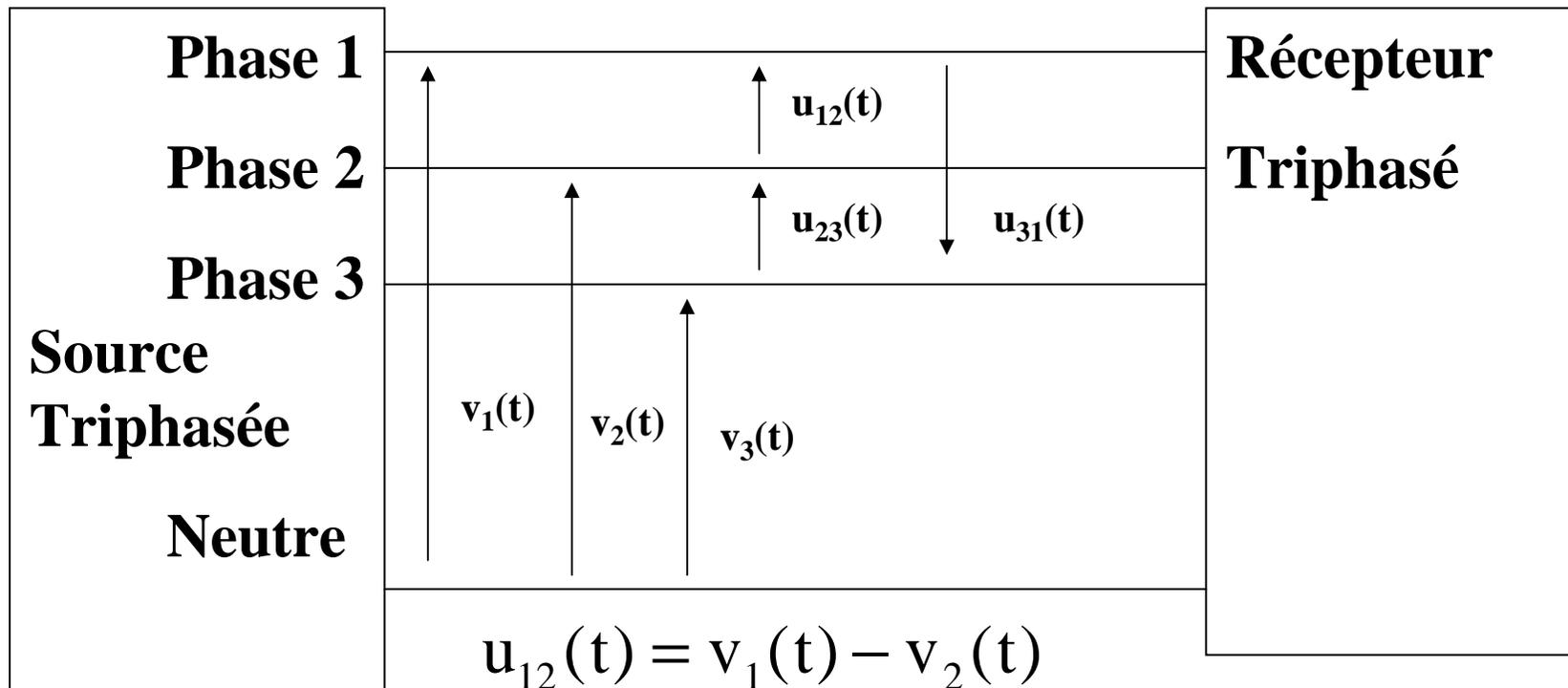


Systeme triphasé

I) Sources de tensions triphasées

1) Tensions simples et tensions composées



$$u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t)$$

$$u_{23}(t) = v_2(t) - v_3(t)$$

$$u_{31}(t) = v_3(t) - v_1(t)$$

I) Sources de tensions triphasées

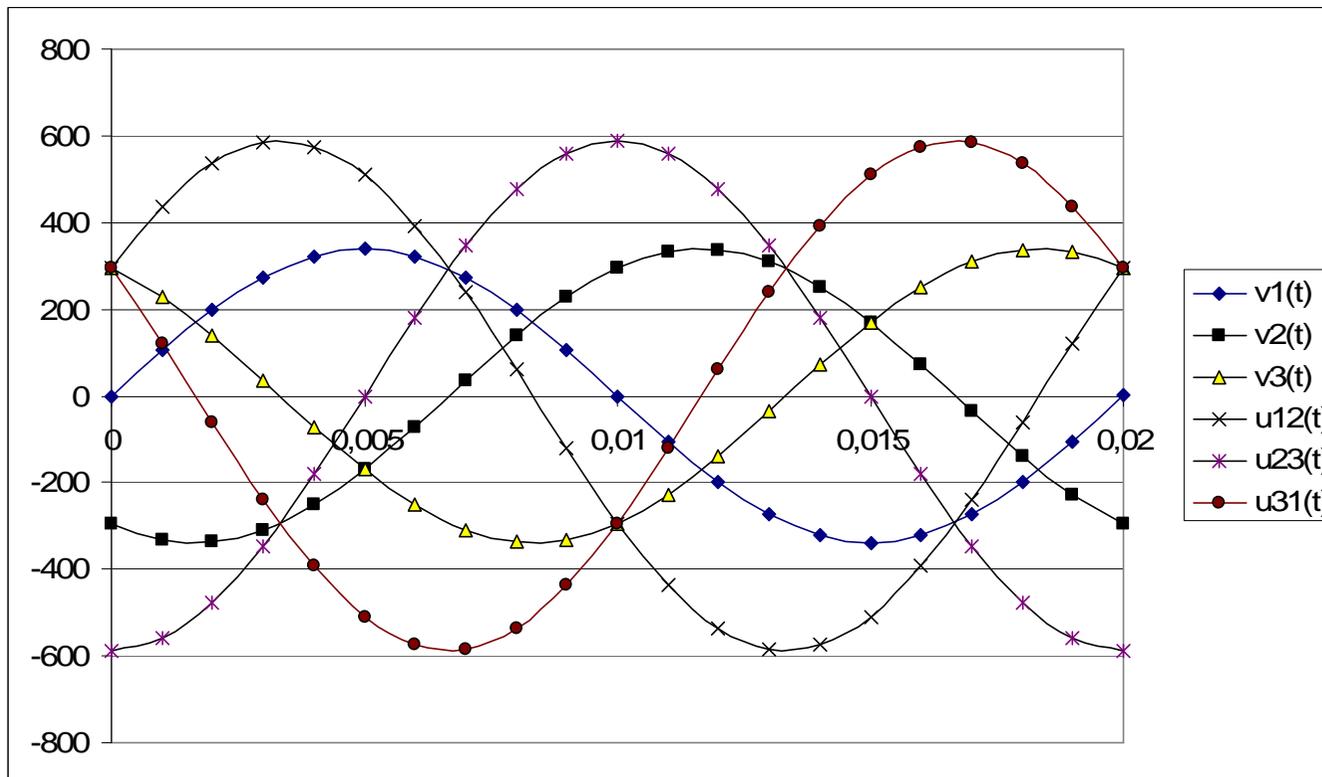
