

ANNEXE II

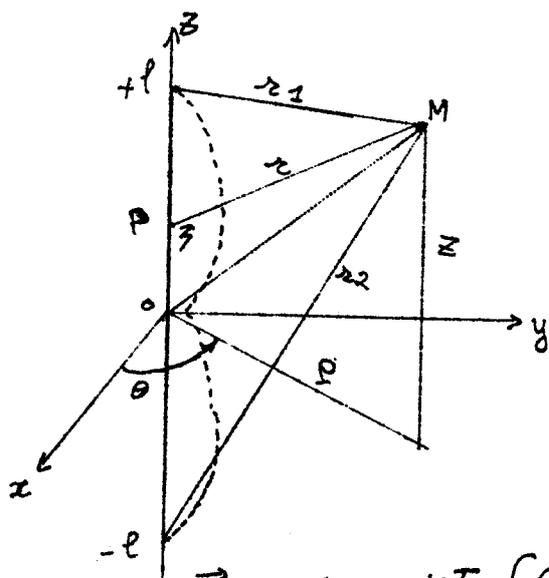
CHAMP AU VOISINAGE D'UNE ANTENNE RECTILIGNE MINCE -

RESISTANCE DE RAYONNEMENT -

IMPEDANCE MUTUELLE ENTRE 2 ANTENNES -

REACTANCE DE RAYONNEMENT

On se propose de déterminer le champ rayonné par une antenne rectiligne infiniment mince alimentée symétriquement, la distribution du courant sur l'antenne est supposée sinusoïdale.



$$\vec{I}(\zeta) = I_m \sin k(l - |\zeta|) \vec{e}_z$$

ζ abscisse du point P de la distribution.

Etant donné la symétrie de révolution de la distribution, on effectue le calcul dans un système de coordonnées cylindriques orthogonales (ρ, θ, z) .

Le potentiel vecteur est donné par :

$$\vec{A} = \vec{e}_z A_z = \frac{\mu I_m}{4\pi} \left\{ \int_0^l \frac{\sin k(l-\zeta) e^{-dkz}}{r} d\zeta + \int_{-l}^0 \frac{\sin k(l+\zeta) e^{-dkz}}{r} d\zeta \right\} \quad (1)$$

avec

$$r = \sqrt{\rho^2 + (z - \zeta)^2}$$

.1 CALCUL DU CHAMP MAGNETIQUE

Le champ magnétique au point M (ρ, θ, z) est obtenu à partir de l'induction magnétique

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}$$

Dans le système des coordonnées choisies :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \times \frac{1}{\rho} \times \begin{vmatrix} \vec{e}_\rho & \rho \vec{e}_\theta & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial \rho} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A_z \end{vmatrix}$$

\vec{A} ne dépendant de θ , il vient

$$\vec{H} = \vec{e}_\theta H_\theta = \vec{e}_\theta \left[-\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right]$$

d'où

$$H_\theta = \frac{-Im}{8\pi j} \frac{\partial}{\partial \rho} \left\{ \int_0^{\rho} e^{dk(\rho-z)} \psi(z) dz - \int_0^{\rho} e^{-dk(\rho-z)} \psi(z) dz + \int_{-\rho}^0 e^{dk(\rho+z)} \psi(z) dz - \int_{-\rho}^0 e^{-dk(\rho+z)} \psi(z) dz \right\}$$

Avec

$$\psi(z) = \frac{e^{-dkz}}{z} \quad (2)$$

On dérive sous les signes \int en appliquant $\frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{\partial}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial \rho} = \frac{\partial}{\partial z} \times \frac{\rho}{z}$

$$\psi'(z) = \left[\frac{dk}{z} - \frac{1}{z^2} \right] e^{-dkz} \Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial z} = \rho \left[-\frac{dk}{z^2} - \frac{1}{z^3} \right] e^{-dkz} = \rho \frac{\psi'(z)}{z}$$

et

$$H_\theta = \frac{-Im \rho}{8\pi j} \left\{ e^{dk\rho} \int_0^{\rho} e^{-dkz} \frac{\psi'(z)}{z} dz - e^{-dk\rho} \int_0^{\rho} e^{dkz} \frac{\psi'(z)}{z} dz + e^{dk\rho} \int_{-\rho}^0 e^{dkz} \frac{\psi'(z)}{z} dz - e^{-dk\rho} \int_{-\rho}^0 e^{-dkz} \frac{\psi'(z)}{z} dz \right\} (3)$$

Le calcul se réduit à celui des deux primitives

$$I = \int e^{-dkz} \frac{\psi'(z)}{z} dz \quad \text{et} \quad J = \int e^{dkz} \frac{\psi'(z)}{z} dz$$

soit en explicitant :

$$I = \int \left[-\frac{dk}{z^2} - \frac{1}{z^3} \right] e^{-dk(z+\bar{z})} dz \quad z = \sqrt{\rho^2 + (z-\bar{z})^2}$$

On pose $\theta = z + \bar{z} - z$

$$\theta + (z - \bar{z}) = \sqrt{\rho^2 + (z - \bar{z})^2}$$

$$\theta^2 + 2\theta(z - \bar{z}) + (z - \bar{z})^2 = \rho^2 + (z - \bar{z})^2$$

$$\bar{z} = z + \frac{\theta^2 - \rho^2}{2\theta} \quad dz = \frac{\theta^2 + \rho^2}{2\theta^2} d\theta \quad (a)$$

$$z + \bar{z} = \theta + \bar{z} \quad (b)$$

$$z = \theta + z - \bar{z} = \frac{\theta^2 + \rho^2}{2\theta} \quad (c)$$

Soit en reportant dans I :

$$I = \int \frac{-2dk}{\theta^2 + \rho^2} e^{-dk(\theta+z)} d\theta - \int \frac{4\theta}{(\theta^2 + \rho^2)^2} e^{-dk(\theta+z)} d\theta$$