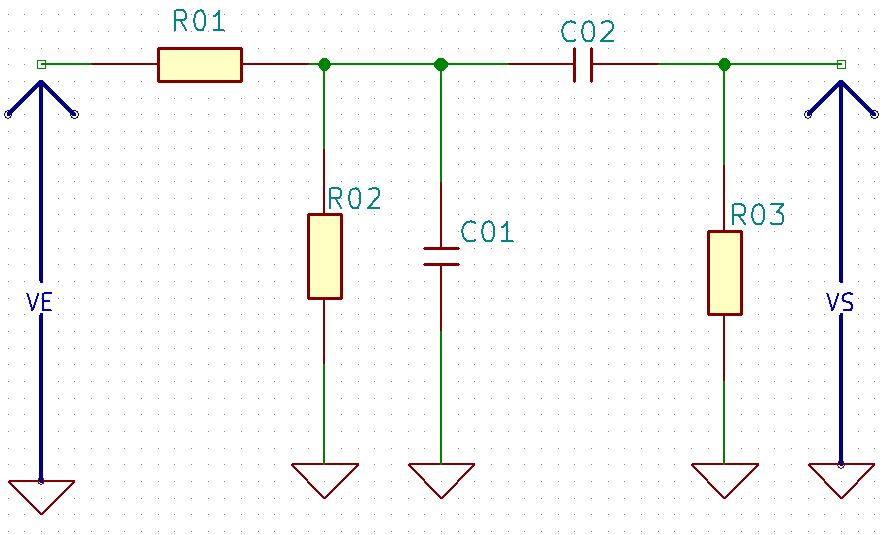
## Description du problème :

Nous avons le schéma suivant :



Le but étant de trouver un moyen de calculer Vs(t) en fonction de Ve(t) et de R01, R02, R03 et C01 et C02. Deux méthodes pour parvenir à cela seront expliquées dans ce document :

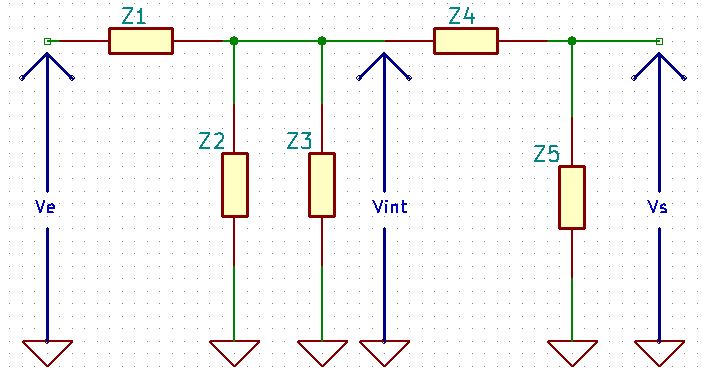
1. En utilisant la résolution d’équation différentielle.
2. En utilisant la transformation inverse de Laplace.

## Le commencement :

La première chose à réaliser est de trouver la fonction de transfert du montage VS/VE.

Pour cela, je propose de calculer deux fonctions de transfert intermédiaires et ensuite de faire le produit de ces fonctions : .

Nous allons donc travailler sur le schéma suivant :



On applique la règle du pont diviseur de tension pour trouver Vs en fonction de Vint:

Ensuite pour déterminer en fonction de , deux méthodes s’offrent à nous :

* Le théorème de Millman.
* La méthode bourrine !

|  |  |
| --- | --- |
| *Pour millman :*  donc  On sort de l’équation et on met le dénominateur sur le même dénominateur :  On multiplie le numérateur par l’inverse du dénominateur :  Toujours pas finis, à-côté …  Ah ! enfin ! | *Méthode bourrine :*  signifie que est parallèle à qui est elle-même en parallèle avec  On multiplie le numérateur par l’inverse du dénominateur  On remplace dans l’équation de départ tout en passant Ve de l’autre coter du « = ».  En mettant le dénominateur sur le même dénominateur Puis en multipliant le numérateur par l’inverse du dénominateur, obtient :    Beaucoup plus long mais j’aime bien =) |

Maintenant que et que sont écrit, il ne reste plus qu’à les multiplier entre elles !

Oui ce fut rapide, on a notre fonction de transfert ! On peut alors remplacer les Z par les impédances des composants !

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Z1 = R1 | Z2 = R2 | Z3 = | Z4 = | Z5 = R3 |

Pour simplifier les écritures, on utilisera la notation de Laplace avec **p = jw.**

On obtient alors :

On multiplie le numérateur et le dénominateur par C1.C2.p²

On regroupe les termes de même poids ensemble

On divise maintenant le numérateur et dénominateur par R1 + R2 afin de faire apparaitre un terme égal à 1 au dénominateur. Le but est d’avoir le dénominateur de la forme a.p² + b.p + 1.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  | 1 |
|  |  |

Avec :

## Résolution de l’équation :

La résolution de l’équation se fera avec deux méthodes différentes :

* Résolution de l’équation du second degré avec déterminaison de la solution particulière avec les conditions initiales.
* Résolution de l’équation du second degré avec décomposition en éléments simples et transformation inverse de Laplace.