2) Représentation temporelle des tensions

$$v_1(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t) \quad \omega = 2\pi f$$

$$v_2(t) = V\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

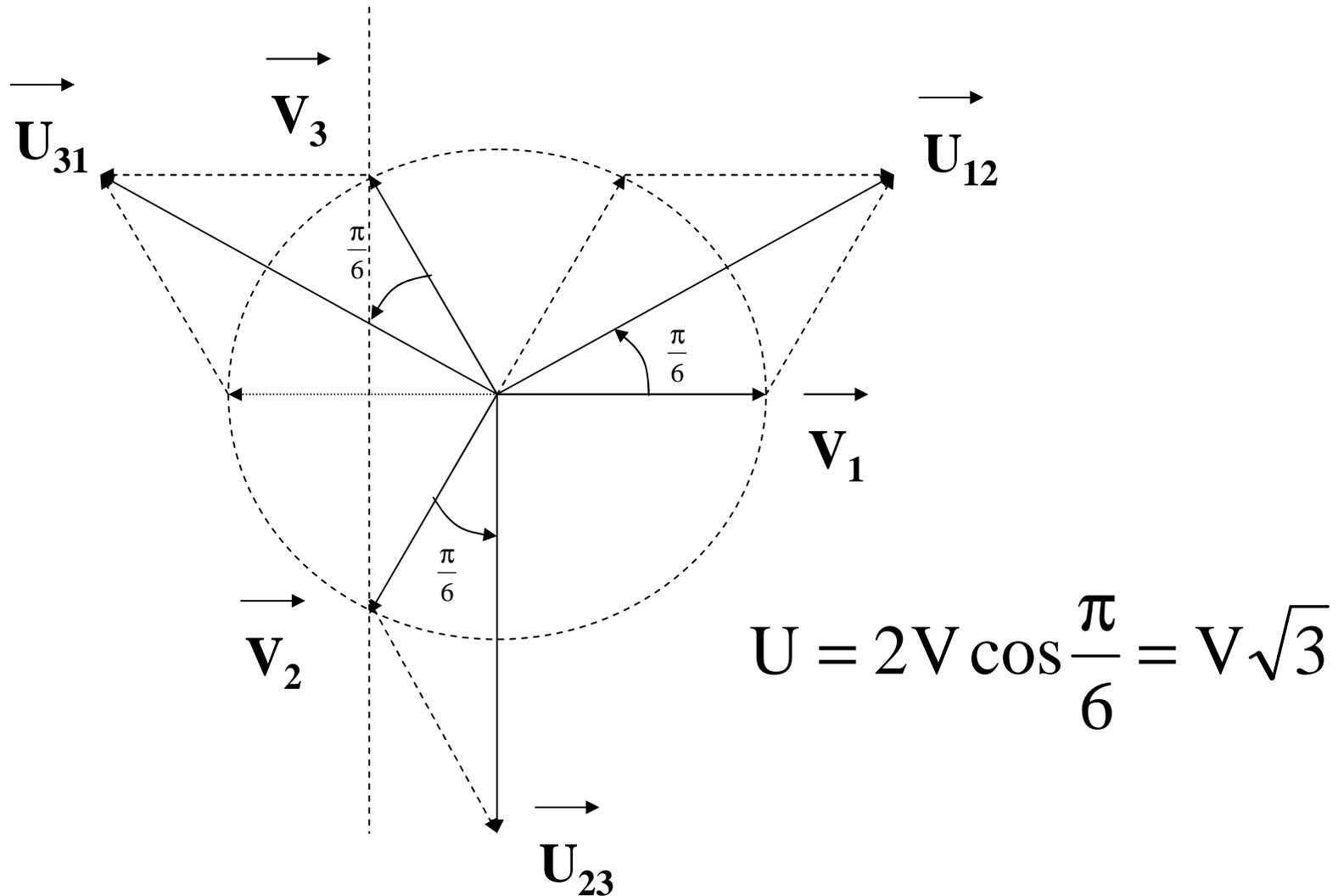
$$v_3(t) = V\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad U = V\sqrt{3}$$

