

Devoir surveillé commun

*Note importante : les exercices 1 et 2 sont obligatoires.
Un seul des deux exercices 3 et 4 est à rendre.*

Exercice 1 (10 points)

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on donne les points $A(8; 0)$, $B(8; 6)$ et $C(0; 6)$, qui forment avec O le rectangle $OABC$.

1. Tracer la figure, qui sera complétée tout au long de l'exercice.
2. Justifier que le centre du rectangle est le point $K(4; 3)$.
3. Soit le point $G(4; 5)$ et soit d la droite d'équation $y = 3$.
La droite (BG) coupe d en H .
 - a) Déterminer une équation de la droite (BG) .
 - b) En déduire que les coordonnées de H sont $(-4; 3)$.
 - c) Préciser, en justifiant le raisonnement, quel point T utiliser de sorte que $AKHT$ soit un parallélogramme.
4. *Étude d'un algorithme*
 - a) Lister les variables utilisées par l'algorithme ci-contre.
 - b) Qu'affiche cet algorithme si on le fait fonctionner avec les points H et A ? que représente ce nombre ?
5. Que peut-on dire des droites (AH) et (CG) ? Justifier.
6. Recopier et modifier / compléter l'algorithme ci-contre de sorte que :
 - l'utilisateur entre les coordonnées de quatre points M, N, K, L ;
 - l'algorithme se termine par l'affichage d'un des deux messages :
« les droites (MN) et (KL) sont parallèles » ou
« les droites (MN) et (KL) sont sécantes ».

VARIABLES

...

DEBUT_ALGORITHME

L'utilisateur entre les coordonnées d'un point M .

L'utilisateur entre les coordonnées d'un point N .

a prend la valeur $\frac{y_M - y_N}{x_M - x_N}$.

Afficher a .

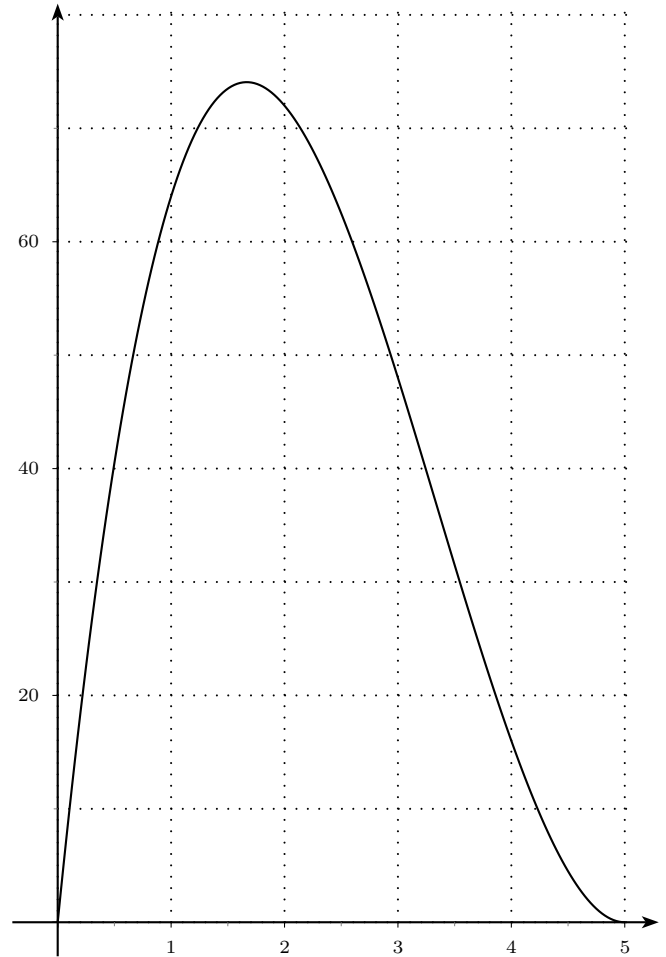
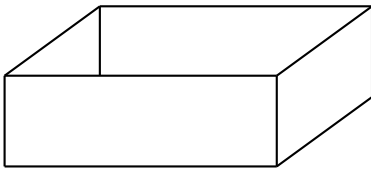
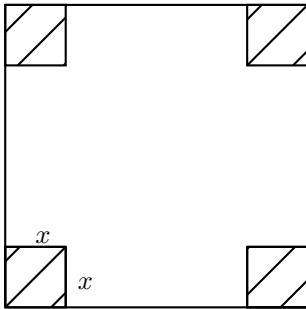
FIN_ALGORITHME

Exercice 2 (10 points)

Partie A — Étude graphique

La courbe d'une fonction V est fournie ci-contre. V est définie sur l'intervalle $[0; 5]$.

1. Déterminer graphiquement :
 - a) l'image de 1 par V ;
 - b) $V(3)$;
 - c) le(s) antécédent(s) de 40 par V ;
 - d) le maximum de V et la valeur pour laquelle il est atteint.
2. Dresser le tableau de variations de V sur l'intervalle $[0; 5]$.



