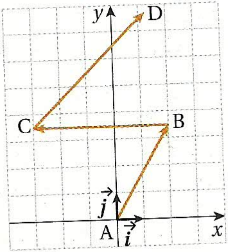
67 Course d'orientation

Algorithmique

On se place dans un plan orienté muni d'un repère $(A ; \vec{i}, \vec{j})$. Le nord est indiqué par la direction du vecteur $\vec{j}$. Pour décrire un parcours formé d'une succession de segments, on les schématise par des vecteurs. Pour une des étapes schématisée par un vecteur $\vec{u}$, on donne la mesure principale de l'angle orienté $(\vec{j}, \vec{u})$ et la norme de $\vec{u}$.

Par exemple, les indications successives $\left(-\frac{\pi}{6};4\right)$, $\left(\frac{\pi}{2};5\right)$ et $\left(-\frac{\pi}{4};6\right)$ décrivent le parcours ABCD ci-contre.



1. a. Calculer les coordonnées exactes du point B.

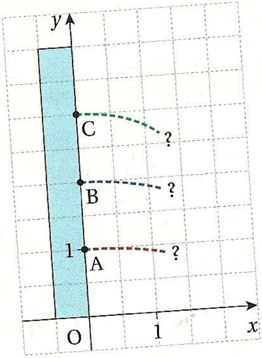
b. Décrire un algorithme qui calcule une position connaissant la précédente.

c. Calculer les coordonnées exactes des points C et D.

2. a. Décrire un algorithme qui permet d'obtenir la longueur du parcours.

b. Programmer cet algorithme à la calculatrice ou avec un logiciel.

90 Fuites d'eau



Un récipient cylindrique vertical de 4 m de hauteur est rempli d'eau. Sur ce cylindre, on a percé trois trous identiques A, B et C. Ces trous sont situés sur une même verticale, respectivement à 1, 2 et 3 mètres du sol.

On cherche à connaître les trajectoires des jets d'eau au départ de l'expérience, et l'ordre de leurs points de chute par rapport à la base du récipient. Pour cela, on se place dans le repère orthonormé d'origine O à la base du récipient, l'unité correspondant à 1 m.

a. À l'instant $t = 0$, on débouche un trou. La trajectoire théorique des premières gouttes est donnée par :

$$y = h - \frac{1}{2}gt^2 \text{ et } x = t\sqrt{2gH}$$

où g est la constante liée à l'accélération de la pesanteur, h la hauteur du trou et H la hauteur de la colonne d'eau au-dessus du trou.

Exprimer y en fonction de x.

b. Tracer dans un même repère les trajectoires des premières gouttes d'eau sortant par les trous A, B et C.

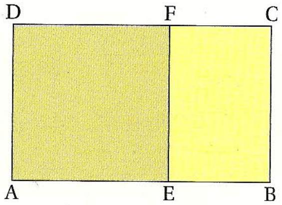
c. Dans quel ordre sont rangés leurs points de chute ? Vérifier par le calcul.

86 Nombre d'or

Le *format* d'un rectangle de longueur L et de largeur ℓ ($L \geqslant \ell$) est le quotient $\dfrac{L}{\ell}$.

Deux rectangles de même format sont dits *semblables*.

Soit ABCD un rectangle de longueur $L = AB$ et de largeur $\ell = AD$. On dit que ce rectangle est un rectangle d'or s'il a le même format que le rectangle EBCF obtenu en retirant le carré de côté [AD].



On pose $\Phi = \dfrac{L}{\ell}$.

a. Démontrer que si ABCD est un rectangle d'or, alors on a l'égalité $\dfrac{L}{\ell} = \dfrac{\ell}{L-\ell}$. En déduire que $\Phi^2 = \Phi + 1$.

b. Déterminer la valeur exacte de Φ, puis une valeur approchée à 10^{-3} près. Le nombre Φ est appelé *nombre d'or*.