Système de tensions triphasées équilibrées directes



I) Sources de tensions triphasées

3) Représentation de Fresnel des tensions



I) Sources de tensions triphasées

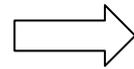
4) Représentation complexe des tensions

a) Tensions simples

$$v_1(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$v_2(t) = V\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_3(t) = V\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$



$$\underline{V}_1 = V$$

$$\underline{V}_2 = V \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

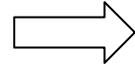
$$\underline{V}_3 = V \cdot e^{+j\frac{2\pi}{3}}$$

I) Sources de tensions triphasées

4) Représentation complexe des tensions

a) Tensions simples

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$



$$\underline{V}_1 = V$$

$$a^2 = e^{j\frac{4\pi}{3}} = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\underline{V}_2 = a^2 \cdot V$$

$$1 + a + a^2 = 0$$

$$\underline{V}_3 = a \cdot V$$

$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = 0$$

I) Sources de tensions triphasées

4) Représentation complexe des tensions

b) Tensions composées

$$\underline{U}_{12} = \underline{V}_1 - \underline{V}_2 = (1 - a^2)V$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{V}_2 - \underline{V}_3 = (a^2 - a)V$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{V}_3 - \underline{V}_1 = (a - 1)V$$

$$1 - a^2 = 1 - e^{-j\frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3}e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$a^2 - a = e^{-j\frac{2\pi}{3}} - e^{j\frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$a - 1 = e^{j\frac{2\pi}{3}} - 1 = \sqrt{3}e^{j\frac{5\pi}{6}}$$

I) Sources de tensions triphasées

4) Représentation complexe des tensions

b) Tensions composées

$$\underline{U}_{12} = \sqrt{3}.V.e^{j\frac{\pi}{6}}$$

$$\underline{U}_{23} = \sqrt{3}.V.e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\underline{U}_{31} = \sqrt{3}.V.e^{j\frac{5\pi}{6}}$$

II) Récepteurs triphasés

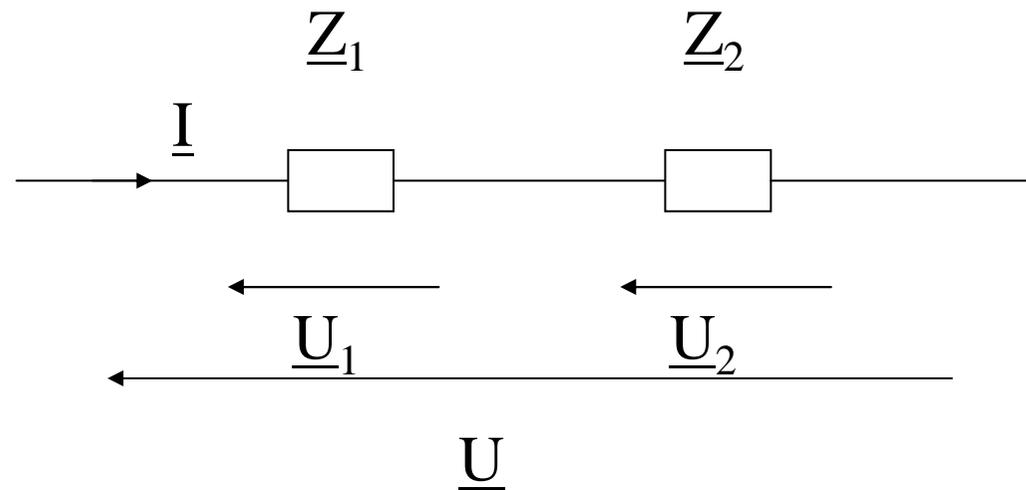
1) Récepteurs de base

•Dipôle	<u>Z</u>	<u>Y</u>
•Résistances R	R	G
•Inductances L	$jL\omega$	$-j / L\omega$
•Condensateurs C	$-j / C\omega$	$jC\omega$