Partie B — Un problème concret

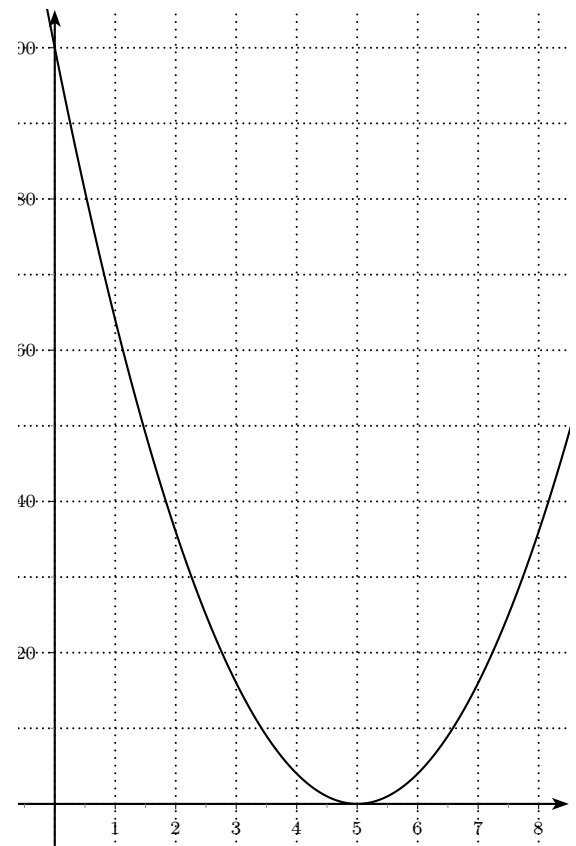
On dispose d'une plaque carrée de 10 cm de côté sur laquelle on ôte les coins pour former un parallélépipède rectangle après pliage (sans couvercle) : voir les deux figures ci-dessus.

Les carrés représentant les coins ôtés ont pour côté x .

Le volume du parallélépipède rectangle est noté $V(x)$: c'est sa courbe qui a été étudiée dans la **partie A**.

1. Donner l'ensemble des valeurs possibles pour x .
2. Cette boîte nécessite un couvercle... On considère que les rebords ne sont pas utiles.
Déterminer, en fonction de x , la surface $S(x)$ du couvercle qu'il faudrait à cette boîte.
3. Démontrer que $S(x)$ peut s'écrire des deux manières :

$$S(x) = 4(5 - x)^2 \qquad S(x) = 4x^2 - 40x + 100$$
4. La courbe de la fonction S est tracée ci-contre, sans tenir compte des contraintes réelles.
Répondre aux questions suivantes par la méthode de votre choix : algébrique ou graphique. *Le choix de la méthode algébrique sera valorisé lors de la correction.*
 - a) Résoudre $S(x) = 36$.
 - b) Résoudre $S(x) < 36$, et traduire la réponse dans le cadre de l'exercice, en parlant du couvercle de la boîte.
 - c) On espère, avec les quatre carrés de côté x ôtés à la plaque d'origine, pouvoir réaliser un couvercle pour la boîte.
À partir de quelle valeur de x peut-on espérer réaliser ce couvercle ?
 - d) On choisit $x = 2$. Préciser la surface du couvercle, et le volume de la boîte.



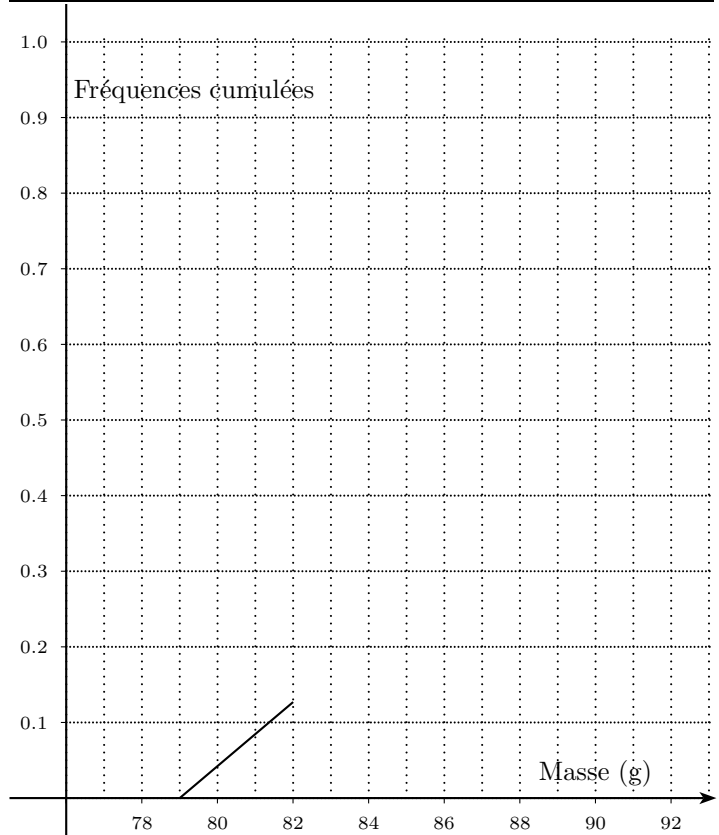
Exercice 3 (10 points) ; si cet exercice est choisi, ne pas faire l'exercice 4

Partie A

Des distributeurs de café expresso sont inspectés à leur sortie d'usine. Ils délivrent des doses de café dont la masse est théoriquement 85 grammes ; les tests sur 1000 doses ont donné la répartition ci-contre.

