

Exercice n°1 :

Exercice page 60 du livre

Exercice n°2 :

Soit f une fonction définie $]-\infty ; 0[$ et vérifiant, sur cet intervalle :

$$\frac{1}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{1}{x^2}$$

On considère un nombre b strictement positif.

1) Calculer en fonction de b un réel a_1 tel que :

$$\text{pour tout } x \text{ strictement inférieur à } a_1, \quad \frac{1}{x^2} < b$$

2) Calculer en fonction de b un réel a_2 tel que :

$$\text{pour tout } x \text{ strictement inférieur à } a_2, \quad \frac{1}{1+x} > -b$$

3) En déduire qu'on peut déterminer un réel a tel que :

$$\text{pour tout } x \text{ strictement inférieur à } a, \quad -b < f(x) < b$$

4) Ceci étant possible quel que soit le réel b choisi, quelle propriété de la fonction f a-t-on ainsi démontrée ?