II) Récepteurs triphasés

2) Association de récepteurs

a) Série

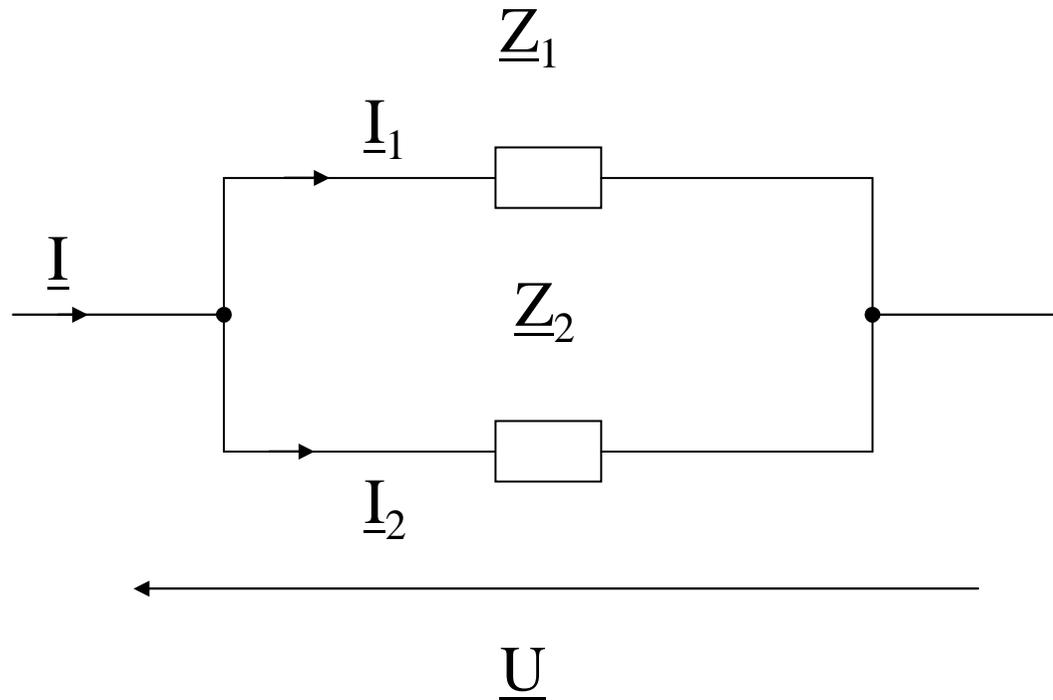


$$\underline{Z}_{\text{eq}} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

II) Récepteurs triphasés

2) Association de récepteurs

b) Parallèle

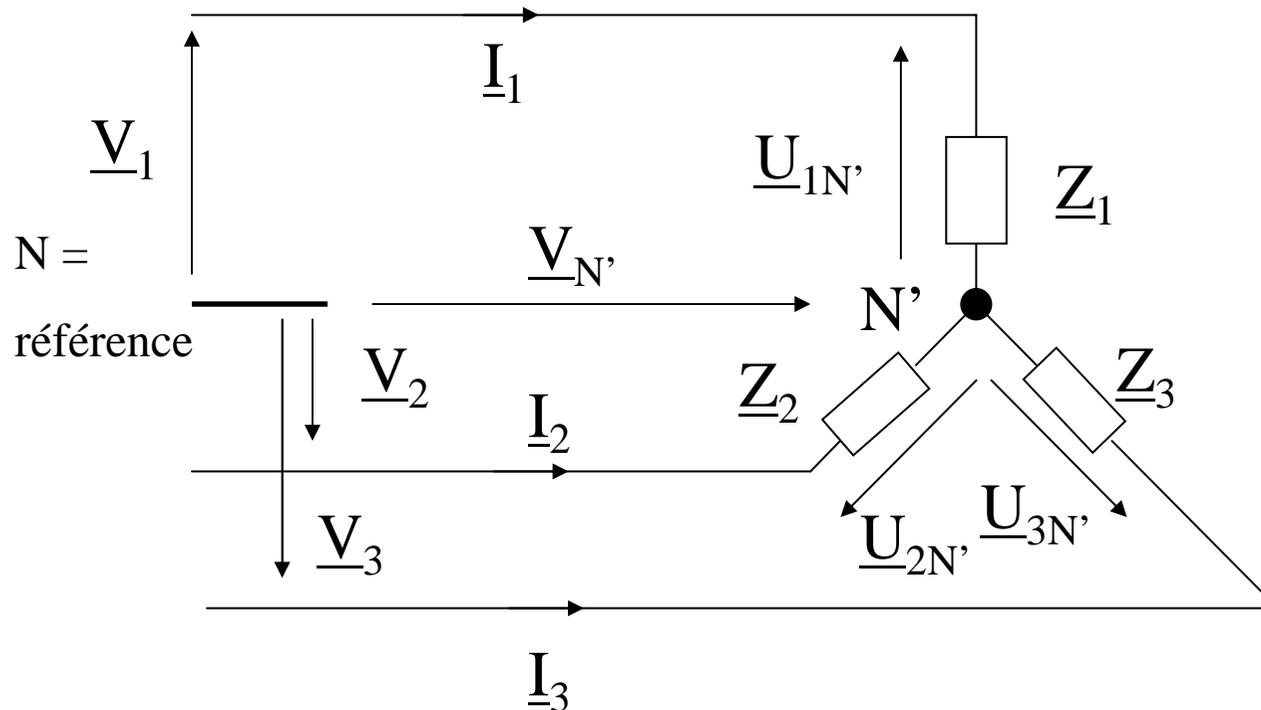


$$\frac{1}{\underline{Z}_{\text{eq}}} = \underline{Y}_{\text{eq}} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$$

II) Récepteurs triphasés

3) Récepteur triphasé en étoile

a) Neutres non reliés



$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

II) Récepteurs triphasés

3) Récepteur triphasé en étoile

a) Neutres non reliés

➤ **Récepteur déséquilibré:** on cherche la valeur du potentiel de N' et donc les courants dans chaque phase

➤ Millman

$$\underline{V}_{N'} = \frac{\frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}}$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_{N'}}{\underline{Z}_1}; \underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_2 - \underline{V}_{N'}}{\underline{Z}_2}; \underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_3 - \underline{V}_{N'}}{\underline{Z}_3}$$

II) Récepteurs triphasés

3) Récepteur triphasé en étoile

a) Neutres non reliés

➤ **Récepteur équilibré:**

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$$

$$\underline{V}_{N'} = \frac{\frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} = \frac{\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3}{3} = 0$$

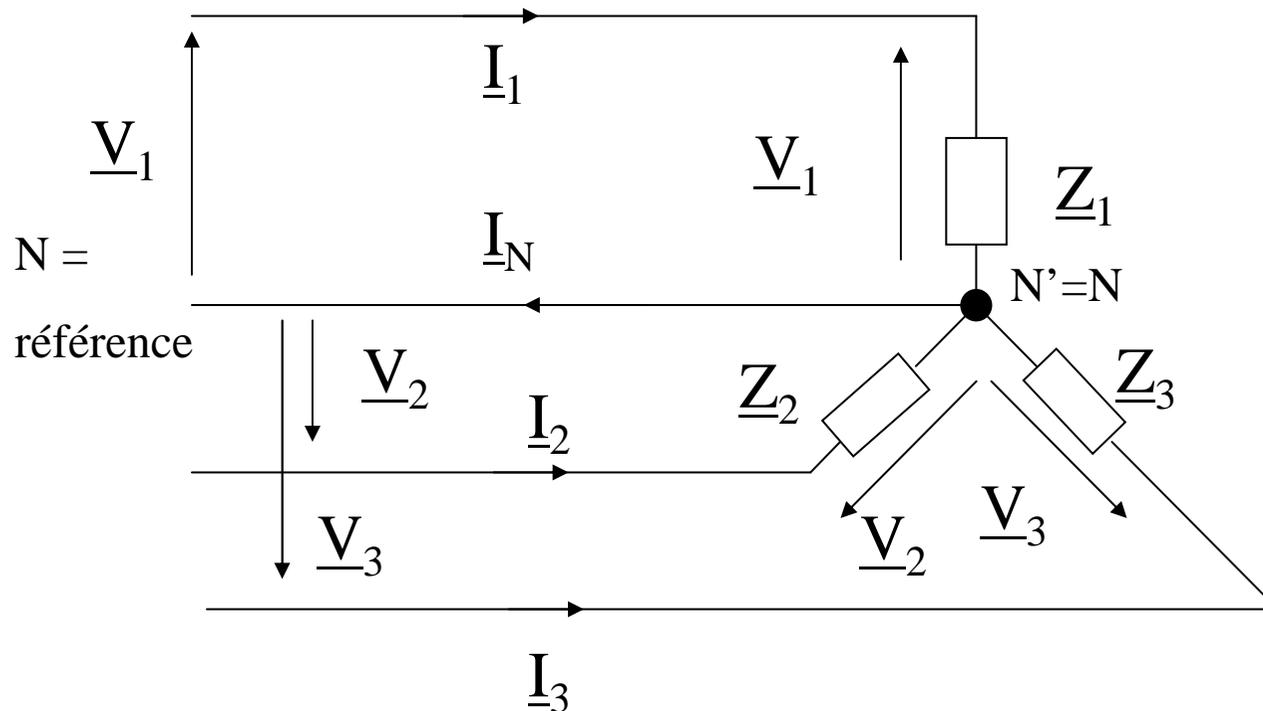
$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1}; \underline{I}_2 = \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2}; \underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}_3}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_3 = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}}$$