1. Compléter le tableau avec les fréquences et les fréquences cumulées croissantes (on arrondira au centième).
2. Représenter dans le graphique ci-contre la courbe des fréquences cumulées croissantes.
3. Déterminer, par lecture graphique, la médiane et les quartiles de cette série (on laissera apparents les traits de construction).
4. Interpréter les trois valeurs Q_1 , M et Q_3 chacune par une phrase.

Masse (en g)	[79; 82[[82; 85[[85; 88[[88; 91[
Effectifs	127	349	351	173
Fréquences				
Fréq. cumulées croissantes				



Partie B

Un distributeur de cette série est testé plus précisément : une pesée portant sur 30 expressos a donné les masses suivantes (en grammes) de café utilisé.

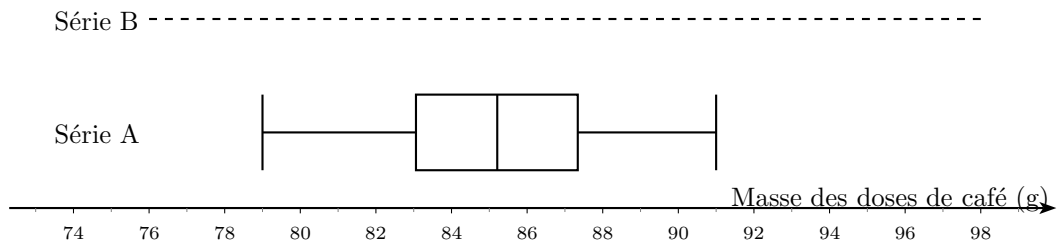
81	82	85	83	83	82	87	84	85	84
84	81	83	86	84	80	80	79	87	85
81	82	85	87	79	80	86	89	83	89

Masse (en g)	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	Total
Effectif												
Effectif cumulé												XXX

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. Donner l'étendue de la série.
3. Déterminer la médiane et les quartiles.
4. Déterminer l'écart interquartiles de la série.

Partie C

1. On a représenté ci-dessous les caractères de la série de la partie A : les minimum et maximum, les quartiles et la médiane. Représenter de la même manière les caractères de la série de la partie B.



2. Commenter.

Exercice 4 (10 points) ; si cet exercice est choisi, ne pas faire l'exercice 3

Monsieur Dupont souhaite acheter une maison. Il contacte une agence immobilière qui propose 20 maisons à la vente sur le secteur géographique choisi par M. Dupont. 15 de ces maisons possèdent un jardin et 9 possèdent un garage. Parmi les maisons qui ont un jardin, seules 4 maisons ont aussi un garage. M. Dupont décide de visiter au hasard une de ces 20 maisons.

	Avec jardin	Sans jardin	Total
Avec garage			
Sans garage			
Total			20

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. On considère les événements suivants :
 - J : « la maison choisie possède un jardin » ;
 - G : « la maison choisie possède un garage ».
 - a) Calculer les probabilités de J et de G .
 - b) Définir par une phrase l'événement \bar{J} et calculer sa probabilité.
 - c) Définir par une phrase l'événement $J \cap G$ et donner sa probabilité.
 - d) Définir par une phrase l'événement $J \cup G$ et calculer sa probabilité.
3. M. Dupont décide finalement de ne visiter qu'une maison qui possède un jardin. Quelle est la probabilité que cette maison ne possède pas de garage ?
4. L'agent immobilier sélectionne quatre maisons A , B , C , et D qu'il souhaite faire visiter à M. Dupont dans un ordre choisi au hasard.
 - a) À l'aide d'un arbre, montrer qu'il existe 24 ordres de visites différents.
 - b) À l'aide de l'arbre donner la probabilité de chacun des événements suivants :
 - P : « la première visite est celle de la maison B ».
 - Q : « il visite la maison A avant la maison C ».
 - R : « il visite à la suite et dans cet ordre les maisons A , B et C ».

Dans cet empire, l'art de la cartographie atteignit une telle perfection que la carte d'une seule province occupait toute une ville, et la carte de l'Empire toute une province. Avec le temps, ces cartes démesurées ne suffirent plus. Les collègues des cartographes firent une carte de l'Empire qui avait l'immensité de l'Empire et coïncidait parfaitement avec lui. Mais les générations suivantes, moins portées à l'étude de la cartographie, pensèrent que cette carte énorme était inutile et, non sans impiété, l'abandonnèrent aux inclémences du Soleil et des hivers. Dans les déserts de l'Ouest survivent des vestiges déchirés de la carte, habités par des animaux et des mendiants; dans tout le pays, il n'existe pas d'autre relique des disciplines géographiques.

Jorges Luis Borges.