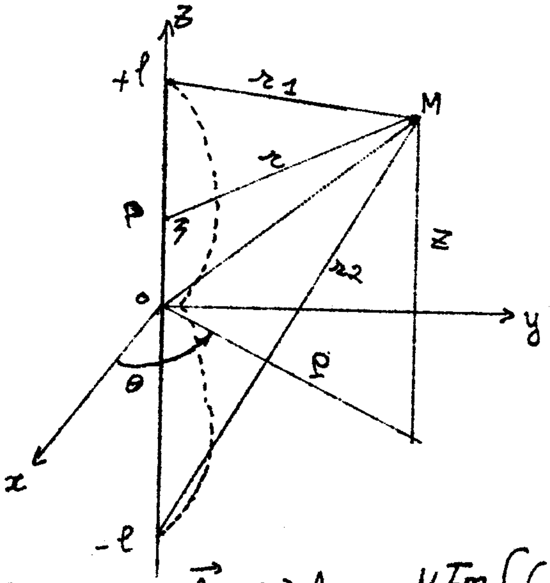
ANNEXE II

CHAMP AU VOISINAGE D'UNE ANTENNE RECTILIGNE MINCE - RESISTANCE DE RAYONNEMENT - IMPEDANCE MUTUELLE ENTRE 2 ANTENNES - REACTANCE DE RAYONNEMENT

On se propose de déterminer le champ rayonné par une antenne rectiligne infiniment mince alimentée symétriquement, la distribution du courant sur l'antenne est supposée sinusoïdale.



$$\vec{I}(\zeta) = I_m \sin k(\ell - |\zeta|)\,\vec{z}$$

ζ abcisse du point P de la distribution.

Etant donné la symétrie de révolution de la distribution, on effectue le calcul dans un système de coordonnées cylindriques orthogonales (ρ, θ, z).

Le potentiel vecteur est donné par :

$$\vec{A} = \vec{z} A_z = \frac{\mu I_m}{4\pi}\left\{\int_0^{\ell} \frac{\sin k(\ell-\zeta)\, e^{-jkr}}{r}\, d\zeta + \int_{-\ell}^{0} \frac{\sin k(\ell+\zeta)\, e^{-jkr}}{r}\, d\zeta\right\} \quad (1)$$

avec

$$r = \sqrt{\rho^2 + (z-\zeta)^2}$$

.1 CALCUL DU CHAMP MAGNETIQUE

Le champ magnétique au point M (ρ, θ, z) est obtenu à partir de l'induction magnétique

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} = \frac{1}{\mu}\,\vec{rot}\,\vec{A}$$

Dans le système des coordonnées choisies :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \times \frac{1}{\rho} \times \begin{vmatrix} \vec{e_\rho} & \rho\vec{e_\theta} & \vec{e_z} \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A_z \end{vmatrix}$$

$\vec{A}$ ne dépendant de θ, il vient

$$\vec{H} = \vec{e}_\theta H_\theta = \vec{e}_\theta\left[-\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right]$$

d'où

$$H_\theta = \frac{-I_m}{8\pi j}\frac{\partial}{\partial\rho}\left\{\int_0^\ell e^{jk(\ell-\zeta)}\psi(r)\,d\zeta - \int_0^\ell e^{-jk(\ell-\zeta)}\psi(r)\,d\zeta + \int_{-\ell}^0 e^{jk(\ell+\zeta)}\psi(r)\,d\zeta - \int_{-\ell}^0 e^{-jk(\ell+\zeta)}\psi(r)\,d\zeta\right\}$$

Avec

$$\psi(r) = \frac{e^{-jkr}}{r} \qquad (2)$$

On dérive sous les signes $\int$ en appliquant

$$\frac{\partial}{\partial\rho} = \frac{\partial}{\partial r}\times\frac{\partial r}{\partial \rho} = \frac{\partial}{\partial r}\times\frac{\rho}{r}$$

$$\psi'(r) = \left[\frac{-jk}{r} - \frac{1}{r^2}\right]e^{-jkr} \Rightarrow \frac{\partial\psi}{\partial\rho} = \rho\left[\frac{-jk}{r^2} - \frac{1}{r^3}\right]e^{-jkr} = \rho\frac{\psi'(r)}{r}$$

et

$$H_\theta = \frac{-I_m\rho}{8\pi j}\left\{e^{jk\ell}\int_0^\ell e^{-jk\zeta}\frac{\psi'(r)}{r}d\zeta - e^{-jk\ell}\int_0^\ell e^{jk\zeta}\frac{\psi'(r)}{r}d\zeta + e^{jk\ell}\int_{-\ell}^0 e^{jk\zeta}\frac{\psi'(r)}{r}d\zeta - e^{-jk\ell}\int_{-\ell}^0 e^{-jk\zeta}\frac{\psi'(r)}{r}d\zeta\right\} \qquad (3)$$

Le calcul se réduit à celui des deux primitives

$$I = \int e^{-jk\zeta}\frac{\psi'(r)}{r}d\zeta \qquad \text{et} \qquad J = \int e^{jk\zeta}\frac{\psi'(r)}{r}d\zeta$$

soit en explicitant :

$$I = \int\left[-\frac{jk}{r^2} - \frac{1}{r^3}\right]e^{-jk(r+\zeta)}d\zeta \qquad r = \sqrt{\rho^2+(z-\zeta)^2}$$

<u>On pose</u> $\theta = r + \zeta - z$

$$\theta + (z-\zeta) = \sqrt{\rho^2+(z-\zeta)^2}$$

$$\theta^2 + 2\theta(z-\zeta) + \cancel{(z-\zeta)^2} = \rho^2 + \cancel{(z-\zeta)^2}$$

$$\zeta = z + \frac{\theta^2-\rho^2}{2\theta} \qquad d\zeta = \frac{\theta^2+\rho^2}{2\theta^2}d\theta \quad (a)$$

$$r + \zeta = \theta + z \quad (b)$$

$$r = \theta + z - \zeta = \frac{\theta^2+\rho^2}{2\theta} \quad (c)$$

Soit en reportant dans I :

$$I = \int\frac{-2jk}{\theta^2+\rho^2}e^{-jk(\theta+z)}d\theta - \int\frac{4\theta}{(\theta^2+\rho^2)^2}e^{-jk(\theta+z)}d\theta$$