II) Récepteurs triphasés

3) Récepteur triphasé en étoile

b) Neutres reliés



$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = 0$$

II) Récepteurs triphasés

3) Récepteur triphasé en étoile

b) Neutres reliés

➤ **Récepteur déséquilibré:** on cherche la valeur du courant dans le fil de neutre

$$\underline{I}_N = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}_1} + \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}_2} + \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}_3}$$

II) Récepteurs triphasés

3) Récepteur triphasé en étoile

b) Neutres reliés

➤ **Récepteur équilibré:**

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$$

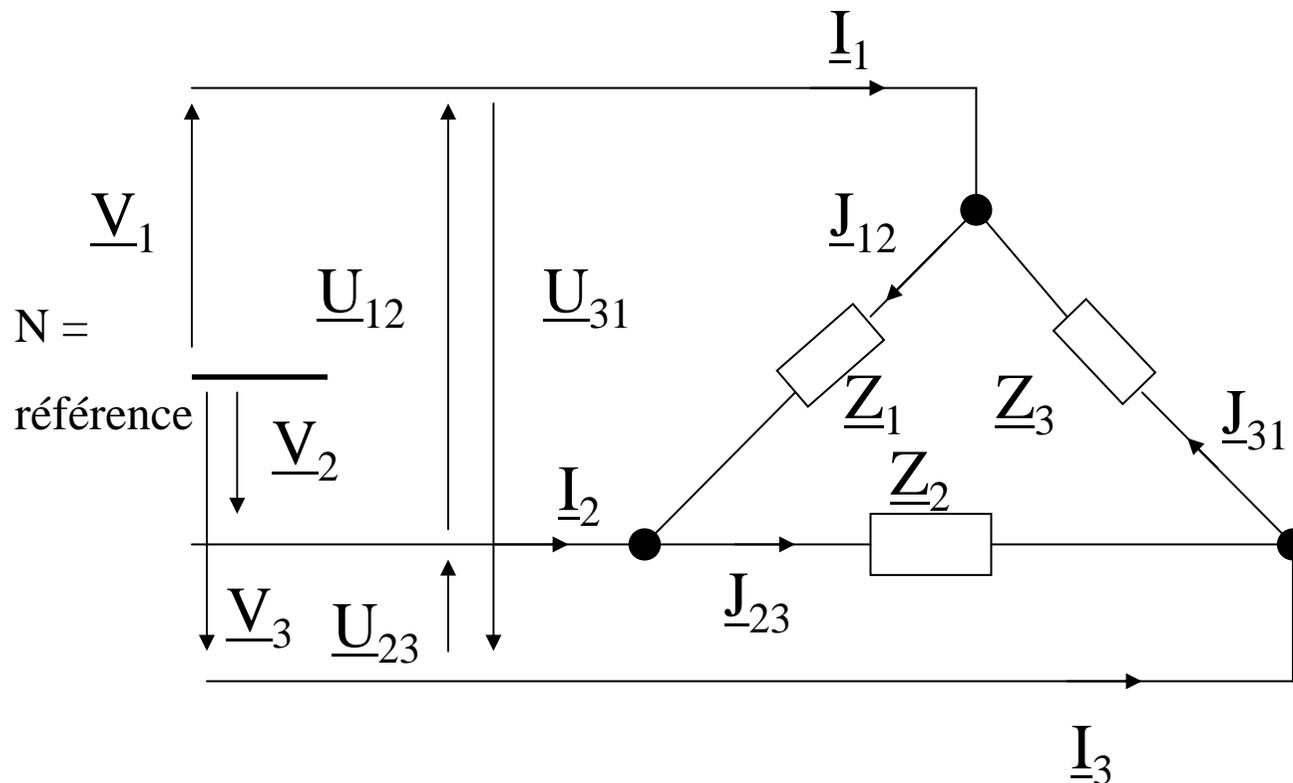
$$\underline{I}_N = \frac{\underline{V}_1}{\underline{Z}} + \frac{\underline{V}_2}{\underline{Z}} + \frac{\underline{V}_3}{\underline{Z}} = 0$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \underline{I}_3 = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}}$$

➤ On retrouve les mêmes valeurs que dans le cas des neutres non reliés

II) Récepteurs triphasés

4) Récepteur triphasé en triangle



$$\underline{V}_1 + \underline{V}_2 + \underline{V}_3 = 0$$

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$$

II) Récepteurs triphasés

4) Récepteur triphasé en triangle

$$\underline{I}_1 = \underline{J}_{12} - \underline{J}_{31}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{J}_{23} - \underline{J}_{12}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{J}_{31} - \underline{J}_{23}$$

