

Un triangle ABC, isocèle en A est inscrit dans un cercle de centre O, de rayon 1.

H est le pied de la hauteur issue de A. On note α la mesure de l'angle $\widehat{HOC}$.

On suppose que $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$.

1. Exprimer BC et AH en fonction de α . En déduire l'aire de ABC en fonction de α .
2. On considère la fonction f définie sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ par $f(\alpha) = (\sin \alpha)(1 + \cos \alpha)$. Calculer $f'(\alpha)$.
3. Factoriser le polynôme $2X^2 + X - 1$. En déduire le signe de $f'(\alpha)$ ainsi que les variations de f .
4. **Démontrer qu'il existe une valeur de α pour laquelle l'aire de ABC est maximale. Préciser ce maximum. Quelle est alors la nature du triangle ABC ?**