

---

 Devoir maison n°4
 

---

**Exercice n°1 :**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $[0 ; +\infty[$  par :

$$g(x) = f(x) - x f'(x) + 1$$

$f$  est une fonction strictement positive sur  $[0 ; +\infty[$  vérifiant

$$f(x) = f'(x), \quad f(0) = 1 \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

- 1) Déterminer la limite de  $g$  en  $+\infty$ .
- 2) Etudier les variations de la fonction  $g$ .
- 3) Donner le tableau de variations de la fonction  $g$ .
- 4) a) Démontrer que l'équation  $g(x) = 0$  admet une unique solution sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$ . On note  $\alpha$  cette solution.  
b) Déterminer le signe de  $g(x)$  selon les valeurs de  $x$ .

**Exercice n°2 :**

$f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  par  $f(x) = \frac{ax+b}{x-3}$  où  $a$  et  $b$

sont des réels

On sait que la droite d'équation  $y=4$  est asymptote horizontale à la courbe représentative de  $f$  en  $+\infty$

De plus,  $f'(1) = -\frac{1}{2}$

- 1) Retrouver les valeurs de  $a$  et  $b$ .
- 2) Etudier les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- 3) Dresser le tableau de variations de  $f$ .