II) Récepteurs triphasés

4) Récepteur triphasé en triangle

➤ Récepteur déséquilibré:

$$\underline{J}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}_1}$$

$$\underline{J}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}_2}$$

$$\underline{J}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}_3}$$

II) Récepteurs triphasés

4) Récepteur triphasé en triangle

➤ Récepteur équilibré:

$$\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = \underline{Z}$$

$$\underline{J}_{12} = \frac{\underline{U}_{12}}{\underline{Z}}$$

$$\underline{J}_{23} = \frac{\underline{U}_{23}}{\underline{Z}}$$

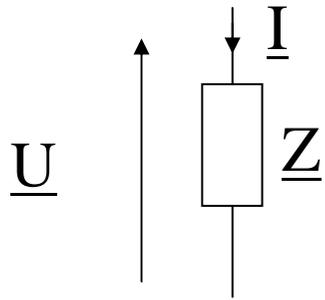
$$\underline{J}_{31} = \frac{\underline{U}_{31}}{\underline{Z}}$$

$$\underline{J}_{12} = \underline{J}_{23} = \underline{J}_{31} = \underline{J} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

$$\underline{I} = \underline{J}\sqrt{3}$$

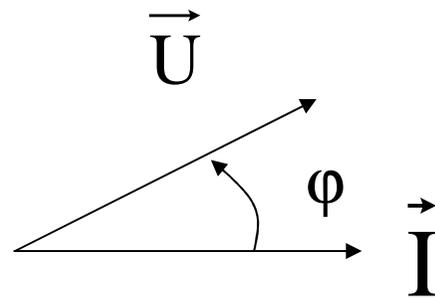
III) Puissances en triphasé

1) Puissance apparente complexe d'un dipôle



$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} = Z \cdot e^{j\varphi} \cdot \underline{I}$$

