

DM à rendre le jeudi 17 octobre

Exercice 1

Démontrer que pour tous complexes z et z' , on a $\overline{zz'} = \bar{z} \times \bar{z}'$.

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes :

1) $i\bar{z} - 5i = \overline{(2i + 5)z - 3i + 5}$

2) $-3z^3 - z + z^2 = 0$

Exercice 3

Soit $Z = z \cdot \bar{z} + z(2 + i) + \bar{z}(2 + 3i) + 1$

Déterminer l'ensemble des points M du plan, d'affixe $z = x + iy$, pour lesquels :

- le nombre complexe Z est un réel.
- le nombre complexe Z est un imaginaire pur.

Exercice 4

La suite (u_n) est définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \end{cases}$$
 pour tout entier naturel n .

On admettra que, pour tout entier naturel n , $u_n \neq 1$.

- Pour tout entier naturel n , on pose $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$. Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
 - Exprimer v_n en fonction de n , puis en déduire u_n en fonction de n .
- Déterminer la limite de la suite (u_n) .