### 1ère méthode :

L’équation est très proche de la forme

(Avec T1 = d, T2 = b et )

Sachant que H(p) = Vs(p) / Ve(p), alors on peut écrire l’égalité suivante :

Par définition, **p = jw**, or avoir **jw** revient à faire la dérivée pour passer dans le domaine temporel. On peut donc écrire :

Pour rappel, c’est la forme de la sortie à une réponse d’un échelon qui nous intéresse. Par définition, un signal échelon parfait à sa dérivée qui est égale à 0 donc . On peut donc écrire :

Il ne reste alors plus qu’à résoudre !

Pour plus de simplicité, on simplifiera le terme par , ce qui revient à multiplier tous les termes par w0² :

Et on résout :

L’équation est de la forme : a.y’’ + b.y’ + c.y = 0 Ce qui revient à écrire a.r² + b.r + c = 0

Ici, a = 1, b = w0².T2 et c = w0².

On calcule le discriminant !

Que l’on peut réécrire :

Pour rappel : w0² = et T2 =

Du fait de la nature du circuit, on auras donc je cite BLACK JACK 2 : « qui donnera 2 exponentielles réelles où apparaîtront 2 constantes qui devront être déterminées à partir de conditions initiales. »

La forme de la solution pour est la suivante :

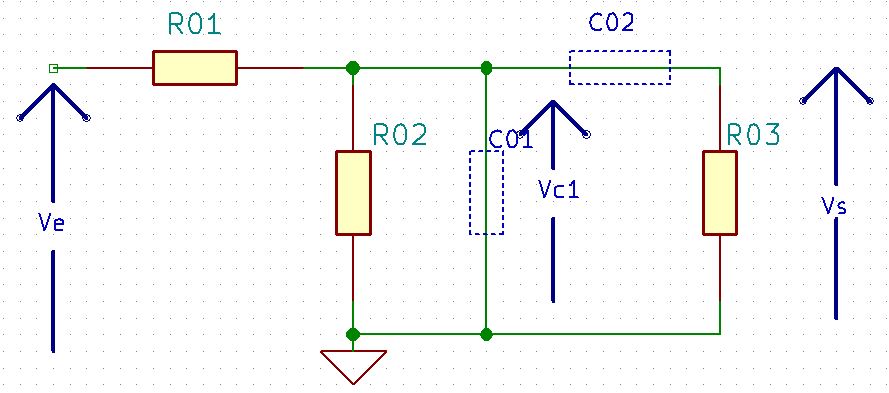
Par définition, comme on a des circuit RC, la solution pourra aussi être écrite sous la forme suivante :

Sachant que , b = w0².T2 et a = 1 on peut écrire :

Maintenant que les racines sont définies, il faut trouver solution particulière en fonction des conditions initiales :

A t = 0, Ve = 0, tout le circuit est déchargé, donc Vs = 0. On peut donc écrire :

A t = 0+, Ve = e, tout le circuit comment à se charge, les condensateurs sont cependant toujours déchargés et sont donc considérer comme des interrupteurs fermés ou des fils :



Ainsi, on peut écrire que Vs = Vc1.R2 n’est pas pris en compte car court-circuité par C01. Il ne reste plus qu’a exprimé Vc1 :

Comme Vc1 = Vs, on peut écrire :

En utilisant Vs(t) = , on peut calculer :

On a donc nos deux équations :

1. A + B = 0

Et on résout :

A = -B donc

Et Donc

Maintenant que l’on a tout définis, on peut écrire que :

+

Et en reprenant la cotation initiale :

|  |  |
| --- | --- |
| R1 |  |
| R2 |  |
| W0² |  |
| T2 |  |

### 2nd Méthode

Reprenons l’équation à résoudre :

Le dénominateur est de la forme suivante :

Après avoir résolu l’équation du second degré D et ressorti les deux solutions et , on peut récrire l’équation comme ceci :

↔ avec et les solutions de l’équation D.

Il faut ensuite récrire l’équation de la forme suivante pour pouvoir faire ensuite.

Il faut ensuite trouver A et B. Je vous passe la démonstration, elle est simple :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ↔ |  |  |
|  |  |

On utilisera A et B plus tard. On souhaite avoir Vs en fonction du temps. On passe alors Ve de l’autre côté :

On obtient l’expression suivante :

Transformons l’équation Laplacienne et équation temporelle pour obtenir Vs(t) :