$$U = Z \cdot I$$



$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ$$

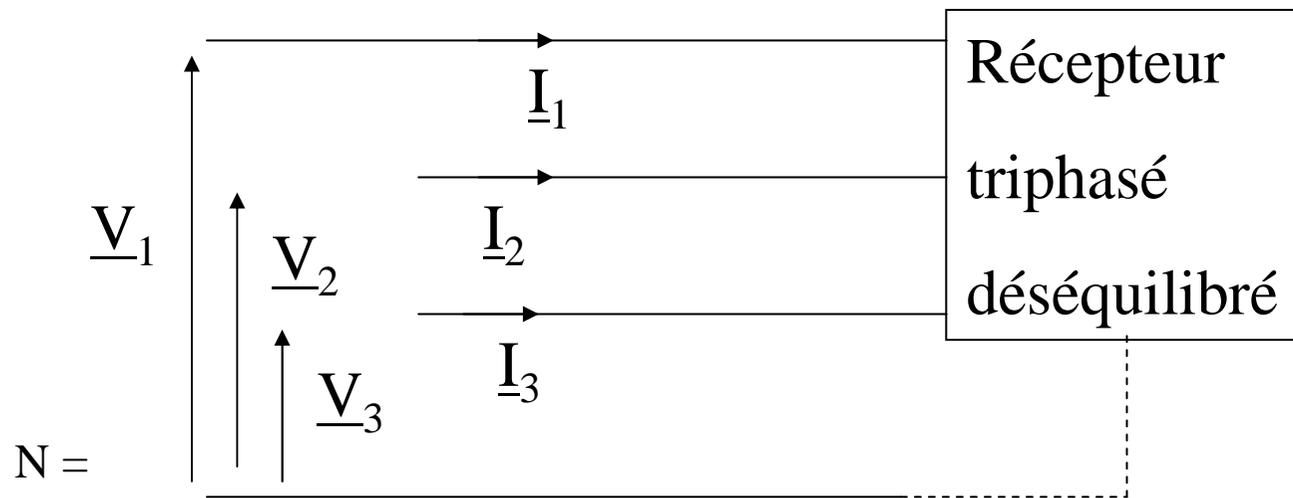
$$P = UI \cos \varphi$$

$$Q = UI \sin \varphi$$

$$S^2 = P^2 + Q^2$$

III) Puissances en triphasé

2) Récepteur triphasé déséquilibré



référence

$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

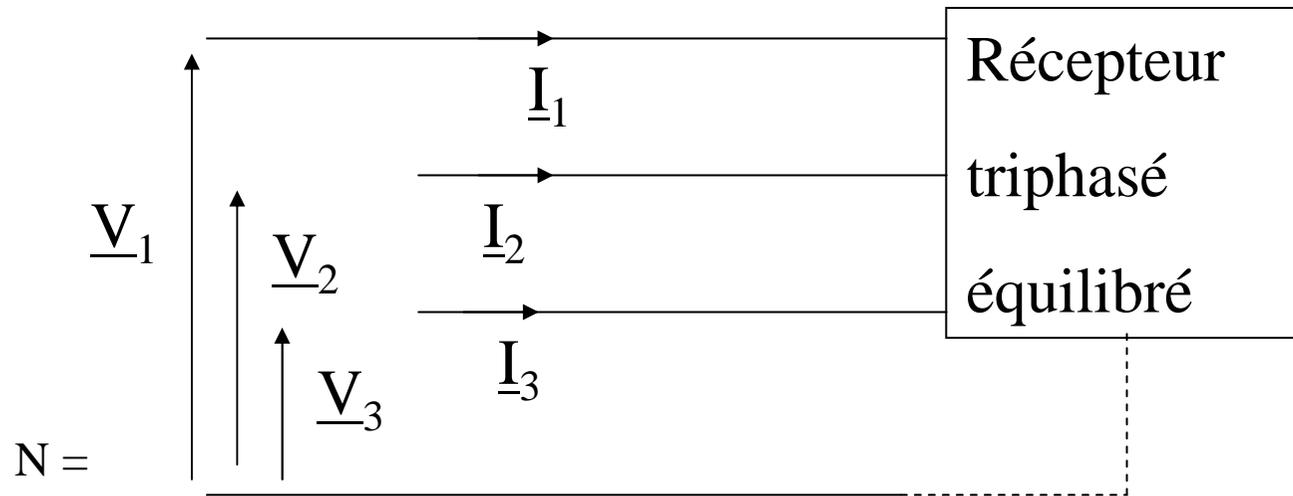
$$\underline{S} = P_1 + P_2 + P_3 + j(Q_1 + Q_2 + Q_3) = \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{S}_3$$



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \neq S_1 + S_2 + S_3$$

III) Puissances en triphasé

3) Récepteur triphasé équilibré



N =
référence

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 3P_1$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 3Q_1$$

$$\underline{S} = 3P_1 + j3Q_1$$



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3S_1$$

III) Puissances en triphasé

3) Récepteur triphasé équilibré

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi = V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

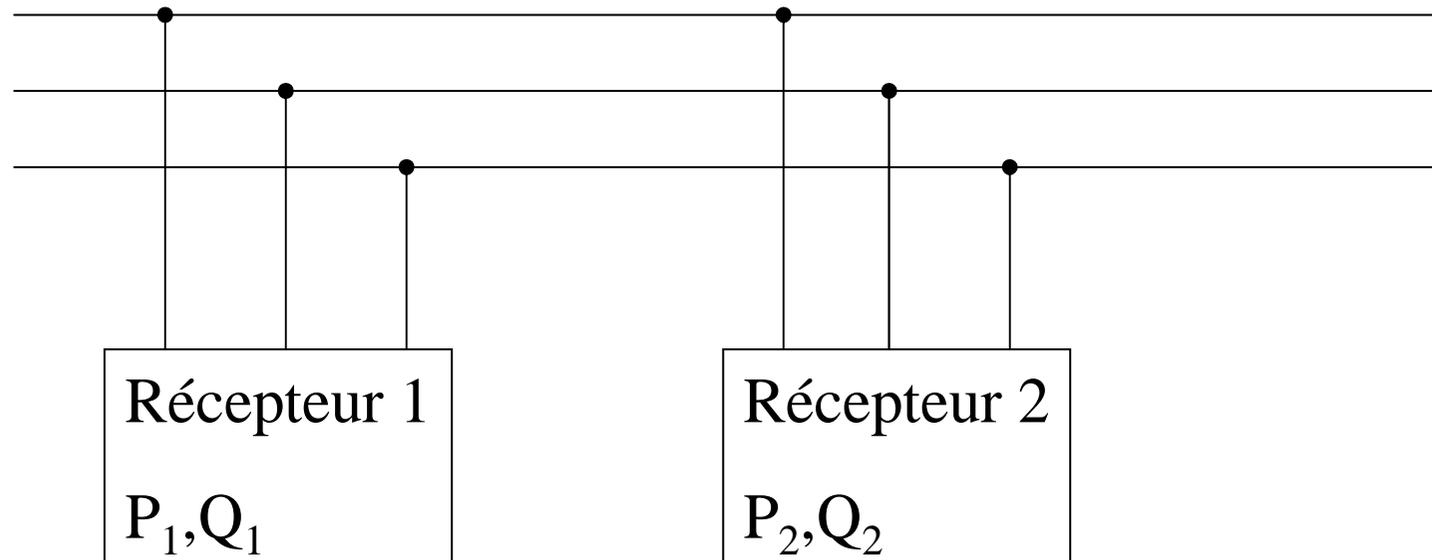
$$P = 3P_1 = 3V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$Q = 3Q_1 = 3V \cdot I \cdot \sin \varphi$$

➤ φ : déphasage de $v(t)$ (tension simple) par rapport à $i(t)$ (courant de ligne)

III) Puissances en triphasé

4) Récepteurs en parallèle



$$P_T = P_1 + P_2$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$



$$S = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} \neq S_1 + S_2$$