mesurée en entrée et celle pondérée selon la sensibilité humaine en sortie.

$$T(s)_{d3} = \frac{12}{s^2 + 30.02s + 901.3}$$

Il s'agit d'un filtre de deuxième ordre avec les particularités suivantes :

$$w_n = 30.02rad/s$$

$$f_n = 4.78Hz$$

$$\xi = 0.5$$