Calcul de l'énergie d'un condensateur.

Le condensateur est supposé chargé sous la tension U
La charge qu'il contient est Q = C U. (équation E)
Commençons la décharge :

Pendant le temps très court dt , la charge dQ subit la différence de potentiel U
La petite énergie récupérée à l'instant t + dt quand la tension est U pour la décharge dQ est W (t) = U dQ

En fait quand le condensateur perd la charge dQ la tension aux bornes varie de dU selon la loi de l'équation E . il faudra donc tenir compte de cette baisse de tension pour la décharge à l'instant d'après .

dQ = C dU. Car la capacité du condensateur est constante.(Equation Z)

Alors l'énergie récupérée W = U **dQ** s'écrit en reliant dQ à la variation de tension dU qui existe aux bornes du condensateur (Il faut bien tenir compte que cette tension évolue tout au long de la décharge)

W (t)= U **C dU d'après l'équation (Z)**
W (t)= C U dU

L'énergie récupérée depuis le temps 0 jusqu'à la décharge complète pout t infini est la somme de toutes les énergies récupérées pour tous les instants dt et les variations de tension dU correspondantes.
Ainsi W (t) total est la somme de tous les W(t) récupérées aux différents instants t

W total = l'intégrale de CU dU ou ½ C U2**

Le terme ½ s'introduit parce que dans le cas du condensateur la tension que franchit la charge varie de sa valeur maximun à 0

Exercice d'approximation

Supposons un condensateur chargé à la tension V° égale par exemple à 100 . Une plaque est au potentiel 100V, l'autre à 0

Effectuons une décharge en 4 reprises (et non en de très petites décharges comme dans le calcul différentiel précédent. Le résultat sera approché)

La charge initiale est $Q° = CV°$
La première décharge la charge $Q1 = C V° - C(V°-V°/4) = \Delta Q1 = CV°/4$
Passe de la tension V° à 0. L'énergie récupérée est
$E1 = \Delta Q1 V° = CV°^2 /4$
On refait l'expérience en déchargeant de cette manière 4 fois
Les ddp subits par les charges $Q1= Q2 = Q3 = Q4 = C V°/4$ sont respectivement : $\Delta Q1 = \Delta Q2=\Delta Q3 =\Delta Q4. = \Delta Q$

Les énergies récupérées sont $E1 = \Delta Q1 V° =C V°/4 * V°/4 = C V°^2/4$
$E2 = \Delta Q (V° - V°/4) = CV°^2 /4– CV°^2 /16$
$E3 = \Delta Q (V°- V°/4 – V°/4) = CV°^2 /4– 2 CV°^2/16$
$E4 = \Delta Q (V°- V°/4 – V°/4- V°/4)= CV°^2 /4 - 3 CV°^2/16$
$E1 +E2 + E3 +E4 = 4 CV° /4 - CV°^2/16 – 2CV°^2/16 – 3CV°^2/16 =$
$CV°^2- 6 CV°^2 / 16$
Donc au total on a récupéré approximativement $10 CV°^2/ 16 =$
$= 5/8. CV°^2$

Ce calcul est moins précis que le raisonnement qui imagine une infinité de micro décharge Detla V° très petites. Si vous faite cela en diminuant la décharge V°/4 à V°/8 puis V°/16 etc …. Le résultat s'approchera de $E = ½ C V°^2$

Pour 6 décharges de V°/6 on aurait trouvé
$E = CV°^2– CV°^2/36 – 2CV°^2/36 – 3 CV°^3 /36 – 4CV°^2/36 – 5CV°^2/36 = 36 CV°^2 /36 – 15CV°^2/36$
$E = 0,63 CV°^{2.}$ Le résultat s'approche de $0,5 C V°^2$