

$2014^{2015} \equiv 2 [7] \Leftrightarrow 2014^{2015}$ et 2 ont le même reste par la division euclidienne par 7.

On a :

$$2014 = 7 \times 287 + 5$$

$$\Rightarrow 2014 \equiv 5 [7]$$

$$\Rightarrow 2014^{2015} \equiv 5^{2015} [7]$$

Or :

$$5^6 = 15625$$

$$5^6 = 7 \times 2232 + 1$$

$$5^6 \equiv 1 [7]$$

$$\Rightarrow 5^{6 \times 335} \equiv 1 [7] \Leftrightarrow 5^{2010} \equiv 1 [7]$$

Et :

$$5^5 = 3125$$

$$3125 = 7 \times 446 + 3$$

$$\Rightarrow 5^5 \equiv 3 [7]$$

$$5^{2010} \times 5^5 \equiv 1 \times 3 [7]$$

$$5^{2015} \equiv 3 [7]$$

On a :

$$2014^{2015} \equiv 5^{2015} [7]$$

et

$$5^{2015} \equiv 3 [7]$$

Donc par transitivité :

$$2014^{2015} \equiv 3 [7]$$

Donc la proposition est fausse.

