Développement de l’équation aux différences d’un filtre passe-bas du premier ordre

$$H_{filtre}(s)=\frac{1}{s\cdot\tau+1}=\frac{\frac{1}{\tau}}{s+\frac{1}{\tau}}$$

$$\frac{H_{filtre}(s)}{s}=\frac{1}{s}\cdot\frac{\frac{1}{\tau}}{s+\frac{1}{\tau}}=\frac{1}{s}-\frac{1}{s+\frac{1}{\tau}}$$

$$H_{filtre}(z)=\left(\frac{z-1}{z}\right)\cdot\left(\frac{z-1}{z}-\frac{z}{z-e^{-\frac{T}{\tau}}}\right)$$

$$H_{filtre}(z)=\frac{1-e^{-\frac{T}{t}}}{z-e^{-\frac{T}{t}}}$$

$$H_{filtre}(z)=\frac{y(z)}{x(z)}=\frac{1-e^{-\frac{T}{t}}}{z-e^{-\frac{T}{t}}}\cdot\frac{z^{-1}}{z^{-1}}=\frac{\left(1-e^{-\frac{T}{t}}\right)\cdot z^{-1}}{1-e^{-\frac{T}{t}}\cdot z^{-1}}$$

$$y(z)\cdot\left(1-e^{-\frac{T}{t}}\cdot z^{-1}\right)=x(z)\cdot z^{-1}\cdot\left(1-e^{-\frac{T}{t}}\right)$$

$$y(z)=x(z)\cdot z^{-1}\cdot\left(1-e^{-\frac{T}{t}}\right)+y(z)\cdot z^{-1}\cdot e^{-\frac{T}{t}}$$

$$\boxed{y[k]=x[k-1]\cdot\left(1-e^{-\frac{T}{t}}\right)+y[k-1]\cdot e^{-\frac{T}{t}}}$$