

DEVOIR MAISON N°2

<u>NOTE</u>	<u>COMMENTAIRE</u>

Exercice n°2 :

1) Pour que cette expression soit définie, il faut et il suffit que $-x^2 + x + 2 \geq 0$

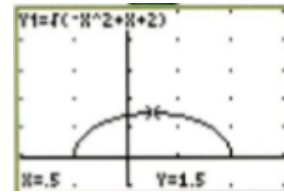
Nous calculons le **Discriminant** $\Delta = 12 - 4 \times (-1) \times 2 = 9$.

Comme $\Delta > 0$, le trinôme $-x^2 + x + 2 \geq 0$ a deux racines x_1 et x_2 ;

Calcul des racines : $x_1 = \frac{-1 - 3}{-2} = 2$ et $x_2 = \frac{-1 + 3}{-2} = -1$

On en conclut que $D = [-1 ; 2]$

2) Avec la calculatrice, il semble que f admet un maximum en 0,5 et que ce maximum vaut 1,5.



3) La fonction $x \rightarrow -x^2 + x + 2$ est « d'abord croissante, puis décroissante », donc

Elle admet un maximum, ce maximum est atteint en $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2(-1)} = \frac{1}{2}$,

Et vaut donc $\beta = f(\alpha) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 2 = 2,25$

4) D'après la question 2, pour tout réel $x \in [-1 ; 2]$, on a $-x^2 + x + 2 \leq 2,25$ et

l'égalité est vérifiée pour $x = \frac{1}{2}$. D'où, pour tout réel $x \in [-1 ; 2]$, $\sqrt{-x^2 + x + 2} \leq \sqrt{2,25}$

. Ainsi, pour tout réel $x \in [-1 ; 2]$, on a $f(x) \leq 1,5$ avec $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1,5$, ce qui

prouve la conjecture émise à la question n°2.

Exercice n°5 :

(On appelle x le réel qui repère la position de l'animal sur l'autoroute)

Si x est la position du chien alors la distance entre x et la borne 50 est inférieure à 3. Cette distance est de plus ou moins $50-x$ c'est à dire valeur absolue de $(50-x)$ qui se note $|50-x|$.

Donc $|50-x| < 3$ et de manière analogue $|54-x| > 5$

$$1) |50-x| < 3 \Leftrightarrow 50-x < 3 \text{ ET } 50-x < -3 \Leftrightarrow x > 47 \text{ ET } x < 53$$

$$|54-x| > 5 \Leftrightarrow 54-x > 5 \text{ OU } 54-x > -5 \Leftrightarrow x > 49 \text{ OU } x > 59$$

2) On peut donc en déduire un intervalle restreint pour x ,

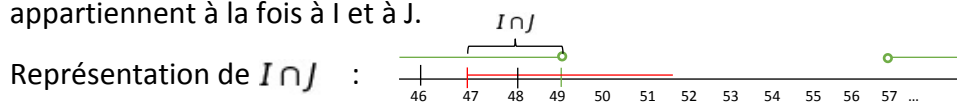
$$\text{Ainsi } x \in]47; 53] \cap]59; +\infty] : \emptyset \quad \text{et} \quad]47; 53] \cap]-\infty; 49[=]47; 49[.$$

Le chien se trouve donc entre la borne 47 et la borne 49.

Car rappelons le, la distance entre deux réel a et b est égal à $|a - b|$. La condition $|x - a| < r$

Se traduit par l'appartenance de x à un intervalle : $x \in]a - r; a + r[$

L'intersection de deux ensemble I et J est noté l'ensemble $I \cap J$ formé des éléments qui appartiennent à la fois à I et à J .



Exercice n°4 :

1) On part de deux réel $a < b$

$$a < b \iff a + 10 < b + 10 \iff \sqrt{(a + 10)} < \sqrt{(B + 10)}$$

Car appliquer la
fonction carrée ne
modifie pas les signes

Donc f es croissante sur $[-10; +\infty [$

2)

- Etapes de résolution de l'équation $x+10=(x+4)^2$
- Le polynôme est de la forme ax^2+bx+c avec $a=-1, b=-7, c=-6$
- Son discriminant est donné par la formule
- $\Delta = (b^2 - 4ac) = (-7)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6) = 7^2 + 4 \cdot (-6) = 25$
- Le discriminant du polynôme est donc égal à 25
- Le discriminant est positif, l'équation admet deux solutions qui sont données par

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) - \sqrt{25}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-7 - 5}{2 \cdot (-1)} = -1$$
$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) + \sqrt{25}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-7 + 5}{2 \cdot (-1)} = -6.$$

- Les solutions de l'équation $x+10=(x+4)^2$ sont $[-1; -6]$